

ANEXO VIII

**Programa de Ensino da
Disciplina de Matemática
Ensino Secundário
2º Ciclo**



Ficha Técnica

***Título:* Programa de Ensino da Disciplina de Matemática – Ensino Secundário – 2º Ciclo**

Edição: ©INDE/MEC – Moçambique

Autor: INDE/MEC – Moçambique

Capa, Composição, Arranjo gráfico: INDE/MEC – Moçambique

Arte final: INDE/MEC – Moçambique

Tiragem:

Impressão:

Nº de Registo: INDE/MEC



Índice

Introdução	1
Competências a desenvolver na disciplina de Matemática no 2º Ciclo.....	2
Objectivos da disciplina de Matemática no 2º Ciclo	3
Visão geral dos conteúdos da disciplina de Matemática do 2º ciclo	6
Plano Temático da Disciplina de Matemática da 10ª Classe.....	12
1º Trimestre	13
Unidade temática I: Números e operações_Teoria de conjuntos	13
Unidade temática II: Álgebra (1)_Equações quadráticas paramétrica simples	17
Unidade temática III: Álgebra (1)_Equações biquadradas	18
Unidade temática IV: Funções (1)_Função quadrática.....	20
Unidade temática V: Funções (1)_Função exponencial (Introdução).....	23
2º Trimestre	27
Unidade temática VI: Álgebra (2)_Equações e inequações exponenciais	27
Unidade temática VII: Função (2)_Logaritmo e função logarítmica (Introdução).....	29
3º Trimestre	36
Unidade temática IX: Geometria (1)_Trigonometria.....	36
Unidade temática X: Organização e Tratamento de Dados_Estatística	39
Unidade temática XI: Geometria (2)_Geometria espacial	42
Plano Temático da Disciplina de Matemática da 11ª Classe.....	45
1ºTrimestre	46
Unidade temática II: Álgebra (1)_Álgebra	50
Unidade temática III: Funções (1)_Função exponencial	53
2º Trimestre	55
Unidade temática V: Função (2)_Função logarítmica	57
3º Trimestre	61
Unidade temática VII: Geometria_Geometria analítica da recta no plano	61
Unidade temática VIII: Funções (3)_Funções trigonométricas	65



Unidade temática IX: Álgebra (4)_Equações e inequações trigonométricas	69
Plano Temático da Disciplina de Matemática da 12ª Classe.....	70
1º Trimestre	71
Unidade temática I: Números e Operações_ Função, equações e inequações modulares.....	71
Unidade temática II: Organização e Tratamento de Dados_ Cálculo combinatório	73
Unidade temática III: Organização e Tratamento de dados_ Probabilidades	75
2º Trimestre	78
Unidade temática IV: Funções_ Funções reais de variável real	78
3º Trimestre	85
Unidade temática VII: Funções_ Cálculo diferencial	85
Avaliação	90
Bibliografia.....	93



Introdução

A Matemática permite desenvolver capacidades do pensamento e favorece atitudes compatíveis com o desenvolvimento de qualquer sociedade. Os conhecimentos matemáticos têm sido, historicamente, indispensáveis para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia.

O papel da matemática é reconhecido no desenvolvimento de qualquer país, pelas suas múltiplas aplicações nos diversos campos (social, económico e cultural) da actividade humana, como por exemplo, no planeamento da economia, no controle da produção, nas estatísticas relacionadas com as doenças, natalidade, mortalidade, migrações, etc. Além disso, a matemática tem muita utilidade prática na vida quotidiana de qualquer pessoa. Pode-se dizer, com segurança que, as viagens no espaço seriam impossíveis e que o mundo não pode viver sem matemática e está presente em diversos campos de actividade humana, pelo que o seu ensino deve estar inscrito numa política de modernização económica, social e cultural no país.

Estas e outras razões fazem da matemática uma disciplina essencial na formação dos cidadãos de qualquer país com um papel essencial no desenvolvimento de processos de pensamento, sendo a base prioritária para a formação da personalidade dos alunos. Por isso, o ensino da Matemática deverá participar, pelos princípios e métodos de trabalho praticados, na educação do jovem para a autonomia e solidariedade, independência empreendedora, responsável e consciente das relações em que está envolvido e do ambiente em que vive.

O mundo moderno aponta para a necessidade de adequar a Matemática a uma nova realidade. Por esta razão, o ensino desta disciplina deve dotar o aluno de conhecimentos básicos necessários para a resolução de problemas, através de exploração de situações vividas no quotidiano.

Assim, a resolução de problemas é um processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos a situações novas e não familiares. Resolver problemas escritos é uma forma de resolução de problemas, porém, é importante que os alunos se defrontem com problemas que não sejam teatralizados. Eles devem saber comunicar-se matematicamente, sendo capazes de compreender as ideias matemáticas que são transmitidas verbalmente, por escrito ou através de imagens; exprimir ideias matemáticas através da fala, ou da escrita, ou com a ajuda de desenhos, gráficos, diagramas, ou materiais concretos. Durante as aulas, os alunos devem ser constantemente estimulados a debater (aspecto diálogo) com os colegas ou com o professor, argumentar e contra-argumentar através da escrita ou da fala, ajudando-os a desenvolver sua capacidade de expressão matemática.

Um dos grandes obstáculos da aprendizagem da Matemática é a hierarquização dos conteúdos, bem como a sua abordagem de forma linear e rígida sem, contudo, os alunos terem a oportunidade de explorá-los na sua vida quotidiana.

A transformação do programa do ensino da Matemática tem como perspectiva metodológica: A incorporação de competências Matemáticas centradas no desenvolvimento do raciocínio dos alunos; o destaque para a resolução de problemas, explorando situações vividas no dia-a-dia, mostrando a necessidade da aprendizagem da Matemática na solução dos problemas da vida; a apresentação dos



conteúdos de Matemática garantindo a interdisciplinaridade e a transversalidade, isto é, a inter-relação da Matemática com diferentes disciplinas; a utilização de métodos e procedimentos heurísticos para que o aluno realize a construção do seu próprio conhecimento, assegurando a compreensão do significado dos conteúdos e a garantia da sistematização de conhecimentos através da exercitação; quer dizer que, dentro de cada unidade e ao longo da classe e do ciclo, deve conseguir-se a integração das diferentes áreas da Matemática como a álgebra, a aritmética e a geometria.

Pretende-se que, com o novo programa de Matemática do 2º Ciclo, o aluno se dê grande destaque não só à resolução de problemas, mas também à consideração, compreensão e importância da Matemática no tratamento de aspectos transversais como a ética, sociais, culturais, económicos, antropológicos, meio ambiente, e cognitivos.

Neste contexto, a Matemática deverá estimular o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Pela matemática se pode destacar a importância de o aluno desenvolver a capacidade de construir os seus próprios conhecimentos matemáticos, cultivar a auto-estima a perseverança na busca de soluções.

Competências a desenvolver na disciplina de Matemática no 2º Ciclo

O Plano Curricular do Ensino Secundário define competências a serem desenvolvidas neste ciclo de aprendizagem. Assim, ao terminar o 2º Ciclo, nesta disciplina, o aluno:

- aplica o pensamento algébrico por meio de representações algébricas que permitem fazer generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problemáticas e informações contidas em tabelas e gráficos e encontrar possíveis soluções;
- utiliza a geometria em diversas situações da vida e na comunicação;
- utiliza modelos matemáticos que envolvem funções lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas;
- resolve problemas que conduzem à equações trigonométricas, a compreensão das características das funções circulares (simetria, paridade e periodicidade) assim como o comportamento das funções trigonométricas como funções reais de variável real (monótonas, extremos, concavidade e assíntotas);
- analisa fenómenos determinísticos e fenómenos aleatórios e construção de modelos de probabilidade para situações simples;
- aplica conceitos e procedimentos, através de métodos apropriados para o desenvolvimento do pensamento lógico;
- resolve problemas explorando a Matemática através de situações vividas no quotidiano e nas várias disciplinas.



Objectivos da disciplina de Matemática no 2º Ciclo

Os objectivos de ensino anunciam o que o aluno deve ser capaz de fazer ou saber. Assim, ao terminar o 2º Ciclo, esta disciplina, o aluno deve ser capaz de:

- interpretar diferentes escritas algébricas (expressões, igualdades e desigualdades);
- operar com expressões racionais, irracionais exponenciais, logarítmicas e trigonométricas;
- resolver equações, inequações e sistemas de equações;
- usar as noções de lógica na clarificação de conceitos;
- observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis;
- interpretar fenómenos e resolver problemas recorrendo a funções e seus gráficos;
- estudar sucessões definidas de diferentes formas;
- aplicar conhecimentos de análise infinitesimal no estudo da função real de variável real;
- resolver problemas de incidência, paralelismo e perpendicularidade no plano por via intuitiva e analítica;
- utilizar vectores no estudo do plano e espaço em referencial ortonormado;
- interpretar e comparar distribuições estatísticas;
- resolver problemas de contagem;
- resolver problemas envolvendo o cálculo probabilístico;
- desenvolver o pensamento lógico ao operar com conceitos e procedimentos com métodos apropriados;
- enunciar propriedades e dar definições com as suas próprias palavras;
- reconhecer os conhecimentos matemáticos como meio para compreensão do mundo que nos rodeia através da investigação e desenvolvimento de acções que estimulem o interesse, a curiosidade, a resolução de problemas;
- reconhecer que a Matemática é um instrumento útil para a vida e é parte integrante das nossas raízes culturais, porque ajuda a pensar e a raciocinar correctamente;
- analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução;
- seleccionar estratégias adequadas na resolução de problemas;
- resolver problemas nos domínios da Matemática, da Física, da Química, Economia, Ciências Sociais e humanas, etc;
- desenvolver a capacidade de comunicar conceitos, raciocínios e ideias com clareza, rigor e lógica, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões e símbolos);
- transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (fórmulas, símbolos, tabelas, diagramas, gráficos, etc.) e vice-versa;
- aplicar propriedades na resolução de exercícios e problemas matemáticos;
- desenvolver capacidades para a busca de informação em diferentes meios, e uso de tecnologia, mostrando curiosidade e disposição para a busca de novos conhecimentos;



- resolver problemas matemáticos que reflectem situações quotidianas da vida económica e social do país e do mundo, sabendo validar estratégias e resultados desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução e dedução, analogias, estimativas utilizando conceitos e procedimentos matemáticos assim como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- resolver problemas matemáticos que reflectem situações quotidianas da vida económica e social do país e do mundo apresentando resultados com precisão e clareza nos domínios numéricos estudados em que estejam envolvidos conhecimentos sobre:
 - cálculo algébrico;
 - equações e inequações;
 - sistema de equações e inequações;
 - funções;
 - probabilidade e estatística;
 - cálculo combinatório;
 - geometria no plano;
- recolher e organizar dados assim como representá-los em tabelas e gráficos;
- interpretar fenómenos sociais, económicos, naturais, a partir de tabelas e gráficos;
- desenvolver a confiança em si próprio: exprimir e argumentar as suas opiniões; formular juízos elementares sobre situações concretas; enfrentar com confiança situações novas e mostrar flexibilidade e criatividade;
- desenvolver hábitos de trabalho, persistência e rigor: manifestar responsabilidade, disponibilidade, autonomia e interesse para planificar, organizar e realizar os trabalhos de matemática de forma organizada e revelar preocupação de qualidade na apresentação dos trabalhos;
- desenvolver o espírito de tolerância e cooperação: Colaborar nos trabalhos em grupo, partilhando saberes e responsabilidades de maneira solidária e sociável, ouvindo e respeitando as opiniões dos outros, mostrando espírito crítico e autocrítica e participando na realização de actividades e na resolução de problemas;
- interagir de forma cooperativa, trabalhando colectivamente na busca de soluções de problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não e respeitando o modo de pensar dos outros;
- contribuir para uma atitude positiva face às Ciências;
- criar capacidade de intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade actual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania activa, participativa e responsável.



Visão geral dos conteúdos da disciplina de Matemática do 2º ciclo

10ª Classe	11ª Classe	12ª Classe
<p>Unidade I: Números e Operações</p> <p>Teoria de Conjunto</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relação entre conjuntos • Operações com conjuntos • Resolução de problemas concretos da vida real • Partição de um conjunto ou potência • Princípio de dualidade • Produto cartesiano <p>Unidade II: Álgebra (1)</p> <p>Equações quadráticas paramétrica simples</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceito de equação paramétrica • Equações quadráticas paramétricas simples 	<p>Unidade I: Números e Operações</p> <p>Introdução à lógica matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noção de lógica • Proposições e designações ou termos. • Operações lógicas. • Expressões proposicionais ou condições • Quantificação e quantificadores • Método de demonstração por indução matemática <p>Unidade II: Álgebra (1)</p> <p>Expressões algébricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fracções racionais • Operações com fracções racionais • Expressões irracionais • Equações 	<p>Unidade I: Números e Operações</p> <p>Módulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Módulo de um número real • Função modular <p>Unidade II: Organização e Tratamento de dados</p> <p>Cálculo combinatório</p> <ul style="list-style-type: none"> • Factorial de um número cálculo com factorial. • Arranjo sem repetição, definição, fórmula de arranjos A_n^p e aplicações • Tema transversal: ESA-Famílias • Permutação: Definição, fórmula de permutações P_m e



<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de equações quadráticas paramétricas simples <p>Unidade III: Álgebra (1)</p> <p>Equações biquadradas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceito de equação biquadrada. • Equações biquadradas do tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$. • Resolução de equações biquadradas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Inequações irracionais • Sistema de equações lineares <p>Unidade III: Funções (1)</p> <p>Função exponencial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Representação gráfica das funções • $y = a^{x \pm b}$; $y = a^x \pm B$ e $y = a^{x \pm b} \pm B$ a partir da função $y = a^x$. • Estudo das funções $y = a^{x \pm b}$; • $y = a^x \pm B$ e $y = a^{x \pm b} \pm B$. 	<p>aplicações</p> <ul style="list-style-type: none"> • Combinações sem repetição: Definição, fórmula de arranjos C_n^p, propriedade e aplicações • Binómio de Newton e aplicações • Resolução de problemas. <p>Unidade III: Organização e Tratamento de dados</p> <p>Probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Operação com acontecimentos: união, intersecção • Frequência absoluta e relativa de um acontecimento • Propriedades das frequências relativas • Noção de probabilidade obtida a partir da noção de frequência relativa (Lei de grandes números) • Axiomatização do conceito de probabilidade num espaço finito • Determinação da probabilidade de um acontecimento quando os acontecimentos elementares são equiprováveis usando a lei de Laplace e não equiprováveis
--	--	---



		<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de problemas
<p>Unidade IV: Funções (1)</p> <p>Funções quadrática e exponencial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Função quadrática 	<p>Unidade IV: Álgebra (2)</p> <p>Equações e Inequações Exponenciais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução gráfica e analítica de equações exponenciais • Resolução gráfica e analítica de inequações exponenciais 	<p>Unidade IV: Funções</p> <p>Funções reais de variável real</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revisão da noção de função e gráfico de uma função • Revisão das funções linear, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica • Paridade de funções: critério analítico e gráfico • Classificação das funções em injectiva, sobrejectiva e bijectiva. • Função homógrafa: gráfico e propriedades • Operações com funções: Adição, subtracção, multiplicação e divisão • Função inversa: propriedades e determinação da expressão analítica.
<p>Unidade V: Funções (1)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Função exponencial-Introdução 	<p>Unidade V: Funções (2)</p> <p>Função Logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Logaritmo de um número • Função logarítmica 	<p>Unidade V: Funções</p> <p>Funções reais de variável natural</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noção de sucessão • Termo geral de uma sucessão • Limite de uma sucessão



<p>Unidade VI: Álgebra (2) Equações e inequações exponenciais</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equação exponencial • Inequação exponencial <p>Unidade VII: Função (2) Logaritmo e função logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Logaritmo de um número • Função logarítmica-Introdução 	<p>Unidade VI: Álgebra (3) Equações e Inequações Logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução de equações logarítmicas • Resolução de inequações logarítmicas <p>Unidade VII: Geometria Geometria Analítica da Recta no Plano</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos de um vector • Igualdade de vectores • Colinearidade de vectores • Operações com vectores • Representação de um vector no sistema de coordenadas cartesianas • Distância entre dois pontos 	<ul style="list-style-type: none"> • Indeterminações e limites notáveis • Sucessão infinitamente grande e infinitamente pequena • Progressões aritmética e geométrica. • Limites de sucessões – definição e cálculo <p>Unidade VI: Funções Limites e continuidade de funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Limites de uma função • Operações com limites • Limites notáveis • Cálculo de limites • Indeterminações • Limites laterais. • Continuidade de funções • Propriedades e operações sobre funções contínuas • Limites infinitos. <p>Unidade VII: Funções Cálculo diferencial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introdução do cálculo diferencial. • Derivadas de uma função • Interpretação geométrica • Derivadas laterais
---	---	--



	<ul style="list-style-type: none"> • Equação vectorial da recta no plano • Equação geral da recta. • Equação reduzida da recta no plano • Declive de uma recta. • Cálculo de declive de uma recta dados dois pontos da recta. • Posição relativa de rectas no plano. • Determinação de pontos de intersecção de duas rectas • Cálculo da distância de um ponto a uma recta; • Equação da circunferência de centro e raio dados; • Equação da elipse e equação da hipérbole. 	<ul style="list-style-type: none"> • Derivabilidade e continuidade de uma função • Função derivável • Cálculo da segunda derivada de uma função. • Aplicação da derivada ao estudo da variação da função: determinação de extremos e dos intervalos de monotonia • Aplicação da derivada ao estudo da variação da inclinação da função: determinação dos pontos de inflexão e do tipo de convexidade • Equações das assíptotas: horizontal e verticais • Aplicação da derivada na resolução de problemas práticos.
<p>Unidade VIII: Álgebra (3) Equações e inequações logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noção de mantissa e característica • Co-logaritmo de um número • Noção de anti-logaritmo de um número • Equação logarítmica • Inequação logarítmica 	<p>Unidade VIII: Funções (3) Funções trigonométrica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Círculo trigonométrico • Funções trigonométricas: Função seno; Função cosseno; Função tangente e Função co-tangente • Funções do tipo: $y = A \operatorname{sen}(ax + b) + B$. e $y = A \operatorname{cos}(ax + b) + B$; • Fórmulas trigonométricas • Resolução de triângulos: Fórmulas dos senos e dos co-senos 	<p>Unidade VIII: Funções Noções de cálculo integral</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primitiva de uma função • Função primitiva • Primitivo e integral indefinido. (de tabela): definição e propriedades • Técnicas de primitivação: primitivas imediatas, por substituição e partes • Aplicação da integral na resolução de problemas práticos.



<p>Unidade IX: Geometria (1) Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revisão sobre semelhança de triângulos e teorema de Pitágoras • Razões trigonométricas de um ângulo agudo <p>Unidade X: Organização e Tratamento de Dados Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revisão sobre as medidas de centralização • Medidas de dispersão <p>Unidade XI: Geometria (2) Geometria Espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceitos primitivos • Postulados (axiomas) • Posição relativa de rectas e planos. • Posição relativa de planos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fórmula da soma e diferença • Ângulos duplos • Bisseção de ângulos • Fórmula de produto e da soma <p>Unidade IX: Álgebra (4) (Equações e Inequações Trigonométricas)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolução de equações trigonométricas • Resolução de inequações trigonométricas 	
--	---	--



Plano Temático da Disciplina de Matemática da 10ª Classe



Unidade temática I: Números e operações_ Teoria de conjuntos

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Usar os símbolos para relacionar conjuntos entre si e seus elementos • Reconhecer que as famílias podem superar os desafios quando se apoiam uns aos outros com respeito mútuo(atitude) • Representar um conjunto por extensão e por compreensão, através de diagramas de Venn, chavetas e/ou intervalos e na recta graduada • Efectuar as operações de reunião, intersecção e diferença de conjuntos 	<p>1.TEORIA DE CONJUNTOS</p> <p>1.1 Revisão sobre tipos de conjunto (unitário, universal e vazio);</p> <p>1.2 Cardinal de um conjunto;</p> <p>1.3 Relação entre conjuntos;</p> <p>1.4 Subconjunto (relação de inclusão)</p> <p>1.5 Propriedades da inclusão;</p> <p>1.6 Igualdade de conjuntos;</p> <p>1.7 Operações com conjuntos;</p> <p>1.8 Reunião de conjuntos;</p> <p>1.9 Intersecção de conjuntos;</p> <p>1.10 Complementar de um conjunto;</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza adequadamente os conceitos e a simbologia da teoria de conjunto para exprimir com clareza as suas ideias e na interpretação e intervenção na vida real • Aplica conceitos, símbolos e operações, sobre conjuntos na resolução de problemas matemáticos e de outras áreas de conhecimento 	<p>12</p>



<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas concretos da vida real, aplicando as propriedades das operações sobre conjuntos 	<p>1.11 Diferença de conjuntos;</p> <p>1.12 Diferença simétrica;</p> <p>1.13 Propriedades das operações com conjuntos;</p> <p>1.14 Resolução de problemas concretos da vida real;</p> <p>1.15 Partição de um conjunto ou potência;</p> <p>1.16 Princípio de dualidade;</p> <p>1.17 Produto cartesiano;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tema transversal: ESA-Famílias. 		
--	---	--	--

Sugestões metodológicas

A abordagem da teoria de conjuntos é de grande importância na Matemática, uma vez que constitui a principal base para o estudo da álgebra e de conceitos de Matemática, como funções e inequações. Assim, com recurso ao método colaborativo, o professor deverá reforçar os conhecimentos que o aluno possui, adquiridos nas classes anteriores sobre os conceitos principais da teoria de conjuntos.

O conceito de conjunto, notação, representação e definição de conjuntos, devem ser explorados através do método de questionamento ou chuva de ideias, trabalhando em grupos ou individualmente.

A família pode ser tratada como pré-requisitos para a introdução do conceito conjunto (fazer debates sobre a família). Para além do tema transversal família, pode criar debate sobre: amizade, amor, namoro, tolerância, inclusão, respeito, comportamento de longo prazo e parentalidade.

Usando o método de resolução de problemas de situações reais da classe ou turma, o professor poderá explorar conhecimentos à volta da relação de pertença que se estabelece entre um conjunto e seus elementos, chamando-se à atenção para que os alunos se recordem do símbolo usado para indicar que um certo elemento pertence ou não pertence a um dado conjunto. Para representar essa relação de pertença de forma simplificada, utilizamos os



símbolos \in (lê-se pertence) e \notin (lê-se não pertence).

O professor poderá enfatizar que ao se trabalhar com problemas que envolvem conjuntos, existem situações que exigem a realização de operações entre os conjuntos (reunião, intersecção e diferença de conjuntos).

Nesta classe, pretende-se consolidar e sistematizar o conhecimento, mas com um outro nível de complexidade de abordagem. Além disso, serão tratados outros conhecimentos como Igualdade de conjuntos, Conjunto universal, Complementar de conjunto, Propriedades das operações de conjuntos e Resolução de problemas concretos da vida real.

No tratamento do conteúdo sobre a Igualdade de Conjuntos, o professor deverá auxiliar os alunos a perceberem que a comparação entre os conjuntos é inevitável e, assim sendo, podemos dizer que dois conjuntos são iguais ou não através da verificação de cada um dos seus elementos, ainda que os elementos estejam em ordem diferente.

É na comparação de conjuntos que os alunos também devem perceber que há situações em que os conjuntos não são iguais. Neste sentido, o professor poderá mostrar a relação de inclusão.

O professor deverá chamar a atenção aos alunos que quando acontece uma *relação de inclusão*, ou seja, o conjunto A está contido no conjunto B, podemos dizer que A é subconjunto de B. O subconjunto continua sendo um conjunto, e um conjunto pode ter vários subconjuntos.

Na discussão sobre os conjuntos, o professor poderá abordar com os alunos conteúdos como *conjuntos unitários*, *conjunto vazio*, *partição de um conjunto* (quantidade de subconjuntos que é possível obter num determinado conjunto), *conjunto finito*, *conjunto infinito* e *conjunto universal*. O professor deverá chamar a atenção dos alunos de que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, enaltecendo que o conjunto vazio representa-se por $\{ \}$ ou \emptyset e que o conjunto $\{0\}$ é um conjunto singular e não vazio como poderá ser confundido.

Para o tratamento das operações sobre conjuntos, o professor poderá fazer uma revisão das operações já conhecidas, pelos alunos, nomeadamente a reunião e a intersecção, de forma resumida numa tabela, e depois, alargar os conhecimentos introduzindo as outras operações tais como a diferença, complementar de um conjunto e as propriedades das operações.



PROPRIEDADES DA REUNIÃO DE CONJUNTOS	PROPRIEDADES DA INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS
1. Comutativa: Quaisquer que sejam os conjuntos A e B, tem-se: $A \cup B = B \cup A$	1. Comutativa: Quaisquer que sejam os conjuntos A e B, tem-se: $A \cap B = B \cap A$
2. Associativa: Quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C tem-se $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	2. Associativa: Quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C tem-se $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. Conjunto vazio = Elemento neutro na reunião: $A \cup \emptyset = A$	3. Conjunto Universal = Elemento neutro na intersecção: $U \cap A = A$
4. Conjunto Universal = Elemento absorvente na reunião: $U \cup A = U$	4. Elemento absorvente na Intersecção: $A \cap \emptyset = \emptyset$ conjunto vazio é o elemento absorvente da intersecção.
5. Distributividade da Reunião em relação à Intersecção: Quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C, tem-se $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	5. Distributividade da Intersecção em relação à Reunião: Quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C, tem-se $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

O conhecimento das operações e suas propriedades é fundamental para a resolução de problemas matemáticos.

Adicionalmente, o professor poderá recorrer ao trabalho colaborativo na resolução de problemas concretos, assim como na construção, montagem e programação de máquinas simples (por exemplo, robô, detector de metais-iman e outras) capazes de separar ou agrupar em elementos tendo em conta as suas características tais como cor, tamanho, formas, capacidades e outras. Ainda, poderá recorrer a projectos, jogos, tecnologias digitais entre outros. Também, poderá propor problemas ou exercícios relacionados com desmatamento, erosão, mineração e poluição de curso de água ao meio ambiente. O professor pode estimular a aplicação do jogo ou desafios de sustentabilidade para introduzir os conceitos de conjuntos e operações, através da classificação de materiais recicláveis como papel, plástico, vidro e borracha.

Para a avaliação da aprendizagem desta unidade temática, o professor poderá aplicar a avaliação formativa (participação das discussões e lista de verificação), sumativa e resolução de problemas, projectos e portfólios.



Unidade temática II: Álgebra (1)_Equações quadráticas paramétrica simples

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	C H
<ul style="list-style-type: none"> • Distinguir uma equação quadrática paramétrica da não paramétrica • Identificar equações quadráticas paramétricas; • Identificar os coeficientes e os parâmetros de uma equação quadrática paramétrica; • Resolver equações quadráticas paramétricas simples 	<p>2. EQUAÇÕES QUADRÁTICAS PARAMÉTRICA SIMPLES</p> <p>2.1 Conceito de equação paramétrica;</p> <p>2.2 Equações quadráticas paramétricas simples;</p> <p>2.3 Resolução de equações quadráticas paramétricas simples.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica as equações quadrática paramétricas para intervir na dinamização de actividades e na resolução de problemas do quotidiano. 	4

Sugestões metodológicas

A álgebra é importante na Matemática e tem diversas aplicações em áreas de ensino como a Engenharia, Ciências de Computação, Estatística, entre outras. Nesta unidade, abordam-se conteúdos referentes à equações quadráticas paramétricas simples.

Para dar início ao estudo dos conteúdos desta unidade, o professor, recorrendo ao método de questionamento, poderá garantir o nível de partida que pressupõe que o aluno tenha domínio na resolução de equações lineares e quadráticas com uma variável abordada nas classes anteriores. Assim, como forma de consolidar o conhecimento sobre as equações, os alunos, sob a orientação do professor, deverão revisitar a resolução de equações lineares e quadráticas.

De seguida, com recurso ao método colaborativo, o professor poderá introduzir a nova classe de equações, conduzindo os alunos a estabelecer a



diferença entre as equações já estudadas e as equações paramétricas. Igualmente deverá auxiliar os alunos a reconhecer que nas equações paramétricas, apesar de esta conter mais do que uma variável, uma das variáveis é tomada como incógnita e a outra como parâmetro.

Neste contexto, o professor poderá recorrer a exemplos de equações paramétricas, para explicar aos alunos quais são as incógnitas nas equações e quais são os parâmetros.

Nesta unidade a tarefa principal consiste na determinação dos parâmetros com recurso aos conhecimentos adquiridos na aprendizagem da equação quadrática, mediante as condições do binómio discriminante. Portanto, para a introdução da resolução das equações quadráticas paramétricas, o professor poderá, com recurso aos métodos de aprendizagem baseado na resolução de problemas e o método colaborativo, auxiliar os alunos na resolução de equações quadráticas paramétricas, podendo recorrer às TIC.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas e sumativa.

Unidade temática III: Álgebra (1)_Equações biquadradas

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> Identificar equações biquadradas; Resolver uma equação biquadrada simples; Resolver problemas práticos conducentes a uma equação biquadradas 	<p>3. EQUAÇÕES BIQUADRADAS</p> <p>3.1 Conceito de equação biquadrada</p> <p>3.2 Equações biquadradas do tipo</p> $ax^4 + bx^2 + c = 0$ <p>3.3 Resolução de equações biquadradas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Aplica as equações biquadradas para intervir na dinamização de actividades e na resolução de problemas ligados à vida da comunidade em que está inserida. 	4



Sugestões metodológicas

Para tratamento dos conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer aos métodos de aprendizagem baseados na resolução de problemas, projectos, jogos, tecnologias digitais entre outros.

Um dos pressupostos básicos para o desenvolvimento desta unidade, é que o aluno tenha domínio na resolução de equações lineares e quadráticas com uma variável. Assim, como forma de consolidar o conhecimento sobre as equações, os alunos, sob a orientação do professor, deverão visitar a resolução de equações lineares e quadráticas. Depois de o professor se assegurar que os alunos têm o domínio suficiente, poderá introduzir uma nova classe de equações, que neste caso as biquadradas. É importante que os alunos, estabeleçam a diferença entre as equações já estudadas com a nova classe, partindo de vários exemplos que permitam identificar as diferentes classes de equações. Portanto, o professor para explicar o conceito das equações biquadradas deverá orientar os seus alunos a verificação da incógnita em causa e os seus expoentes.

O professor poderá sugerir o uso de equações quadráticas para modelagem de situações ambientais críticas como desflorestamento, incêndios florestais, perda da biodiversidade em ecossistemas nativos.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas e a sumativa (provas escritas e correcção dos T.P.C).



Unidade temática IV: Funções (1)_Função quadrática

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar a função quadrática; • Identificar a expressão analítica de uma função quadrática; • Representar graficamente as funções quadráticas; • Determinar domínio, contradomínio, zeros da função, vértices da parábola, variação do sinal da função, variação da função (monotonia) e equação do eixo da simetria; • Indicar o sentido da concavidade do gráfico da função quadrática; • Determinar os pontos de intersecção do gráfico da uma função quadrática com os eixos de 	<p>4. FUNÇÃO QUADRÁTICA</p> <p>4.1 Revisão do conceito de função quadrática;</p> <p>4.2 Função do tipo $y = f(x) = ax^2$;</p> <p>4.3 Representação gráfica da função $y = ax^2$;</p> <p>4.4 Estudo completo da função $y = ax^2$: domínio, contradomínio, zeros da função, vértices da parábola, variação do sinal da função, variação da função (monotonia) e equação do eixo da simetria;</p> <p>4.5 Função do tipo $y = ax^2 + bx + c$ <i>a) Caso</i> $y = a(x - p)^2$</p> <p>4.6 Representação gráfica da função $y = a(x - p)^2$ a partir de $y = ax^2$</p> <p>4.7 Estudo completo da função</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resolve problemas nos domínios da Matemática e das outras áreas de conhecimento com base em modelos matemáticos envolvendo os conhecimentos sobre função quadrática; • Analisa situações da vida real, identificando os modelos matemáticos que permitem a sua interpretação e resolução. 	<p style="text-align: center;">12</p>



<p>coordenadas;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar as coordenadas do vértice e a equação do eixo de simetria de uma parábola; • Determinar a expressão analítica de função quadrática a partir do gráfico; • Resolver problemas práticos que envolvem funções quadráticas. 	$y = a(x - p)^2$ <p>b) Caso $y = a(x - p)^2 + q$</p> <p>1. Representação gráfica da função</p> $y = a(x - p)^2 + q$ <p>2. Estudo completo da função</p> $y = a(x - p)^2 + q$ <p>c) Caso $y = ax^2 + bx + c$</p> <p>4.8 Representação gráfica da função</p> <p>$y = ax^2 + bx + c$ a partir da determinação dos zeros e do vértice;</p> <p>4.9 Determinação da expressão analítica de uma função quadrática a partir do gráfico;</p> <p>4.10 Resolução de problemas práticos que envolvem funções quadráticas</p>		
--	--	--	--

Sugestões metodológicas

O tratamento da função quadrática inicia na 9ª classe. Assim, antes da abordagem da função quadrática completas os alunos devem rever os conhecimentos sobre funções quadráticas, nomeadamente o estudo completo das funções e através da resolução de exercícios. Igualmente é importante que o professor faça uma breve revisão sobre o conceito de função.

Nesta classe, com recurso a métodos de resolução de problemas e colaborativos, os alunos vão ampliar seus conhecimentos sobre as funções quadráticas,



as quais deverão ser estudadas num contexto de modelação matemática, devendo privilegiar-se o trabalho intuitivo com funções que relacionam variáveis da vida corrente, da Geometria, da Física, da Química, da Economia ou de outras áreas de conhecimento. Os alunos devem reconhecer que o mesmo tipo de função pode constituir um modelo de diferentes situações problemáticas.

São pré-requisitos necessários, o conhecimento de algumas propriedades das funções (monotonia e zeros de forma apenas intuitiva e usando os conhecimentos de equações) e esboçar o gráfico. É importante que o professor reforce a ideia de que uma função só fica bem definida se são conhecidos três elementos fundamentais: domínio, contradomínio e a expressão analítica desta função.

Na análise da representação gráfica das funções dadas anteriormente, o professor poderá recorrer a um software específico para auxiliar os alunos a reconhecer o efeito que o factor/coeficiente exerce no gráfico da função quadrática.

Para o tratamento das funções, o professor deverá orientar um trabalho similar ao caso anterior, devendo mostrar que o gráfico da função sofre uma translação horizontal ao longo do eixo x , por unidades.

Para representar graficamente e determinar as propriedades da função geral, o professor deverá orientar aos alunos para partirem inicialmente de uma tabela de valores, seguida pela representação de esboço da parábola correspondente a função em estudo. É importante que os alunos saibam que para representar graficamente este tipo de funções pode se usar o esboço da parábola baseado na determinação dos pontos essenciais nomeadamente os zeros da função, o vértice da parábola e o ponto de intersecção da parábola com o eixo.

As funções do 2º grau possuem diversas aplicações na vida do Homem, principalmente em situações relacionadas à Física envolvendo movimento uniformemente variado, lançamento oblíquo, etc.; na Biologia, estudando o processo de fotossíntese das plantas; na Administração e Contabilidade relacionando as funções custo, receita e lucro; e na Engenharia Civil presente nas diversas construções, entre outras aplicações. Igualmente, o professor poderá recorrer a método de resolução de problemas relacionados com a escassez de água potável *versus* crescimento populacional, aumento da geração de resíduos *versus* problemas de saúde pública (aumento de casos de malária, cólera, etc.), relação entre o abate de árvores *versus* mudanças climáticas, etc. Exemplo: propor a construção de modelos descritivos que espelham os principais problemas ambientais que afecta os ecossistemas.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a ciências, engenharias e tecnologias.



Unidade temática V: Funções (1)_Função exponencial (Introdução)

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar uma função exponencial; • Representar graficamente uma função exponencial; • Determinar: domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia) e ordenada na origem; • Identificar a assíntota horizontal 	<p>5. FUNÇÃO EXPONENCIAL</p> <p>5.1 Noção do conceito de função exponencial;</p> <p>5.2 Representação do gráfico da função exponencial $y = a^x$</p> <p>a) Caso $a > 1$</p> <p>b) Caso $0 < a < 1$;</p> <p>5.3 Estudo da função exponencial do tipo $y = a^x$: domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota horizontal e ordenada na origem;</p> <p>5.4 Representação gráfica das funções $y = a^{x \pm b}$; a partir da função $y = a^x$;</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica as funções exponenciais na resolução de problemas da vida real; • Interpreta os gráficos das funções exponenciais de acordo com cada tipo; • Explica as diferentes estratégias para a construção da solução de um problema traduzida por uma função exponencial. 	<p>12</p>



	<p>5.5 Estudo das funções $y = a^{x \pm b}$: Domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota horizontal e ordenada na origem.</p> <p>5.6 Representação gráfica das funções $y = a^x \pm b$ a partir da função $y = a^x$</p> <p>5.7 Estudo das funções $y = a^x \pm b$ Domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota horizontal e ordenada na origem.</p>		
--	---	--	--

Sugestões metodológicas

As funções exponenciais têm um papel de grande destaque dentro da matemática por serem instrumentos eficazes na modelagem de problemas reais ou imaginados e por fornecerem formas eficientes de estudá-los e desempenham um papel fundamental noutras ciências, como: Física, Química, Engenharia, Astronomia, Biologia, Psicologia, e ainda no estudo de muitos problemas de Economia e Finanças, nomeadamente no cálculo dos "juros compostos".

Para assegurar o nível de partida para a introdução do conceito de função exponencial sugere-se que a partir do método de questionamento, o professor comece por rever o conceito de potência e as propriedades da potenciação.

Para a introdução desta unidade, recorrendo ao método de resolução de problemas, o professor poderá iniciar por apresentar problemas que descrevem certas situações de crescimento ou decréscimo rápido de um certo acontecimento, por exemplo, a lenda muito antiga ligada ao surgimento do Xadrez.



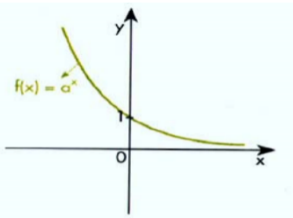
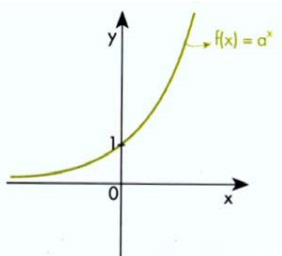
A resolução destes problemas deve ser feita de modo à apresentação da forma geral da expressão, onde para cada obtém-se um único valor de e, portanto, a função exponencial.

Após encontrar a expressão geral para a resolução do problema, o professor poderá dar a definição de função exponencial e as condições em que ela pode ser válida. É importante que os alunos saibam que a expressão analítica da função é uma potência, com a particularidade de ter base que seja um número real positivo diferente 1 e expoente variável.

Para o tratamento das propriedades, o professor deverá orientar os alunos a analisarem o comportamento das funções e tendo em conta os seguintes aspectos:

- a) Representação no mesmo Sistema Cartesiano Ortogonal (SCO).
- b) Determinação do domínio, contradomínio, zeros, monotonia e o ponto de intersecção com o eixo y.

A partir desta análise, o professor poderá orientar os alunos para estabelecer uma comparação entre os dois casos e generalizar as propriedades, como mostra a tabela que se segue.

Função exponencial: Caso $0 < a < 1$	Função exponencial: $a > 1$
<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \rightarrow a^x$</p>  <ul style="list-style-type: none"> - Domínio = \mathbb{R} - Contradomínio = \mathbb{R}^+ - f é injective 	<p>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \rightarrow a^x$</p>  <ul style="list-style-type: none"> - Domínio = \mathbb{R} - Contradomínio = \mathbb{R}^+ - f é injective



- $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$	- $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- A função é estritamente decrescente	- A função é estritamente crescente
- $y = 0$ é assíntota horizontal	- $y = 0$ é assíntota horizontal

É importante que sejam os alunos a tirarem conclusões que caracterizam as propriedades de cada função em estudo. Outro aspecto a ser considerado na abordagem deste conteúdo é que os exercícios das unidades estejam dirigidos a desenvolver habilidades na representação gráfica e determinação das propriedades das funções exponenciais dos tipos e, que serão abordados nas classes subsequentes. Assim, para a representação gráfica, o professor poderá orientar os alunos a utilizarem software específicos relacionados com a matéria, permitindo a fácil percepção do conteúdo.

Na consolidação, o professor deverá colocar problemas que refletem situações descritas no dia-a-dia dos alunos, tais como evolução das populações, poluição, temperaturas, drogas no sangue, materiais radioactivos e outros. É importante que os alunos saibam que os modelos exponenciais são aplicados para resolver certos problemas relacionados com assuntos sociais

O professor poderá recorrer ao método colaborativo organizando-os alunos em grupos e orientá-los na construção de Torres de Hanoi com papéis que seriam descartados para o meio ambiente. Poderá ainda apresentar problemas matemáticos sobre crescimento exponencial de espécies da fauna e da flora (animais e plantas) o que pode ter efeitos para o equilíbrio do ecossistema e o aumento ou diminuição de espécies de animais ou plantas em ecossistemas típicos como a floresta do miombo em Moçambique.

Para avaliar esta unidade, o professor poderá recorrer a avaliação formativa e progressiva (lista de verificação e discussões) com ênfase na resolução de problemas aplicados a ciências naturais, engenharias e tecnologias. e sumativa (provas escritas e orais).



Unidade temática VI: Álgebra (2)_Equações e inequações exponenciais

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM	CH
<p>O aluno deve ser capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar as equações e inequações exponenciais; • Resolver gráfica e analiticamente as equações e inequações exponenciais; • Resolver problemas reais da vida que envolvem equações e inequações exponenciais. 	<p>6. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS</p> <p>6.1 Equação exponencial;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Noção de equação exponencial; - Resolução gráfica e analítica de equações; <p>6.2 Inequação exponencial;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Noção de inequação exponencial; - Resolução gráfica e analítica de inequações 	<p>O aluno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolve problemas no domínio da Matemática, da vida real e de outras áreas de conhecimento aplicando funções, equações e inequações exponenciais; • Aplica conhecimentos sobre equações e inequações exponenciais como modelos matemáticos para a interpretação de situações do mundo real. 	16

Sugestões metodológicas

O processo de resolução de problemas envolvendo equações e inequações exponenciais potencializam o conhecimento de conceitos de potenciação para determinar potências de mesma base, o estudo da função exponencial e resolução de equações lineares e quadráticas.

É importante que o professor, através do método colaborativo, oriente a revisão dos conceitos sobre função exponencial, e só depois é que poderá dar a definição de equação exponencial como sendo a expressão que pode ser expressa na forma, onde a incógnita figura como expoente e é um número real não negativo, seguido de exemplos que poderão ser dados tanto pelo professor como pelos alunos.



Para resolver equações exponenciais, é importante que o professor oriente aos alunos para dois passos principais:

1º passo: redução dos dois membros da equação a potências de mesma base;

2º passo: aplicação da propriedade: $a^m = a^n \rightarrow m = n$

Para a compreensão das inequações, o aluno deve saber o que as diferenciam das equações. O professor deve explicar aos alunos que o factor principal é quanto ao sinal de desigualdade e igualdade. Na resolução de equações procura-se um valor que satisfaz a igualdade, enquanto que na inequação, determinam-se os valores que satisfazem a desigualdade. Contudo, o professor deverá explicar que os métodos para a resolução são aparentemente parecidos, buscando sempre determinar uma igualdade ou desigualdade.

O professor deve chamar atenção aos alunos que antes de resolver uma inequação exponencial, deve-se observar a situação das bases nos dois membros, caso as bases sejam diferentes, reduza-as a uma mesma base e, em seguida, forme uma inequação com os expoentes. Mas também deve-se observar as regras dos sinais: (i) Caso $a > 1$, mantém-se o sinal original. (ii) Caso $0 < a < 1$, inverte-se o sinal.

$y = a^x$ quando $a > 1$	$y = a^x$, quando $0 < a < 1$
A função é sempre crescente	A função é sempre decrescente
$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$, sendo $a > 1$	$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$, sendo $0 < a < 1$
$a^{f(x)} < a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$, sendo $a > 1$	$a^{f(x)} < a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$, sendo $0 < a < 1$

Portanto, o professor deverá mostrar a importância da variação da função exponencial na resolução das inequações exponenciais.

Para consolidar este conteúdo, o professor poderá recorrer aos métodos de aprendizagem baseados na resolução de problemas, projectos, jogos, tecnologias digitais entre outros.

Para avaliar os conteúdos desta unidade temática, o professor poderá aplicar avaliação formativa ou progressiva (discussões, apresentações e lista de verificação), sumativa (provas orais e escritas) e avaliação baseada em desempenho.



Unidade temática VII: Função (2)_Logaritmo e função logarítmica (Introdução)

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Definir o conceito de logaritmo de um número; • Calcular logaritmo aplicando suas propriedades; • Identificar uma função logarítmica; • Representar graficamente uma função logarítmica; • Determinar: domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia) e ordenada na origem; • Identificar a assíntota horizontal; • Identificar a assíntota vertical 	<p>7. LOGARITMO E FUNÇÃO LOGARÍTMICA</p> <p>7.1 Logaritmo de um número</p> <p>7.1.1 Conceito de logaritmo;</p> <p>7.1.2 Cálculo de logaritmo;</p> <p>7.1.3 Propriedades de logaritmos;</p> <p>7.1.4 Logaritmos decimais;</p> <p>7.2 Função logarítmica</p> <p>7.2.1 Conceito da função logarítmica: $y = \log_a x$;</p> <p>7.2.2 Representação gráfica da função logarítmica: $y = \log_a x$:</p> <p style="padding-left: 40px;">a) Caso $a > 1$</p> <p style="padding-left: 40px;">b) Caso $0 < a < 1$</p> <p>Estudo da função logarítmica $y = \log_a x$: domínio, contradomínio, zeros da função,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica as propriedades dos logaritmos na resolução de expressões logarítmicas; • Aplica os logaritmos e Função logarítmica na interpretação e resolução de problemas reais da vida prática; • Explica as estratégias para a construção da solução de um problema traduzido na forma de uma função logarítmica. 	16



<ul style="list-style-type: none"> • Definir a função logarítmica como inversa da função exponencial; • Relacionar os gráficos das funções exponenciais e logarítmicas. 	<p>variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota vertical e ordenada na origem;</p> <p>7.2.3 Representação gráfica da função $y = \log_a(x \pm b)$ a partir da função $y = \log_a x$;</p> <p>Estudo da função logarítmica $y = \log_a(x \pm b)$: Domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota vertical e ordenada na origem;</p> <p>7.2.4 Representação gráfica da função $y = \log_a x \pm B$ a partir da função $y = \log_a x$</p> <p>Estudo da função logarítmica $y = \log_a x \pm B$: Domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota vertical e ordenada na origem.</p>		
---	---	--	--

Sugestões metodológicas

Nesta unidade são abordados conteúdos relacionados com conjunto dos números reais: Logaritmo de um número e a função logarítmica. Para assegurar o nível de partida do conceito de logaritmo, recomenda-se que o professor e os alunos façam a revisão sobre o conceito de potência e as regras da potenciação partindo de um problema concreto, aos poucos, aumenta a complexidade do problema de modo a introduzir o conceito de logaritmo.



O professor poderá introduzir o conceito de logaritmo a partir da equação exponencial $a^x = b$ e explicar aos alunos que é equivalente a $x = \log_a b$.

Do conceito de logaritmo é necessário que o professor oriente os alunos para que saibam que o logaritmo de um número b ($b > 0$) na base a ($a > 0, a \neq 1$) é outro número x , tal que cumpre a igualdade

$a^x = b$; simbolicamente se escreve: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0$; onde a é a **base** do logaritmo, b é o logaritmando ou antilogaritmo e x é o logaritmo. É importante, também, que o aluno reconheça que o cálculo de logaritmo é uma operação inversa da potenciação, realçando que, só há logaritmo de números reais positivos.

Para a fixação do conceito logaritmo é necessário apresentar exercícios diversificados que mostram a aplicação da definição e o cálculo do valor numérico de expressões logarítmicas. Depois da definição, o professor deverá apresentar alguns exemplos de aplicação mostrando a validade desta e os casos em que o cálculo não é possível, incluindo os logaritmos decimais.

Quanto as propriedades dos logaritmos, é aconselhável dar primeiro as propriedades mais simples, exemplificando cada uma delas:

Para $x > 0, y > 0, a > 0$ e $a \neq 1$, tem-se:

P1: $\log_a a = 1$

P3: $\log_a a^n = n$

P5: $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

P2: $\log_a 1 = 0$

P4: $a^{\log_a b} = b$

P6: $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

Para o tratamento do conceito função logarítmica sugere-se que, inicialmente o professor oriente os alunos a elaborar tabelas de correspondências da função $y = a^x$ e explicar que o domínio de $y = a^x$ é igual ao contradomínio de $y = \log_a x$ e o contradomínio de $y = a^x$ é igual ao domínio de $y = \log_a x$ e daí a construção de gráfico da função logarítmica e, tomar em consideração as condições do valor $a > 1$ e $0 < a < 1$.

A partir dos gráficos construídos pelos alunos, o professor poderá construir o conceito de função logarítmica, dando a definição e as propriedades, mostrando que as igualdades $y = \log_2 x$ e $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; determinam uma função porque para cada $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ se associa

a um único elemento, nos dois casos, o gráfico nunca intercepta o eixo vertical e corta no eixo horizontal no ponto $(1; 0)$; a raiz da função é $x = 1$ e y assume todos os valores reais, $Im = IR$.

Após da demonstração do conceito, já se pode dar a definição da forma genérica e simbólica da função logarítmica tendo em conta os dois



casos, seguida pela abordagem das propriedades da função.

A tabela que se segue apresenta as propriedades estabelecidas na comparação entre os dois casos anteriores

$a > 1: y = \log_2 x$	$0 < a < 1: y = \log_{\frac{1}{2}} x;$
Domínio: \mathbb{R}^+ (a projeção do gráfico cobre a semi-recta positiva do eixo x)	Domínio: \mathbb{R}^+ (a projecção do gráfico cobre a semi-recta positiva do eixo x)
Contradomínio: \mathbb{R} (a projecção do gráfico cobre o eixo y)	Contradomínio: \mathbb{R} (a projecção do gráfico cobre o eixo y)
Zero: $x = 1$ (O gráfico corta o eixo x no ponto (1;0))	Zero: $x = 1$ (O gráfico corta o eixo x no ponto (1;0))
Monotonia: $f(x)$ é crescente ou seja: Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2 > x_1 \Rightarrow y_2 > y_1$ (as desigualdades têm mesmo sentido e o gráfico ascende de esquerda á direita)	Monotonia: $f(x)$ é decrescente ou seja: Para quaisquer x_1 e x_2 do domínio: $x_2 > x_1 \Rightarrow y_2 < y_1$ (as desigualdades têm sentidos diferentes e o gráfico ascende de direita para esquerda)

Na abordagem das funções logarítmica, deve ser considerado os dois casos, nomeadamente, quando

$a > 1$ e quando $0 < a < 1$. Para melhor fixação do conceito da função logarítmica, a exercitação deve ser variada com diferentes níveis de complexidade, envolvendo exercícios da determinação de valor da função, preenchimento do valor numas tabelas, identificação da função e construção do respectivo gráfico.

Proposta de conteúdos de educação financeira em problemas de aplicação em logaritmos

Quanto tempo levaria a duplicação de uma poupança de 1000,00 MT, quando a mesma é depositada no banco à taxa de juro composta de 5% ao mês?

Dados

Capital=1000MT



Montante requerido: o dobro, ou seja, $1000\text{MT} \times 2 = 2000\text{MT}$

Fórmula

$$\frac{M}{C} = (1+i)^t \quad \text{ou} \quad t = \frac{\ln \frac{M}{C}}{\ln(1+i)}$$

Resolução

$$t = \frac{\ln \frac{2000}{1000}}{\ln(1+0,05)} \quad t = 14,21 \text{ meses}$$

Resposta: Para duplicar a poupança de 1000,00MT por meio da sua aplicação no banco à taxa de juro composto de 5% ao mês, serão necessários aproximadamente 14 meses.

Para avaliar os conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer a avaliação formativa ou progressiva (discussões e lista de verificação), sumativa (provas orais e escritas) e de ferramentas digitais (por exemplo, excel entre outros).



Unidade temática VIII: Álgebra (3)_Equações e inequações logarítmicas

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> ● Identificar equações e inequações logarítmicas; ● Resolver gráfica e analiticamente as equações e inequações logarítmicas; ● Resolver problemas reais da vida que envolvem equações e inequações logarítmicas. 	<p>8. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS</p> <p>8.1 Noção de mantissa e característica</p> <p>8.2 Co-logaritmo de um número</p> <p>8.3 Noção de anti-logaritmo de um número</p> <p>8.4 Equação logarítmica</p> <p>8.4.1 Noção de equação logarítmica;</p> <p>8.4.2 Resolução de equações logarítmicas simples;</p> <p>8.5 Inequação logarítmica</p> <p>8.5.1 Noção de inequação logarítmica;</p> <p>8.5.2 Resolução de inequações logarítmicas simples;</p> <p>8.5.3 Resolução de problemas concretos aplicando logaritmos</p>	<p>Resolve problemas no domínio da Matemática, da vida real e de outras áreas de conhecimento aplicando funções, equações e inequações logarítmicas;</p> <p>Aplica conhecimentos sobre equações e inequações logarítmicas como modelos matemáticos para a interpretação de situações do mundo real.</p>	12



Sugestões metodológicas

Para a aprendizagem desta unidade, o professor poderá conduzir os alunos a revisão sobre a função logarítmica.

É importante que se discuta um pouco da História dos Logaritmos, onde se deve enaltecer o papel de Napier, considerando-o inventor dos logaritmos. Assim, o professor poderá propor um trabalho de pesquisa sobre a vida e obra de Napier e o seu papel no desenvolvimento científico e tecnológico, para que os alunos conheçam mais pormenores sobre a história. Os alunos também podem reconhecer através de exemplos concretos que os logaritmos assumem claramente um papel fundamental, pois são uma ferramenta essencial para a resolução de problemas no contexto social, económico, cultural, interdisciplinar, entre outros.

O conhecimento da definição e das propriedades básicas dos logaritmos é importante para a resolução de equações e inequações.

Na solução de problemas, às vezes, tem havido necessidade de mudar a base de logaritmo, ou seja, conhecer o logaritmo de N na base b e precisa-se de obter o logaritmo de N numa base a .

Neste contexto, é necessário que o professor elabore exercícios que despertem atenção para que os alunos observem o seguinte:

- a) quando a base do logaritmo é igual a 10;
- b) quando a base do logaritmo é igual a e (Número de Napier);

Igualmente, o professor deve orientar os alunos com vista ao uso da tabela dos logaritmos e cálculo dos logaritmos com recurso às TIC.

Ao introduzir as inequações logarítmicas, o professor deve chamar atenção aos alunos sobre as restrições a que deve estar submetida a incógnita. Também, o professor deverá orientar os alunos, para que na resolução das inequações, procurarem obter logaritmos de mesma base nos dois membros, a partir disso, trabalharem apenas com os logaritmandos, usando o fato de a função ser crescente ou decrescente:

Para avaliar os conteúdos desta unidade temática, o professor poderá aplicar avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação e debates), sumativa (provas escritas e orais) e autêntica (avaliação por pares e reflexões).



Unidade temática IX: Geometria (1)_Trigonometria

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM	CH
<p>O aluno deve ser capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcular as razões trigonométricas de um triângulo retângulo de um ângulo agudo; • Determinar um ângulo agudo, conhecida uma das razões trigonométricas; • Determinar as razões trigonométricas de ângulos especiais: 0°, 30°, 45°, 60° e 90°; • Relacionar as razões trigonométricas de ângulos complementares; • Determinar as razões trigonométricas aplicando a relação fundamental entre seno e cosseno de um ângulo; 	<p>9. TRIGONOMETRIA</p> <p>9.1 Revisão de conceitos sobre geometria:</p> <p>9.1.1 Teorema de Pitágoras;</p> <p>9.1.2 Triângulos semelhantes;</p> <p>9.1.3 Critérios de semelhança</p> <p>9.2 Razões trigonométricas de um ângulo agudo</p> <p>9.2.1 Razões trigonométricas: Seno, cosseno, tangente e cotangente;</p> <p>9.2.2 Relações entre as razões trigonometria de ângulos agudo;</p> <p>9.2.3 Razões trigonométricas de ângulos especiais: 0°, 30°, 45°, 60° e 90°;</p>	<p>O aluno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica conhecimentos da trigonometria na resolução de problemas reais de domínios da Matemática e outras áreas de conhecimento e de desenvolvimento social. 	16



<ul style="list-style-type: none"> • Resolver equações trigonométricas simples e práticos associados a vida real; • Determinar os elementos (lados e ângulos) de um triângulo rectângulo aplicando as razões trigonométricas; • Representar um ângulo qualquer num círculo trigonométrico • Converter a medida de um ângulo de graus em radianos e vice-versa. 	<p>9.2.4 Identidade fundamental da trigonometria;</p> <p>9.2.5 Uso de tabelas trigonométricas de 0° a 90°;</p> <p>9.2.6 Resolução de triângulos rectângulos;</p> <p>9.2.7 Resolução de problemas concretos aplicando a resolução de triângulos rectângulos;</p> <p>9.2.8 Resolução de equações trigonométricas do tipo $\text{sen } x = a$; $\text{cos } x = a$;</p> <p>$\text{tg } x = a$ e $\text{cotg } x = a$ sendo $a \in R$ e x é um ângulo do 1° quadrante</p>		
--	---	--	--

Sugestões metodológicas

A importância do ensino da trigonometria deverá ficar clara tanto para quem ensina como para quem aprende. Assim, é necessário que sejam mostradas algumas situações reais da aplicação da trigonometria na vida do Homem, e, para resolver tais situações necessitamos apenas das relações trigonométricas no triângulo retângulo.

O professor, deve explicar a proveniência da palavra trigonometria.

Na aprendizagem dos conteúdos desta unidade, o professor deve incentivar os alunos a dedicar maior tempo à compreensão dos conceitos e à resolução de problemas concretos.

Para a definição das razões trigonométricas de ângulos agudos, sugere-se que o professor aproveite o conhecimento-base que o aluno possui sobre a



semelhança de triângulos e particularmente sobre os triângulos retângulos. Os alunos devem ser orientados a realização de atividades que conduzam à construção das razões trigonométricas com base na semelhança de triângulos.

O professor deverá orientar actividades em que o aluno mede, constrói, usa tabelas, relaciona ângulos com distâncias usando instrumentos adequados. Também deverá dar oportunidade para que o aluno, por si só, descubra estratégias adequadas à resolução de problemas, de algumas questões concretas ligadas à vida real (por exemplo, cálculo de distâncias inacessíveis, de altura de uma torre, a altura de uma pirâmide, distância entre duas ilhas, o raio da terra, largura de um rio, entre outros).

O professor poderá fazer despertar os alunos sobre a importância da trigonometria nas áreas como Física, Música, Topografia, Engenharia, entre outras. Igualmente é importante que o professor oriente e acompanhe os alunos a realizarem trabalhos de pesquisa referentes à história da trigonometria, à ligação com problemas da vida e no âmbito da interdisciplinaridade.

É importante que o professor conduza os alunos para a relação fundamental da trigonometria a partir de um problema concreto. E para a resolução das equações trigonométricas, deverá conduzir os alunos a recorrer à compreensão, e à interpretação do círculo trigonométrico através de uma breve referência aos gráficos das funções trigonométricas.

O professor poderá auxiliar os alunos na resolução de problemas conducentes à determinação de alturas inacessíveis (edifícios, torres, montanhas, etc.) e a distância entre as margens de um rio.

Sugere-se que a avaliação dos conteúdos desta unidade temática, seja feita pela aplicação de avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação e debates), sumativa (provas escritas e orais) e autêntica (avaliação por pares e reflexões).



Unidade temática X: Organização e Tratamento de Dados_Estatística

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM	CH
<p>O aluno deve ser capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar variáveis discretas e variáveis contínuas; • Construir tabelas de frequências, gráficos circular, de barras e histograma e pictograma. • Interpretar tabelas, gráficos circulares, de barras, histograma e pictograma. • Determinar frequências absoluta relativa, percentual e acumulada para dados agrupados por classes e variação; • Resolver problemas práticos aplicando conhecimentos básicos de estatística; • Reconhecer que a exclusão e a discriminação contra determinados grupos na 	<p>10. ESTATÍSTICA</p> <p>10.1 Revisão sobre os conceitos básicos de estatística descritiva:</p> <p>10.1.1. Medidas de tendência central (média, moda e mediana);</p> <p>10.1.2. Resolução de problemas envolvendo Gráfico circular, de barras, histograma e pictogramas.</p> <p>10.2 Variáveis discretas e contínuas</p> <p>10.2.1 Dados agrupados em classes</p> <p>10.2.1.1 Tabelas de frequência (absoluta, relativa, percentual e relativa acumulada) para dados agrupados por classes e gráficos (histograma, polígono de frequências);</p> <p>10.2.1.2 Tabelas de dupla entrada gráfica de barras compostas;</p> <p>Tema transversais: ESA-Igualdade, estereótipos e preconceito de gênero; Saúde sexual e</p>	<p>O aluno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica correctamente os conceitos básicos de estatística na resolução de problemas reais da vida prática; • Usa o conhecimento da Estatística para a tomada de decisões bem na análise e interpretação várias situações do dia-a-dia. 	<p>16</p>



<p>sociedade aumentam à sua vulnerabilidade ao HIV e a outras ITS (atitude);</p> <ul style="list-style-type: none"> • Acabar com a fome, alcançar a segurança alimentar e melhoria da nutrição e promover a agricultura sustentável. 	<p>reprodutiva (Gravidez, prevenção de gravidez, ITS e incluindo o HIV).</p> <p>10.3 Medidas de dispersão de uma amostra: variância, intervalos de variação, desvio médio e desvio padrão.</p> <p>Tema transversal: EDS-Fome zero e agricultura sustentável</p>		
---	---	--	--

Sugestões metodológicas

Algumas das noções que se tratam nesta unidade, já foram abordadas nas classes anteriores, daí que a intenção da estatística nesta classe seja de dar continuidade aos conteúdos de forma progressiva dando ênfase a revisão sobre as medidas de tendência central e resolução de problemas envolvendo a representação gráfica de dados. Portanto, o professor deverá orientar os alunos a organizar, representar e tratar dados recolhidos ou em tabelas ou em gráficos de modo a facilitar a sua análise crítica e tirar conclusões.

O aluno deve ser estimulado à descoberta da contribuição da estatística nas actividades de outras disciplinas ou de outras áreas da vida social e económica através das informações obtidas em jornais, revistas, noticiários e outros meios de comunicação, igualmente, o aluno poderá ser orientado à recolha de diferentes tipos de informações, tais como, idade, género, altura, peso, etc, na turma, na escola, na aldeia, no bairro, cidade, distrito, província, e a fazer o seu tratamento através da extracção de características importantes (média, moda, mediana, tamanho da população ou amostra, tabela de frequência, etc).

Para o tratamento de questões transversais, como por exemplo cálculo de índices de prevalência do HIV/SIDA, malária, cólera, tuberculose, entre outras deve-se estimular o aluno a buscar dados em sites nacionais e internacionais (por exemplo INE, PNUD, UNESCO, entre outros) para tratamento, a representação em tabelas de frequência e gráficos já estudados e realizar a sua interpretação.

Para o tratamento dos dados agrupados, o professor deverá iniciar através de uma revisão da classificação das variáveis quanto ao tipo (discretas e contínuas). De seguida, deverá recorrer a construção de tabela de frequência de dados agrupados partindo de um problema específico, considerando os seguintes



elementos: amplitude total, número de classes, amplitude da classe, ponto médio da classe, frequência relativa acumulada, frequência absoluta acumulada. Na sequência, o professor, a partir dos dados da tabela, orienta, passo a passo, a construção de histograma e do polígono de frequências. Vale ressaltar que para a leção deste conteúdo, o professor deverá ter em conta o tamanho da amostra.

Para consolidar este conteúdo, o professor poderá conduzir a construção da tabela de frequências, o histograma e o polígono de frequências do problema anterior com recurso ao uso de software específico (Excel e outros).

Para avaliar os conteúdos desta unidade temática, o professor poderá aplicar avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação e debates), sumativa (provas escritas e orais) e autêntica (avaliação por pares e reflexões).



Unidade temática XI: Geometria (2)_Geometria espacial

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Caracterizar ponto, recta e plano • Interpretar os postulados de existência, de determinação, de inclusão e de intersecção • Indicar os critérios de paralelismo de recta e plano, de perpendicularidade de recta e plano, de paralelismo de planos e de perpendicularidade de planos • Identificar e interpretar relações espaciais • Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico 	<p>11. GEOMETRIA ESPACIAL</p> <p>11.1 Conceitos primitivos:</p> <p>11.1.1 Ponto (propriedades);</p> <p>11.1.2 Recta;</p> <p>11.1.3. Plano;</p> <p>11.2 Postulados (axiomas)</p> <p>11.2.1. Axioma de existência</p> <p>11.2.2. Axioma de determinação</p> <p>11.2.3. Axioma de inclusão</p> <p>11.2.4. Axioma de intersecção</p> <p>11.3 Posição relativa de rectas e planos</p> <p>11.3.1. Critérios de paralelismo de recta e plano</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta as formas geométricas espaciais por meio de propriedades, relacionando seus elementos; • Aplica os critérios de paralelismo de recta e plano, de perpendicularidade de recta e plano, de paralelismo de planos e de perpendicularidade de planos na resolução de problemas geométricos. <p>(fundir e ter apenas uma competência)</p>	<p>8</p>



	<p>11.3.2. Critério de perpendicularidade de recta e plano.</p> <p>11.4 Posição relativa de planos</p> <p>11.4.1. Critérios de paralelismo de planos</p> <p>11.4.2. Critério de perpendicularidade de planos.</p>		
--	---	--	--

Sugestões Metodológica

O professor poderá recorrer ao método colaborativo para esclarecer aos alunos que a geometria se reveste de grande importância pois visa desenvolver no aluno a intuição geométrica e um raciocínio espacial assim como a capacidade para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente e resolver problemas abstratos.

Para o tratamento da geometria, o professor deverá explicar aos alunos a importância da geometria e suas aplicações no dia-a-dia, na construção, agricultura, pecuária e na resolução de problemas que envolvem cálculos e medidas.

A Geometria espacial funciona como uma ampliação da Geometria plana e trata de métodos apropriados para o estudo de objectos espaciais assim como para a relação entre esses elementos. Assim, o professor deve conduzir os alunos a reconhecer as noções dos conceitos primitivos (ponto, a recta e o plano).

A geometria assenta suas bases, de um modo geral, em proposições, nomeadamente axiomas ou postulados e teoremas. É necessário que o professor ajude o aluno a estabelecer a diferença entre estes dois elementos: axiomas e teoremas.

Esta unidade vai abordar conteúdos ligados à geometria plana ou euclidiana como parte da matemática que estuda as figuras que não possuem volume. Portanto, é importante que o professor promova uma discussão com os alunos à volta do termo geometria.



As construções de ideias geométricas nos alunos deverão ser desenvolvidas a partir de actividades de ordenação, classificação de modelos de figuras planas e de sólidos.

Para consolidar os conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer ao uso de software específico (Excel e outros) para a construção de ideias geométricas.

O Professor conduz os alunos a identificarem elementos que lhes permitam relacionar o ambiente com figuras planas e geométricas, poderá ainda recorrer a kits de matemática.

Para avaliar os conteúdos desta unidade temática, o professor poderá recorrer às seguintes estratégias: avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação e debates), sumativa (provas escritas e orais) e autêntica (avaliação por pares e reflexões).



Plano Temático da Disciplina de Matemática da 11ª Classe



Unidade temática I: Números e Operações _ Introdução à Lógica Matemática

<p>OBJECTIVOS ESPECÍFICOS</p> <p>O aluno deve ser capaz de:</p>	<p>CONTEÚDOS</p>	<p>RESULTADOS DE APRENDIZAGEM</p> <p>O aluno:</p>	<p>CH</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar proposições • Atribuir valor lógico correcto a uma proposição, • Aplicar as propriedades de negação, disjunção e conjunção • Demonstrar as propriedades através de tabelas de verdade • Interpretar as leis de de Morgan • Aplicar as Leis de de Morgan na resolução de problemas; • Distinguir a expressão proposicional de uma proposição; 	<p>1. INTRODUÇÃO À LÓGICA MATEMÁTICA</p> <p>1.1 Noção de lógica;</p> <p>1.2 Designações e proposições;</p> <p>1.3 Operações lógicas: negação, conjunção e disjunção (inclusiva e exclusiva), implicação material e equivalência material:</p> <p>1.3.1 Tabelas de verdade</p> <p>Tema transversal: ESA-Famílias</p> <p>1.3.2 Propriedades das operações lógicas: negação, conjunção,</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica e interpreta com rigor lógico as propriedades de negação, disjunção, conjunção e as leis de de Morgan na resolução de problemas reais; • Usa quantificadores na tradução de expressões correntes em expressões quantificadas e vice-versa; • Usa conhecimentos de lógica como uma via para disciplinar a mente e exercitar a capacidade de comunicar conceitos, raciocínios e ideias, com clareza e progressivo rigor. 	



<ul style="list-style-type: none"> • Provar com as tabelas de verdade as propriedades de negação, conjunção e disjunção; • Operar com a negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência; • Aplicar quantificadores na tradução de expressões correntes em expressões quantificadas e vice-versa; • Explicar os métodos de demonstração de teoremas por indução matemática. • Aplicar os métodos de demonstração de teoremas por indução matemática; • Reconhecer que as famílias podem superar os desafios quando se apoiam uns aos outros com respeito mútuo (atitude). 	<p>disjunção inclusiva, implicação material e equivalência material.</p> <p>Tema transversal: ESA-Saúde sexual e reprodutiva (Gravidez, prevenção da gravidez, HIV/SIDA, ITS)</p> <p>1.4 Expressões designatórias e proposicionais ou condições</p> <p>1.4.1 Operações com condições: negação, conjunção e disjunção,</p> <p>1.4.2 Primeiras Leis de Morgan</p> <p>1.4.3 Implicação formal e recíproca</p> <p>1.4.4 Equivalência formal</p> <p>1.5 Quantificação e quantificadores</p> <p>1.5.1 Existencial e universal</p> <p>1.5.2 Segundas Leis de Morgan</p> <p>1.6 Método de demonstração por indução matemática.</p>		20
---	---	--	-----------



Sugestões metodológica

Para introduzir os conteúdos desta unidade, o professor deverá orientar a resolução de exercícios relacionados com operações com conjuntos. De seguida, poderá recorrer a expressões para que o aluno consiga identificar e diferenciar aquelas que representam termos ou designações. Feito este exercício, a partir dos termos identificados poderá formar frases que sejam verdadeiras ou falsas e a partir das frases formadas, o professor traduz-as em linguagem matemática, explicando aos alunos o procedimento da tradução da linguagem corrente para a linguagem matemática e vice-versa.

No tratamento dos conteúdos sobre a lógica, é importante garantir que os alunos discutam os conceitos (termos ou designações e proposição), saibam a diferença entre proposição e expressão proposicional; expressão designatória e expressão proposicional. Eles, devem, ainda, distinguir e dar exemplos sobre uma proposição e designação; uma proposição e expressão proposicional.

De seguida, o professor deverá criar debate sobre problemas ligados com as operações com proposições, considerando a sequência do seu grau de complexidade. No tratamento das operações lógicas, sugere-se que seja priorizado o uso das tabelas de verdade para comprovar e demonstrar a relação entre a expressão da implicação: na disjunção, na negação e na negação da implicação.

O professor, a partir do problema concreto ligado aos termos, amizade, amor, namoro, tolerância, inclusão, respeito, comportamento de longo prazo e parentalidade, poderá auxiliar os alunos a estabelecerem a diferença entre disjunção inclusiva e exclusiva.

Após a resolução de problemas da aplicação será importante a sistematização das propriedades das operações lógicas, que irão permitir a resolução de exercícios sobre a simplificação das expressões, assim como, a demonstração das identidades sem recorrer às tabelas de verdade. Igualmente, o professor poderá usar para analisar dados relacionados a desigualdades sociais, agravos sociais e mudanças climáticas através da lógica matemática.

Assuntos como a lei da conversão, as primeiras leis de De Morgan e os quantificadores devem ser aplicadas à medida que forem necessários. Assim, sugere-se que o professor através do método colaborativo proponha problemas para que os alunos possam explorar questões ambientais no estudo das leis De Morgan, por exemplo, com vista a explicar a Lógica proposicional para formalizar proposições que afirmam que um evento (P) leva a outro (Q)), o professor pode ainda recorrer à relação entre o desmatamento e a perda da biodiversidade, degradação de habitat e alterações climáticas. Em palavras simples pode dizer: que o desmatamento (evento P) diminui ou extingue o habitat de muitas espécies de plantas e animais, ameaçando



a vida selvagem (eventos Q).

Dada a importância de noções de lógica na clarificação de alguns raciocínios, é importante que o professor ajude os alunos a justificarem os procedimentos de resolução de problemas; a demonstrar fórmulas e teoremas.

Através de exemplos práticos, deve-se auxiliar os alunos a verificarem a aplicabilidade do princípio da não contradição e do terceiro excluído; a tradução simbólica destes princípios.

Também com recurso a problemas simples, o professor poderá orientar os alunos a traduzir para a linguagem corrente expressões quantificadas, tais como;

$\forall x \in \mathbb{R}: x^2 < 1$; $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + x = 0$. Nos métodos de demonstração por indução infinita e redução ao absurdo deverão ser abordados casos simples.

A avaliação dos conteúdos desta unidade temática, poderá ser feita através do método formativo ou progressivo e sumativo.



Unidade temática II: Álgebra (1)_Álgebra

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar expressões algébricas; • Classificar expressões algébricas; • Determinar o domínio de existência de expressões algébricas racionais e irracionais; • Operar com a fracções racionais • Determinar o domínio de existência de fracções racionais; • (adição, a subtracção, multiplicação e divisão); • Determinar o domínio de existência de fracções irracionais; • Racionalizar o denominador de expressões irracionais; • Resolver equações racionais e irracionais; • Resolver analiticamente as inequações irracionais; 	<p>2. ÁLGEBRA</p> <p>2.1 Expressões algébricas:</p> <p>2.1.1 Noção de expressão algébrica</p> <p>2.1.2 Classificação de expressões algébricas</p> <p>2.1.3 Transformações algébricas</p> <p>2.2 Fracções racionais</p> <p>2.2.1 Noção de fracção racional</p> <p>2.2.2 Domínio de existência</p> <p>2.3 Operações com fracções racionais</p> <p>2.3.1 Adição, subtracção e multiplicação</p> <p>2.3.2 Divisão através da simplificação</p> <p>2.3.3 Equações e inequações racionais</p> <p>2.4 Expressões irracionais</p> <p>2.4.1 Noção expressão irracional</p> <p>2.4.2 Domínio de existência</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta o significado das fórmulas no contexto de situações concretas, usando equações do 2º e 3º grau; • Representa relações funcionais de diferentes maneiras, passando de um tipo de representação para outros usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas. 	25



<ul style="list-style-type: none"> • Resolver sistemas de 3 equações lineares com 3 incógnitas aplicando o método de substituição, adição ordenada, misto e CRAMER; • Resolver problemas que envolvem equações; • Interpretar a solução da equação no contexto do problema apresentado. 	<p>2.4.3 Racionalização de denominadores de expressões algébricas irracional</p> <p>2.5 Equações irracional</p> <p>2.5.1 Equivalência de equações</p> <p>2.5.2 Equações do 2º grau (revisões)</p> <p>2.5.3 Equações do 3º grau (casos simples)</p> <p>2.5.4 Equações que se reduzem a uma equação quadrática</p> <p>2.5.5 Equações com radicais (Irracionais)</p> <p>2.6 Inequações irracionais.</p> <p>2.7 Resolução de sistema de 2 equações lineares a 2 incógnitas aplicando os métodos: substituição, adição ordenada e misto (revisão) e regra de Cramer</p> <p>2.8 Resolução de sistema de 3 equações lineares a 3 incógnitas aplicando regra de Cramer</p>		
--	--	--	--

Sugestões metodológicas

Na introdução desta unidade, o professor poderá dar um pequeno historial, sobre o surgimento das equações e o percurso das tentativas feitas para a descobertas das fórmulas de resolução das equações do terceiro e quarto graus, destacando, o local, o século do início das investigações, os efeitos marcantes de alguns matemáticos da época, como Tartaglia, Bombelli, Girard, e do matemático Gauss.

Antes de abordar as equações com radicais e de grau superior, sugere-se, que o professor faça exercícios diversificados para a revisão sobre



potenciação e a radiciação (simplificação de radicais), assim como a racionalização de denominadores. Posto isto, o professor poderá abordar a classificação das expressões algébricas e a determinação de domínio de existência.

O professor, para introduzir aprendizagem de equações, é importante partir das equações polinomiais (quadráticas, cúbicas e grau superior) onde, com recurso aos métodos de resolução de problemas e colaborativos, deve orientar os alunos a resolver equações, utilizando a factorização com objectivo de aplicar a lei do anulamento do produto. De seguida, poderá introduzir equações com radicais, cujo procedimento da resolução destas, deverá ter em conta a determinação de domínio de existência.

Sempre que possível, o professor deverá orientar o aluno a usar o método de substituição. Para consolidar os conteúdos desta unidade, o professor poderá conduzir a resolução de equações com recurso ao uso de software específico.

O professor pode exemplificar a resolução de equações, recorrendo a problemas ligados à ocorrência de erosão ou a fragilidade da paisagem, consumo de água e de energia eléctrica de uma população e resíduos gerados através de equações.

Na utilização da regra de Cramer sugere-se o uso de exemplos que tendem a resolver problemas de sistemas de equações lineares como a importância da cadeia alimentar na qual ocorre uma sequência linear onde a matéria e a energia são transferidas de um nível trófico a outro ou ainda a teia alimentar.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a ciências, engenharias e tecnologias.



Unidade temática III: Funções (1)_Função exponencial

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar uma função exponencial; • Representar graficamente uma função exponencial; • Realizar o estudo completo da função exponencial; • Identificar a assíntota horizontal; • Fazer o estudo completo de gráficos da função exponencial. 	<p>3. FUNÇÃO EXPONENCIAL</p> <p>3.1 Representação gráfica das funções $y = a^{x \pm b}$; $y = a^x \pm B$; e $y = a^{x \pm b} \pm B$ a partir da função $y = a^x$;</p> <p>3.2 Estudo das funções $y = a^{x \pm b}$; $y = a^x \pm B$; e $y = a^{x \pm b} \pm B$; domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota horizontal e ordenada na origem.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta o gráfico da função exponencial; • Explica as estratégias para a construção da solução de um problema envolvendo uma função exponencial; • Aplica as funções exponenciais na resolução de problemas do quotidiano. 	10

Sugestões metodológicas

Tomando em consideração que os alunos já têm conhecimentos sobre o conceito de função exponencial, aprendidos na 10ª classe, sugere-se que a abordagem dos conteúdos desta unidade inicie com a revisão das propriedades da função exponencial, tendo em conta a representação gráfica da função $y = a^x$ e, considerando os casos em que $a > 1$ e $0 < a < 1$, incluindo o estudo completo da função, com recurso ao método colaborativo.

Para assegurar a abordagem dos conteúdos da unidade, é importante garantir que os alunos saibam que a expressão analítica da função exponencial é uma potência. Para tal, o professor, recorrendo ao método de questionamento, poderá sugerir a resolução de exercícios envolvendo situações



especiais (base é igual a zero ou a um) da função exponencial.

De salientar que a exercitação deve incluir problemas que descrevam situações de crescimento ou decrescimento rápido de um certo acontecimento, por exemplo a evolução de juros ganhos por certo capital, poluição, temperaturas, materiais radioactivos, crescimento populacional, decrescimento de recurso e outras situações sociais.

A partir da resolução destes exercícios, o professor poderá igualmente orientar os alunos para estabelecerem uma comparação entre os dois casos: $0 < a < 1$ e $a > 1$ e generalizar as propriedades das funções exponenciais do tipo $y = a^x$.

Depois da revisão, recorrendo ao método colaborativo, o professor poderá introduzir o estudo da função exponencial do tipo $y = a^{(x \pm b)}$, apresentando a representação gráfica, a comparação e análise das funções, portanto, será importante conduzir os alunos a chegar a conclusões gerais à volta do estudo completo da função tendo em consideração o parâmetro b e o coeficiente da variável x .

Para consolidação dos conteúdos desta unidade, com recurso ao método de resolução de problemas, o professor poderá propor ao aluno actividades conducentes à interpretação dos gráficos de funções exponenciais, com recurso ao uso das TIC.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação, entre outros) e sumativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a diversas áreas do conhecimento.



Unidade temática IV: Álgebra (2)_Equações e inequações exponenciais

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as equações e inequações exponenciais; • Resolver gráfica e analiticamente as equações e inequações exponenciais; • Resolver problemas reais da vida que envolvem equações e inequações exponenciais; 	<p>4. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS</p> <p>4.1 Resolução gráfica e analítica de equações exponenciais;</p> <p>4.2 Resolução gráfica e analítica de inequações exponenciais.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica equações e inequações exponenciais na resolução de problemas reais da vida; • Interpreta graficamente as equações e inequações exponenciais. 	20

Sugestões metodológicas

Tendo em conta que os alunos têm conhecimentos sobre a função exponencial, sugere-se que, inicialmente, o professor faça a revisão do estudo completo da função, incluindo a representação gráfica da mesma. Esta revisão deve ser antecedida pela resolução de problemas que exigem a aplicação das propriedades da função exponencial, interpretação de gráficos.

Tendo em consideração os conhecimentos já adquiridos em classes anteriores, quer dentro do mesmo tema quer com temas diferentes, na introdução dos conteúdos desta unidade é fundamental apresentar aos alunos actividades diversificadas, que permitam a exploração das diferentes tecnologias, quer sobre o processo de modelação, quer sobre os conceitos matemáticos, para ajudar os alunos a desenvolverem a compreensão e aplicação dos



procedimentos algébricos.

A modelação com funções exponenciais pode ser feita tanto usando capacidades específicas da calculadora gráfica, como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor. Neste contexto, sugere-se que o professor faça, também, a revisão das propriedades da potenciação.

Após a revisão dos conceitos sobre função exponencial, o professor poderá recorrer ao método de resolução de problemas apresentando aos alunos exemplos ou exercícios de aplicação de equações exponenciais para resolverem individualmente ou em grupo. Adicionalmente, o professor poderá explicar o crescimento de eventos climáticos num determinado período como, aumento da produção de um certo tipo de cultura de rendimento numa determinada região com recurso a equações e inequações matemáticas.

No caso das inequações exponenciais, o professor poderá iniciar a resolução fazendo referência à monotonia de funções exponenciais, considerando os casos em que $0 < a < 1$ e $a > 1$, pois as duas situações permitem fazer a análise das soluções da inequação exponencial.

No entanto, o professor deverá reforçar que as regras bem como os princípios de equivalência considerados para o estudo dos diferentes tipos de equações e inequações, até agora tratadas, são válidos para as equações e inequações exponenciais, uma vez que qualquer exercício envolvendo a resolução de equação ou inequação exponencial irá reduzir-se à resolução de uma equação ou inequação do tipo já tratado em outras ocasiões. Deverá, ainda, enaltecer, a importância da variação da função para a resolução das inequações exponenciais.

Igualmente, para consolidação dos conteúdos desta unidade, para a resolução gráfica e analítica de equações exponenciais poderá-se recorrer ao uso de software específico.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a áreas afins.



Unidade temática V: Função (2)_Função logarítmica

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar uma função logarítmica; • Representar graficamente uma função logarítmica; • Determinar: domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função, e ordenada na origem; • Identificar a assíntota vertical; • Definir a função logarítmica como inversa da função exponencial; • Relacionar os gráficos das funções exponenciais e logarítmicas. 	<p>5. FUNÇÃO LOGARÍTMICA</p> <p>5.1 Representação gráfica das funções logarítmicas $y = \log_a(x \pm b)$; $y = \log_a x \pm B$ e $y = \log_a(x \pm b) \pm B$ a partir da função $y = \log_a x$;</p> <p>5.2 Estudo das funções logarítmicas $y = \log_a x \pm B$; $y = \log_a(x \pm b)$ e $y = \log_a(x \pm b) \pm B$: domínio, contradomínio, zeros da função, variação do sinal da função, variação da função (monotonia), assíntota vertical e ordenada na origem.</p> <p>5.3 Função logarítmica como inversa da função exponencial</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica a função logarítmica na interpretação e resolução de problemas reais da vida prática; • Explica as diferentes estratégias para a construção da solução de um problema traduzido por uma função logarítmica. 	<p>10</p>



Sugestões metodológicas

Os conceitos de logaritmo de um número e da função logarítmica bem como algumas das suas propriedades, já foram abordados na 10ª classe. Para a abordagem dos conteúdos desta unidade, sugere-se que se inicie com a revisão do conceito de logaritmo de um número e da função logarítmica através da resolução de problemas que exigem a aplicação das propriedades da função, já aprendidas.

Na revisão do conceito da função logarítmica, o professor deverá mostrar a definição de função de forma genérica e simbólica, considerando o comportamento do valor de base a , nomeadamente, quando $a > 1$ e $0 < a < 1$. Depois da consolidação do conceito da função logarítmica, o professor deverá apresentar as propriedades dos logaritmos, partindo da mais simples para a mais complexa, exemplificando cada uma delas, seguida pelos exercícios de aplicação. É importante que o professor com recurso ao método colaborativo oriente os alunos para ter domínio das propriedades dos logaritmos e da relação existente entre elas.

Na abordagem dos logaritmos decimais, o professor deverá realçar a forma de representar este tipo de logaritmos partindo de uma tabela de potência de base 10, em IR.

O estudo das funções logarítmicas $y = \log_a x \pm B$, deve ser antecedida pela revisão da representação gráfica da função $y = \log_a x$ e o respectivo estudo completo, pois este constitui a base para a representação gráfica das funções logarítmicas subsequentes.

A abordagem das funções logarítmicas $y = \log_a x \pm B$; $y = \log_a(x \pm b)$ e $y = \log_a(x \pm b) \pm B$ é similar a que se procedeu nas funções quadráticas. Na função $y = \log_a(x \pm b) \pm B$, o coeficiente b , dá translação horizontal e B é translação vertical.

A aplicação das TIC, poderá auxiliar na construção, visualização, interpretação da função logarítmica.

O professor pode explicar os padrões de poluição atmosférica através da Função Logarítmica. Exemplo: utilização de dados de qualidade do ar para avaliar a concentração de poluentes atmosféricos, como material particulado, ozono e dióxido de enxofre. A Função Logarítmica ajuda na identificação de fontes de poluição, avaliar os impactos na saúde humana e a desenvolver estratégias de controle da poluição.

A consolidação do estudo da função logarítmica deverá ser feita com base na resolução de exercícios e problemas que refletem situações práticas do quotidiano, no contexto social, económico, cultural, interdisciplinar, entre outros.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a outras áreas da ciência, economia e outras.



Unidade temática VI: Álgebra (3)_Equações e inequações logarítmicas

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM	CH
O aluno deve ser capaz de:		O aluno:	
<ul style="list-style-type: none">Identificar equações e inequações logarítmicas;Resolver gráfica e analiticamente as equações e inequações logarítmicas;Resolver problemas reais da vida que envolvem equações e inequações logarítmicas.	6. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS 6.1 Resolução de equações logarítmicas 6.2 Resolução de inequações logarítmicas	<ul style="list-style-type: none">Aplica as equações e inequações logarítmicas na resolução de problemas ligados a vida.	20

Sugestões metodológicas

Nesta unidade sugere-se que o professor inicie a abordagem dos conteúdos a partir da revisão do conceito do logaritmo. É importante que se faça uma breve discussão da História dos Logaritmos; o professor poderá propor um trabalho de pesquisa à volta da vida e obra de Napier.

Igualmente, partindo de um problema simples, o professor poderá auxiliar os alunos a reconhecerem que os logaritmos representam uma ferramenta essencial para a resolução de problemas no contexto social, económico, cultural, interdisciplinar, entre outros.

O domínio da definição e das propriedades básicas dos logaritmos é importante para a resolução de equações e inequações logarítmicas, daí que, a exercitação deverá ser um recurso para consolidar conhecimentos destas propriedades que já foram abordadas na 10ª classe.

Na resolução de problemas, o professor deverá chamar a atenção para a necessidade de mudança da base de um sistema de logaritmos.

Nessa perspectiva, é necessário ter em consideração os logaritmos cuja base é igual a 10 (*logaritmo decimal*) e o sistema de logaritmos chamado



neperiano, cuja base é o número irracional $e = 2,7183...$ também conhecido como sistema de logaritmos naturais, com grande aplicação no estudo de diversos fenómenos da natureza.

O professor deve fazer menção ao conceito de mantissas dos logaritmos decimais e orientar os alunos no uso de tabelas de logaritmos. Igualmente, deverá demonstrar que o logaritmo tem sentido somente para os números reais positivos.

Sugere-se que o professor use exemplos e exercícios sobre as relações existentes entre o crescimento populacional ao longo do tempo e a determinação do desequilíbrio e efeitos advindos deste (poluição, chuva ácida, desmatamento, entre outros). Pode-se sugerir, igualmente, o desenvolvimento de estratégias de controle de poluição mediante o uso de equações e inequações logarítmicas.

A consolidação da resolução das equações e inequações logarítmicas deverá ser feita com base na resolução de problemas que refletem situações práticas do quotidiano, no contexto social, económico, cultural, interdisciplinar, entre outros, e com recursos da TIC poderá auxiliar os alunos na interpretação dos resultados.

Para a avaliação da aprendizagem dos conteúdos desta unidade temática, o professor poderá adoptar a avaliação formativa com ênfase na resolução de problemas aplicados a outras áreas da ciência, economia e outras.



3º Trimestre

Unidade temática VII: Geometria_Geometria analítica da recta no plano

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar elementos de um vector • Operar com vectores • Aplicar vectores na resolução de problemas • Escrever as coordenadas e componentes de um vector no plano; • Escrever um vector como a diferença de dois pontos • Determinar a soma de um ponto com um vector e a soma de dois vectores; • Determinar o produto de um número real por um vector; • Determinar a norma de um vector no plano; • Determinar um vector colinear com o outro; • Resolver problemas envolvendo os conceitos norma e colinearidade entre vectores; • Calcular a distância entre dois pontos • Identificar a equação da recta • Determinar o declive de uma recta • Interpretar a condição de paralelismo e de perpendicularidade de duas rectas em função dos seus respectivos declives • Determinar o ponto médio de um segmento através da fórmula. 	<p>7. GEOMETRIA ANALÍTICA DA RECTA NO PLANO</p> <p>7.1 Elementos de um vector 7.2 Igualdade de vectores 7.3 Colinearidade de vectores 7.4 Projecção de um vector sobre outro 7.5 Operações com vectores 7.5.1 Adição de dois vectores: regra do triângulo, regra do paralelogramo e do polígono 7.5.2 Diferença entre dois vectores 7.5.3 Multiplicação de um escalar por um vector 7.6 Representação de um vector no sistema de coordenadas cartesianas 7.7 Distância entre dois pontos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Opera com vectores na resolução de problemas de vida real; • Aplica conhecimentos sobre rectas na resolução de problemas de vida real 	25



<ul style="list-style-type: none"> • Determinar os pontos de intersecção de duas rectas • Calcular a distância de um ponto a uma recta • Determinar as equações da circunferência, elipse e hipérbole 	<p>7.7.1 Divisão de um segmento numa razão dada</p> <p>7.8 Equação vectorial da recta no plano</p> <p>7.9 Equação geral da recta</p> <p>7.10 Equação reduzida da recta no plano</p> <p>7.11 Declive de uma recta</p> <p>7.12 Cálculo de declive de uma recta dados dois pontos da recta</p> <p>7.13 Posição relativa de rectas no plano</p> <p>7.14 Condição de paralelismo e de perpendicularidade de duas rectas em função dos seus respectivos declives</p> <p>7.15 Determinação de pontos de intersecção de duas rectas;</p> <p>7.16 Cálculo da distância de um ponto a uma recta;</p> <p>7.17 Equação da circunferência de centro e raio dados;</p> <p>7.18 Equação da elipse e equação da hipérbole.</p>		
--	--	--	--



Sugestões metodológicas

Nesta unidade sugere-se que o professor inicie a abordagem dos conteúdos a partir da revisão do sistema cartesiano como pré-requisito para o estudo da geometria analítica no plano. Portanto, o professor deverá propor actividades que levem o aluno a sentir a necessidade e vantagem do uso de um referencial no plano, através de figuras e/ou um referencial numa grelha recomendando a sua colocação para obter as coordenadas podendo experimentar com diferentes figuras geométricas (triângulos e quadriláteros) no plano.

Para introdução dos conteúdos desta unidade, sugere-se que se inicie com a definição do conceito vector mediante o método colaborativo, através de exemplos relacionados com o quotidiano, por exemplo, considerar a representação da deslocação de uma viatura de uma posição para outra. Através deste exemplo o professor poderá explorar as características de um vector e sua representação no plano. De seguida, poderá introduzir as operações com vectores, iniciando pelo método geométrico.

Tendo garantido que os alunos tenham o domínio do método geométrico, poderá introduzir o analítico iniciando com a identificação das componentes, coordenadas do vector e a representação analítica do vector posição no SCO. A representação geométrica poderá ser feita com recurso às TIC. Chama-se a atenção ao professor para o tratamento do conceito de vector unitário e do conceito do vector como diferença entre dois pontos.

No tratamento das operações com vetores (soma de vectores, a soma de um ponto com um vector e o produto de um escalar por um vector) pelo método analítico sugere-se o uso do método de resolução de problemas.

Para o estudo da equação vectorial da recta no plano, o professor poderá, a partir de um problema concreto, fazer a representação de dois pontos no SCO e, recorrendo às coordenadas desses pontos, escrever a equação vectorial da recta. A equação vectorial da recta surgirá naturalmente associada ao produto de um escalar por um vector e à colinearidade de dois vectores. O professor poderá orientar os alunos a saber escrever e interpretar a equação vectorial de uma recta e assim identificarem através das suas coordenadas os pontos que lhe pertençam. Deverá também aproveitar o problema colocado para a dedução da equação reduzida da recta. Igualmente, para a aprendizagem deste conteúdo (equação reduzida da recta), o professor poderá começar por apresentar aos alunos um gráfico e através do método colaborativo partindo de a apresentação do gráfico escrever a equação de qualquer recta, sem para isso ser necessário fazer exercícios repetitivos.

A aprendizagem do Produto escalar de dois vectores no plano será feita com recurso à definição e mediante a apresentação e análise das suas



propriedades, pelo método indutivo dedutivo demonstra-se a expressão do produto escalar de dois vectores.

Como actividades de aplicação do conceito de cálculo vectorial, aparece a determinação do ângulo de duas rectas e do declive de uma recta como tangente da inclinação no caso da equação reduzida da recta no plano. Também como aplicação importante deste novo conceito, os alunos encontrarão a condição de perpendicularidade de vectores bem como novas formas de definir conjuntos seus conhecidos (no plano: mediatriz, circunferência ou recta tangente a uma circunferência num ponto dado).

A circunferência, a elipse e a hipérbole devem ser tratadas essencialmente como lugares geométricos.

A equação da elipse obtém-se facilmente a partir da circunferência por meio de uma mudança afim de uma das coordenadas. Não devem ser feitos exercícios repetitivos com as equações da recta, da elipse ou da circunferência.

O professor deve assegurar que neste estudo da Geometria o aluno não se limite unicamente à manipulação de condições desligadas de situações concretas e sem as interpretar. Deve procurar que a aprendizagem dos novos conceitos apareça ligada à resolução de problemas como prolongamento da geometria estudada nas classes anteriores priorizando o uso das TIC.

Sob o ponto de vista ambiental, sugere-se que nesta unidade, o professor, junto com os alunos, se desloque para o meio circundante da escola de modo a estar em contacto com a paisagem natural ou antropizada onde poderá apreciar a natureza constituída geometricamente assim como identificar os elementos e os conceitos geométricos básicos de cada imagem.

Para avaliação dos conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer a avaliação formativa ou progressiva, autêntica (avaliar habilidade, criatividade, comunicação, entre outras).



Unidade temática VIII: Funções (3)_Funções trigonométricas

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Estudar o sinal das razões trigonométricas em cada um dos quadrantes; • Reduzir qualquer ângulo ao 1º quadrante; • Converter um ângulo do sistema sexagesimal para o sistema circular e vice-versa; • Identificar as funções trigonométricas; • Representar graficamente as funções $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{cot}g x$, $y = A \text{sen} (ax + b) + B$ e $y = A \text{cos} (ax + b) + B$, como funções reais de variável real; 	<p>8. FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS</p> <p>8.1 Círculo trigonométrico;</p> <p>8.1.1 Noção de círculo trigonométrico;</p> <p>8.1.2 Definição de razões trigonométricas.</p> <p>8.1.3 Variação do sinal de seno, cosseno, tangente e cotangente.</p> <p>8.1.4 Redução ao primeiro quadrante.</p> <p>8.1.5 Cálculo de valores das raízes trigonométricas em qualquer quadrante.</p> <p>8.1.6 Noção de radiano.</p> <p>8.1.7 Relações entre sistema sexagesimal e circular</p> <p>8.2 Funções trigonométricas: Função seno; Função cosseno; Função tangente e Função co-tangente</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Representa graficamente as funções $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{cot}g x$, $y = A \text{sen} (ax + b) + B$ e $y = A \text{cos} (ax + b) + B$, como funções reais de variável real; • Identifica a periodicidade das funções trigonométricas; • Faz o estudo completo das funções $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{cot}g x$, $y = A \text{sen} (ax + b) + B$ e $y = A \text{cos} (ax + b) + B$; 	15



<ul style="list-style-type: none"> • Identificar a periodicidade das funções trigonométricas; • Interpretar a periodicidade das funções trigonométricas; • Fazer o estudo completo das funções $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$, $\text{cot}g x$, $y = A \text{sen}(ax + b) + B$ e $y = A \text{cos}(ax + b) + B$; • Aplicar a fórmula dos senos e cossenos na resolução de triângulos; • Aplicar a fórmula da soma e diferença, ângulos duplos, bissecção de ângulos e do produto e da soma na resolução de problemas práticos da vida; 	<p>8.2.1 Representação gráfica das funções $\text{sen}x$, $\text{cos}x$, $\text{tg}x$ e $\text{cot}g x$ como funções reais de variável real;</p> <p>8.2.2 Periodicidade</p> <p>8.2.3 Estudo completo das funções (Domínio, contradomínio, zeros da função, variação da função, variação do sinal da função)</p> <p>8.3 Funções do tipo: $y = A \text{sen}(ax + b) + B$; $y = A \text{cos}(ax + b) + B$;</p> <p>8.3.1 Estudo completo das funções (Domínio, contradomínio, zeros da função, variação da função, variação do sinal da função e periodicidade);</p> <p>8.4 Fórmulas trigonométricas:</p> <p>c) Teorema dos senos</p> <p>d) Teorema dos cossenos</p> <p>8.5 Resolução de triângulos: Fórmulas dos senos e dos co-senos;</p> <p>8.6 Fórmula da soma e diferença</p> <p>8.7 Ângulos duplos</p> <p>8.8 Bissecção de ângulos</p> <p>8.9 Fórmula de produto e da soma</p>		
---	---	--	--



Sugestões metodológicas

Para o tratamento dos conteúdos desta unidade, o professor precisa de propor actividades diversificadas para relembrar a semelhança de triângulos e as razões trigonométricas de ângulos agudos aprendidos na 10ª classe. A generalização das noções deve ter em conta partindo de actividades que consideram o movimento circular, daí que seja importante a introdução do círculo trigonométrico na perspectiva da definição das razões trigonométricas. O professor deverá explorar o círculo trigonométrico e mostrar a sua importância na construção de gráficos das funções trigonométricas.

Para o estudo de funções, o professor deve dar exemplos a partir de questões concretas (tanto de outras áreas do conhecimento-Física, Química, Economia, etc.), bem como de situações reais da vida.

Para a resolução de problemas que envolvam triângulos, uma vez que os alunos na 10ª classe tiveram contacto com a semelhança de triângulos e com a trigonometria, o professor poderá usar o método baseado na resolução de problemas, propondo problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos (problemas ligados a sólidos, a moldes, à navegação, à topografia, históricos).

O professor deverá incentivar os alunos a deduzirem as razões trigonométricas em $\pi/6$, $\pi/4$ e $\pi/3$ radianos por se considerar que é importante que se conheçam alguns valores exactos das funções trigonométricas, para que mais tarde possam confirmar pontos do traçado de gráficos de funções trigonométricas. Isto não significa que se trabalhe preferencialmente com estes valores, até porque se pode usar as TIC.

No tratamento dos ângulos e do arco generalizados, o professor recomenda através do método colaborativo actividades práticas que relacionam os ângulos entre os sistemas sexagesimal e circular.

Para o estudo das funções seno, co-seno, sugere-se que o professor inicie pelo estudo no círculo trigonométrico fazendo a comparação das razões senos e co-senos de dois números reais. O professor deverá auxiliar o aluno na compreensão do círculo trigonométrico, pois é fundamental para a generalização e sistematização das razões trigonométricas. Recorrendo às TIC, o professor poderá conduzir o aluno a entender os conceitos e interpretar as relações envolvendo ângulos e funções trigonométricas através do círculo trigonométrico de uma forma visual e intuitiva.

Recorrendo ao método baseado na resolução de problemas, tendo em conta o movimento circular, o professor poderá sugerir actividades para que os alunos recordem os conceitos básicos de trigonometria, gradualmente poderá introduzir situações novas em que a generalização das noções de ângulo e arco, bem como das razões trigonométricas aparece como necessária. É importante garantir que os alunos saibam diferenciar e relacionar as escalas



de medição de ângulos (graus e radianos). O professor ainda pode explicar através de exemplos de uso de funções trigonométricas na predição de Impactos de Mudanças Climáticas, podendo assim sugerir aos alunos a análise de séries temporais climáticas prevendo padrões sazonais, como variações de temperatura e padrões de precipitação.

O professor poderá conduzir os alunos a reconhecer as funções trigonométricas como funções periódicas e como modelos matemáticos através da visualização e interpretação da relação do círculo trigonométrico com o gráfico, igualmente poderá recorrer a TIC para a consolidação deste conteúdo. Especificamente, no caso de uso da máquina calculadora científica, é necessário que o professor ajude os alunos a diferenciarem o ângulo em graus ou radianos.

Ademais, poderão ser propostos problemas que permitam aos alunos desenvolver a aptidão para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas. Para o efeito, recomenda-se a sistematização das identidades trigonométricas fundamentais (por exemplo, teorema fundamental da trigonometria, razões da soma e diferença de ângulos, razões de ângulo duplo, razões de ângulo metade e outras).

Para avaliação das aprendizagens dos conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer à avaliação formativa ou progressiva sumativa com ênfase na resolução de problemas de diferentes áreas de saber.



Unidade temática IX: Álgebra (4)_Equações e inequações trigonométricas

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM	CH
<p>O aluno deve ser capaz de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar as equações e inequações trigonométricas; • Resolver as equações e inequações trigonométricas; • Aplicar a fórmula de Seno e cosseno na resolução de problemas reais • Aplicar fórmula da soma e diferença, ângulos duplos, Bisseção de ângulos e do produto e da soma na resolução de problemas práticos da vida; 	<p>9. EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS</p> <p>9.1 Resolução de equações trigonométricas;</p> <p>9.2 Resolução de inequações trigonométricas.</p>	<p>O aluno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica a trigonometria na resolução de problemas práticos da vida. 	<p>10</p>

Sugestões metodológicas

Tomando em consideração que os alunos já tiveram aprendizagem sobre equações e inequações, conceitos trigonométricos, círculo trigonométrico e identidades trigonométricas, como base num problema quotidiano, o professor poderá introduzir de forma sistemática a resolução de equações e inequações trigonométricas.

Para a resolução das equações e inequações trigonométricas, deverá conduzir os alunos a compreensão e à interpretação do círculo trigonométrico através de uma breve referência aos gráficos das funções trigonométricas, assim como as identidades trigonométricas, aplicando o método do questionamento.

Para consolidação, o professor deverá propor problemas variados ligados a situações concretas onde os alunos apliquem métodos trigonométricos (problemas ligados a sólidos, a moldes, à navegação, à topografia, históricos, etc..) de modo a que o aluno se aperceba da importância da trigonometria para as várias Ciências.

O recurso às TIC, permite que o aluno se preocupe menos com os procedimentos de cálculos e mais com a compreensão do problema.

Para avaliar os conteúdos dessa unidade temática, o professor poderá recorrer à avaliação formativa ou progressiva bem como à sumativa.



Plano Temático da Disciplina de Matemática da 12ª Classe



Unidade temática I: Números e Operações_ Função, equações e inequações modulares

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicar as propriedades de função modular na resolução de problemas práticos da vida real; • Identificar as funções modulares; • Determinar domínio, contradomínio, zeros da função modular, • Interpretar geometricamente o módulo de diferença de dois números reais; • Resolver, analítica e graficamente, equações e inequações modulares. 	<p>1. Função, equações e inequações modulares</p> <p>1.1 Módulo de um número real</p> <p>1.1.1 Propriedades envolvendo módulo</p> <p>1.1.2 Distância entre dois pontos na recta real (Interpretação geométrica de módulo da diferença de dois números)</p> <p>1.2 Função modular</p> <p>1.2.1 Definição de função modular e Gráfico da função modular</p> <p>1.2.2 Função módulo do tipo: $y = x$; $y = f(x)$; $y = f(x)$</p> <p>1.2.3 Transformações do tipo: $y = x \pm k$; $y = x \pm m \pm k$;</p> <p>1.2.4 Domínio, contradomínio, zeros da função, monotonia e variação do sinal da função módulo;</p> <p>1.3 Equações e Inequações Modulares</p> <p>1.3.1 Equações modulares do tipo: $x = a$;</p> <p>1.3.2 Inequações modulares do tipo $x < a$ e $x > a$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta geometricamente e analiticamente a definição de módulo de um número real e da função modular; • Aplica as propriedades de módulo de um número na resolução de equações e inequações; • Resolve problemas que envolvem equações e inequações modulares. 	20



Sugestões metodológicas

Um dos pressupostos básicos e necessários para compreender o conceito de módulo de um número real, é a interpretação geométrica de números relativos numa recta numérica. Assim, na aprendizagem da definição do módulo de um número, o professor deverá orientar aos seus alunos a perceberem que o módulo de número real surgiu da necessidade de medir a distância da origem até a um número real (negativo ou positivo) e que é usado para garantir que o valor da distância seja sempre positivo, que poderá ser ilustrado da seguinte maneira:

$$|x| = x, \text{ se } x \geq 0 \text{ e } |x| = -x, \text{ se } x < 0$$

Dessa forma, a partir de exercícios concretos, o professor orienta os alunos a determinar e representar o módulo de qualquer número positivo ou negativo, e a chegar à conclusão de que, o módulo ou valor absoluto de um número real é o próprio número, se ele for positivo, ou o seu simétrico, se ele for negativo.

No tratamento desta unidade, é importante que o professor faça abordagem das propriedades que poderão ajudar o aluno na resolução das equações e inequações modulares.

Na introdução das funções modulares, o professor para além de construir com os alunos o gráfico da função $y = |x|$, deverá fazer o seu estudo, considerando o domínio, contradomínio, pontos notáveis (intersecção com os eixos coordenados), monotonia, continuidade, extremos (relativos e absolutos), simetrias em relação ao eixo dos YY e `a origem, limites nos ramos infinitos.

Após o estudo completo, o professor poderá orientar a transformações simples de funções: dada a função, esboçar o gráfico das funções definidas por $y = f(x) + a$, $y = f(x - a)$, $y = af(x)$, $y = f(ax)$, $y = |f(x)|$, com a positivo ou negativo, descrevendo o resultado com recurso à linguagem das transformações geométricas.

O professor orienta os alunos a aplicarem as propriedades dos módulos e das funções modulares na resolução das equações e inequações modulares.

No estudo das famílias de funções, o professor poderá orientar os alunos a realizarem pequenas pesquisas relacionadas com o conceito de módulos e funções modulares no contexto do seu dia a dia, podendo aplicar as TIC.

Para avaliação dos conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer a avaliação formativa ou progressiva (listas de verificação, pesquisas e discussões), sumativa bem como avaliação autêntica (portfólios e avaliação por pares).



Unidade temática II: Organização e Tratamento de Dados_Cálculo combinatório

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Aplicar fórmulas de factorial, arranjos, combinações e permutações e de um número para resolver problemas reais da vida; • Distinguir arranjos das permutações e das combinações; • Aplicar a fórmula de Newton para efectuar desenvolvimento de $(x + y)^n$ sendo n natural; • Interpretar as fórmulas de Triângulo de Pascal e de Binómio de Newton para resolver problemas do quotidiano; • Reconhecer que as famílias podem superar os desafios quando se apoiam uns aos outros com respeito mútuo (atitude). 	<p>2. CÁLCULO COMBINATÓRIO</p> <p>2.1 Factorial de um número natural e cálculo com factorial</p> <p>2.2 Arranjo sem repetição, definição, fórmula de arranjos A_n^p e aplicações</p> <p>2.3 Permutação: Definição, fórmula de permutações P_m e aplicações</p> <p>2.4 Combinações sem repetição: Definição, fórmula de arranjos C_n^p, propriedade e aplicações</p> <p>2.5 Binómio de Newton e aplicações</p> <p>2.6 Resolução de problemas.</p> <p>Tema transversal: ESA-Família</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica fórmulas de factorial, arranjos, permutações e de combinações de um número para resolver problemas da vida real; • Distingue arranjos das permutações e das combinações; • Aplica as fórmulas de Triângulo de Pascal e de Binómio de Newton na resolução de problemas do quotidiano. 	<p>15</p>



Sugestões metodológicas

A análise combinatória é a área de matemática que tem como objecto estudar a quantidade de agrupamento que podem ser formados a partir de um determinado conjunto de objetos. O foco da análise combinatória é o estudo dos tipos de agrupamento, que são resolvidos pelo princípio fundamental da contagem. Esses agrupamentos são o arranjo, a permutação e a combinação. Para isso, é importante que o professor oriente o aluno a desenvolver habilidades de uma operação específica, como é o caso do factorial de um número.

No tratamento dos conteúdos sobre análise combinatória, é necessário que o professor auxilie o aluno a saber que o cálculo dos agrupamentos é de grande importância para a área de probabilidade, o que torna a análise combinatória um pré-requisito, poderá tomar como exemplo o tema transversal sobre a família (amizade, amor, namoro, tolerância, inclusão, respeito; comportamento de longo prazo e parentalidade). Neste contexto, sugere-se que o professor oriente aos alunos a realizarem actividades que conduzam a noção e distinção entre factorial, permutações, arranjos, combinações. Igualmente, é importante que conduza a interpretação das fórmulas de Triângulo de Pascal e do Binómio de Newton na resolução de problemas ligados a situações do seu quotidiano.

Para além do tema transversal sobre a família (amizade, amor, namoro, tolerância, inclusão, respeito, comportamento de longo prazo e parentalidade) também poderá criar debate sobre educação financeira.

Com recurso ao método de resolução de problemas, o professor deverá auxiliar o aluno a reconhecer que o cálculo probabilístico desempenha um papel crucial na vida, conduzindo à tomada de decisões em situações de incerteza e tem aplicação em diversas áreas, como em investimentos financeiros, onde ajuda a avaliar os riscos e retornos potenciais. Além disso, deverá despertar a atenção de que o cálculo probabilístico é fundamental em seguros, permitindo a definição de prémios justos, e em jogos de azar, como apostas em aplicativos online, onde nos ajuda a perceber as chances de ganhar ou perder. Compreender as probabilidades auxilia as pessoas e organizações na tomada de decisões mais informadas e estratégicas, minimizando riscos e maximizando benefícios.

O professor pode explicar o Cálculo Combinatório usando a análise de dados ambientais como a gestão sustentável dos recursos naturais, permitindo avaliar a disponibilidade e a qualidade dos recursos hídricos, a capacidade de suporte dos ecossistemas, a eficiência energética, entre outros aspectos. Com base nessa análise, é possível implementar medidas de conservação e uso racional dos recursos naturais. Adicionalmente, o professor poderá orientar os alunos a analisar problemas ambientais a partir da análise factorial (ex.: estudar os factores de cheias, seca, deslizamento de terra, desflorestamento, incêndios florestais, etc.).

Para avaliar os conteúdos dessa unidade temática, o professor poderá recorrer a avaliação formativa ou progressiva e sumativa. Porém, poderá usar outras formas que julgar adequadas no contexto STEM, tais como avaliação autêntica (portfólios) e avaliação por pares.



Unidade temática III: Organização e Tratamento de dados_Probabilidades

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer regularidades em fenómenos aleatórios; • Aplicar probabilidades para resolução de problemas práticos da vida; • Calcular frequências absolutas e relativas de um acontecimento, • Aplicar as propriedades de frequência relativa para o cálculo de probabilidades; • Calcular probabilidades de acontecimentos incompatíveis e equiprováveis. • Calcular a probabilidade de um acontecimento pela regra de Laplace. • Aplicar as ideias de probabilidade em fenómenos naturais e do quotidiano, realizando inferências e fazendo 	<p>3. PROBABILIDADES</p> <p>3.1 Fenómenos aleatórios</p> <p>3.2 Operação com acontecimentos: união, intersecção</p> <p>3.3 Acontecimento certo e impossível</p> <p>3.4 Acontecimento contrário e incompatível (disjuntos)</p> <p>3.5 Frequência absoluta e relativa de um acontecimento</p> <p>3.6 Propriedades das frequências relativas</p> <p>3.7 Noção de probabilidade obtida a partir da noção de frequência relativa (Lei de grandes números);</p> <p>Tema transversal: ESA-Saúde sexual e reprodutiva (Gravidez, prevenção da gravidez, HIV/SIDA, ITS).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Descreve acontecimentos associados a uma experiência aleatória (aos objectivos); • Determina a probabilidade de acontecimentos; • Identifica acontecimentos em espaços finitos (aos objectivos); • Estabelece a diferença entre fenómenos determinísticos e fenómenos aleatórios; • Usa as propriedades da probabilidade no cálculo da probabilidade de acontecimentos; • Resolve problemas envolvendo distribuições de probabilidade, em particular a distribuição normal. 	15



<p>predições com base numa amostra da população.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de determinação da probabilidade de um acontecimento em casos simples; • Reconhecer que desigualdade de género e diferenças de poder podem impactar os comportamentos sexuais e a capacidade de fazer escolhas seguras e agir a partir delas, como usar preservativo e acessar serviços de SSR (atitude). 	<p>3.8 Axiomatização do conceito de probabilidade num espaço finito.</p> <p>3.9 Determinação da probabilidade de um acontecimento quando os acontecimentos elementares são equiprováveis usando a Lei de Laplace e não equiprováveis</p> <p>3.10 Resolução de problemas.</p>		
--	---	--	--

Sugestões metodológicas

Ao tratar o capítulo de probabilidades e com recurso à aprendizagem baseada em questionamento, o professor deve criar a possibilidade de o aluno identificar fenómenos aleatórios e preparar condições para realizar o cálculo de probabilidades com sucesso.

Sugere-se que a introdução do conceito de probabilidade seja desenvolvida através do método baseado em experiências, iniciando com a realização de experiências aleatórias (lançamento de moeda, lançamento dum dado, nascimento duma menina ou menino, entre outros).

O professor deverá auxiliar os alunos a elaborarem formas de registo "legíveis" para os resultados das suas observações que podem ser partilhadas entre grupos. Deste modo, o professor através do método colaborativo, deverá promover experiências e o estudo de situações (em particular dos jogos) que devem ser aproveitadas para dinamizar discussões de tipo científico inspirando se na igualdade, estereótipos e preconceitos de género, construção social de género e normas de género, gravidezes e prevenção de gravidez, HIV/SIDA e métodos contraceptivos. Os alunos deverão ser conduzidos por via dos registos das suas observações que quanto maior for o número de experiências realizadas, melhor será a estimativa obtida



para a probabilidade.

Aconselha-se que o professor por meio de recurso a métodos baseados em jogos, tecnologias digitais (Gamificação, simulações com a calculadora, entre outros) e resolução de problemas oriente os alunos a realizarem actividades para que eles por si só estimem as probabilidades de acontecimentos através da análise de um gráfico (histograma). A definição axiomática das probabilidades pode ser obtida pela intuição a partir das conclusões que se forem tirando das actividades realizadas e de outros exemplos apresentados.

É importante que o professor incentive o aluno, sempre que possível, a resolver os problemas por diferentes processos, discutindo cada um deles com o professor e com os restantes colegas de modo a poder apreciar cada uma das formas de abordar o problema. O professor deve solicitar, frequentemente, que descrevam com pormenor, oralmente e por escrito, os raciocínios efectuados. É aconselhável elaborar boas formas de registo para os resultados das suas experiências de modo a poderem ser partilhadas em grupo.

O professor, através do método colaborativo, deverá conduzir os alunos a perceberem que o facto de tanto a definição da frequência e da definição clássica de probabilidade assim como a probabilidade condicionada satisfazerem a axiomática das probabilidades permite compreender melhor o papel de uma axiomática em Matemática.

A consolidação da unidade poderá ser feita através da resolução de exercícios e problemas que se aplicam ao conceito de probabilidades, por exemplo, os eventos práticos para ilustrar claramente os conceitos de probabilidade, risco e retorno. Conforme se pode ver, a probabilidade muito baixa de ganhar nas apostas e em outros jogos de azar resulta num retorno esperado negativo, destacando o risco associado a esse tipo de jogos.

O professor poderá usar problemas conducentes ao cálculo de probabilidade como ferramenta que pode ser aplicada no estudo do ambiente, por exemplo, a probabilidade de ocorrência de riscos de desastres como resultado de exploração insustentável dos recursos naturais, ciclones, cheias, secas, precipitação, etc.

Para avaliar os conteúdos desta unidade temática, o professor poderá recorrer a avaliação formativa ou progressiva (discussões e lista de verificação) e sumativa. Igualmente, poderá usar outras formas que julgar adequadas, tais como avaliação autêntica (portfólios, avaliação por pares e reflexões), avaliação baseada no desempenho (demonstrações, apresentações, simulações, modelos e experiências) e ferramentas digitais (análise de aprendizagem e gamificação).



Unidade temática IV: Funções_Funções reais de variável real

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Definir função; • Representar uma função numa tabela e num gráfico • Identificar uma função através da representação gráfica. • Identificar o domínio, contradomínio, zeros, sinal, monotonia), construir uma tabela de variação de uma função; • Identificar o domínio de uma função através da sua expressão algébrica, • Averiguar se uma função é injectiva, sobrejectiva ou bijectiva. • Resolver problemas práticos da vida aplicando funções; • Determinar a composição de funções. 	<p>4. FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL</p> <p>4.1 Revisão da noção de função e gráfico de uma função</p> <p>4.2 Revisão das funções linear, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica.</p> <p>Tema transversal: BVM Valorização de acções</p> <p>4.3 Paridade de funções: critério analítico e gráfico</p> <p>4.4 Classificação das funções em injectiva, sobrejectiva e bijectiva</p> <p>4.5 Função homógrafa: gráfico e propriedades</p> <p>4.6 Operações com funções: Adição, subtração, multiplicação e divisão</p> <p>4.7 Função inversa: propriedades e determinação da expressão analítica.</p> <p>4.8 Função monótona</p> <p>4.9 Composição de funções (representação analítica e gráfica).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica uma função de variável como um modelo matemático para resolver problemas do dia-a-dia; • Identifica o modelo de uma função através da sua representação gráfica e expressão analítica; • Resolve problemas práticos da vida aplicando funções. 	15



Sugestões metodológicas

Para a introdução desta unidade e tendo feito o estudo completo de diferentes funções nas unidades anteriores, o professor poderá conduzir os alunos, através do método de aprendizagem baseado em colaboração, a interpretar gráficos e tabelas que relacionam grandezas, começando pela identificação, de forma intuitiva, de variáveis, domínio, contradomínio, objectos, imagens, zeros, sinal e monotonias.

É importante que o professor use tabela, gráfico e expressão analítica como forma de representar uma função. A linguagem e simbologia utilizadas pelo professor devem ser interiorizadas progressivamente a partir de exemplos do quotidiano ou das ciências.

Com recurso ao método colaborativo, o professor poderá recorrer às tabelas de variação da função para dar a ideia da monotonia, assim como, às tabelas da variação do sinal da função para reforçar a utilização das mesmas na resolução de inequações. No estudo dos diferentes casos de funções, é importante que o professor considere a monotonia, concavidade, vértice, zeros e variação do sinal.

Recorrendo ao método de resolução de problemas, em todas as circunstâncias, o professor deverá incentivar o aluno a fazer um desenho ou esboço de um problema, evitando que estes se limitem exclusivamente à resolução de equações e à utilização de fórmulas e sempre que for necessário, justificar com detalhe o processo utilizado.

Para a consolidação dos conteúdos desta unidade, com recurso aos métodos de resolução de problemas e colaborativos, o professor poderá aplicar as TIC na construção e visualização dos diferentes tipos de gráficos das funções, igualmente, poderá propor problemas relacionados com valorização de acções da Bolsa de Valores de Moçambique (BVM).

Para avaliar os conteúdos dessa unidade temática, o professor poderá recorrer à avaliação formativa ou progressiva e sumativa. Porém, poderá usar outras formas que julgar adequadas no contexto STEM, tais como avaliação autêntica (portfólios e avaliação por pares).



Unidade temática V: Funções_ Funções reais de variável real natural (sucessões numéricas)

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Determinar termo geral de uma sucessão; • Verificar se um dado número é ou não termo de uma dada sucessão; • Reconhecer situações em que os modelos de progressões aritméticas ou geométricas são adequados • Distinguir crescimento linear de crescimento exponencial; • Investigar propriedades de progressões aritméticas e geométricas; • Verificar se uma sucessão é ou não limitada; • Verificar se uma sucessão é uma progressão aritmética ou é progressão geométrica; • Resolver problemas que 	<p>5. FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL NATURAL (SUCESSÕES NUMÉRICAS)</p> <p>5.1 Noção de sucessão.</p> <p>5.2 Termo geral de uma sucessão.</p> <p>5.3 Sucessão monótona</p> <p>5.4 Sucessão limitada</p> <p>5.5 Limite de uma sucessão.</p> <p>5.5.1 Cálculo de limites</p> <p>5.5.2 Operações com limites.</p> <p>5.6 Indeterminações</p> <p>5.7 Limites notáveis</p> <p>5.8 Sucessão infinitamente grande e infinitamente pequena.</p> <p>5.9 Progressão aritmética</p> <p>5.9.1 Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética</p> <p>5.9.2 Soma de n termos de uma progressão aritmética</p> <p>5.10 Progressão geométrica</p> <p>5.10.1 Fórmula do termo geral de uma progressão geométrica</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resolve problemas práticos da vida conducentes a progressão aritmética e geométrica; • Resolve problemas práticos da vida relacionados com a soma de n termos de uma progressão aritmética e geométrica (finita e infinita). 	<p>20</p>



<p>incidam sobre a soma de n termos consecutivos de uma progressão;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas práticos da vida usando as propriedades de progressões aritméticas ou de progressões geométricas; • Aplicar o termo geral de uma sucessão na resolução de problemas práticos da vida e matemáticos 	<p>5.10.2 Soma de n termos de uma progressão geométrica.</p> <p>5.10.3 Soma de n termos de uma progressão geométrica infinita</p> <p>5.11 Exercícios de aplicação</p> <p>5.12 Limites de sucessões – definição e cálculo</p>		
---	--	--	--

S



Sugestões metodológicas

Para a introdução desta unidade, o professor poderá recorrer à resolução de problemas do quotidiano relacionados com o conceito de sucessão (por exemplo: sucessão de dias e noites, a sucessão dos reinados em uma monarquia, entre outros) para evidenciar conexões entre a matemática e as outras disciplinas.

De seguida, faz a sistematização da discussão sobre os exemplos levantados para chegar ao conceito de sucessão e às suas propriedades.

Recorrendo ao método de resolução de problemas, o professor deverá orientar uma discussão para se chegar a expressões para os termos gerais das sucessões. Do mesmo modo, de forma sistemática poderá introduzir noções de termo, de ordem, ou até de razão, etc., sempre que necessário, as definições devem ser suportadas por exemplos que esclareçam ideias imediatas e corrijam eventuais concepções alternativas. Deste modo, os alunos são conduzidos para construção da confiança nos seus próprios saberes e passam a compreender as novas aquisições como complementares e facilitadoras, aprofundando suas competências para dar respostas às situações cada vez mais complexas.

Na resolução dos problemas levantados, o professor poderá sugerir a utilização das TIC

(calculadora, software específico, etc.) para ajudar a calcular, construir tabelas, desenhar e interpretar gráficos. Igualmente, deverá estabelecer uma redacção em simbologia matemática recomendando exercícios simples e rápidos onde as definições simbólicas podem ser testadas substituindo um valor na variável n .

Após a abordagem da sucessão, o professor deverá orientar exercícios conducentes à definição de progressão recorrendo ao método colaborativo e para a consolidação do conceito de progressão, deverá sistematizar as características de cada progressão identificando a razão e interpretando o termo geral.

Nesta unidade, temática a avaliação dos conteúdos, o professor poderá usar a avaliação formativa ou progressiva e sumativa. Ainda, poderá usar outras formas que julgar adequadas no contexto STEM, tais como avaliação autêntica (jogos, avaliação aospres).



Unidade temática VI: Funções_ Limites e continuidade de funções

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Explicar a noção de limite de uma função; • Aplicar as propriedades dos limites de funções para o cálculo de limites; • Identificar as formas indeterminadas de limites de funções; • Levantar as indeterminações de funções; • Aplicar as propriedades dos limites de funções para o cálculo de limites; • Identificar as formas indeterminadas de limites de funções; • Levantar as indeterminações de funções; • Calcular limites laterais • Calcular limites notáveis • Definir uma função contínua num ponto; • Identificar uma função contínua dado o seu gráfico; 	<p>6. LIMITES E CONTINUIDADE DE FUNÇÕES</p> <p>6.1 Limites de uma função</p> <p>6.1.1 Definição de limite de uma função num ponto</p> <p>6.2 Operações com limites.</p> <p>6.2.1 Propriedades dos limites de funções.</p> <p>6.3 Limites notáveis.</p> <p>6.4 Cálculo de limites.</p> <p>6.5 Indeterminações</p> <p>6.6 Limites laterais.</p> <p>6.7 Continuidade de funções</p> <p>6.7.1 Funções contínuas e descontínuas</p> <p>6.7.2 Classificação dos pontos de descontinuidade</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Averigua a existência de limite ou de limites laterais de uma função quando a variável x tende para um ponto; • Resolve o limite de funções; • Resolve a continuidade das funções; • Aplica as propriedades dos limites de funções para o cálculo de limites. 	<p>20</p>



<ul style="list-style-type: none"> Determinar se uma função é contínua, dada a sua expressão analítica. 	<p>6.8 Propriedades e operações sobre funções contínuas</p> <p>6.9 Limites infinitos.</p>		
--	---	--	--

Sugestões metodológicas

Como pré-requisito para introdução destas unidades, recomenda-se a revisão do estudo completo de funções (linear, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica, etc.).

Para introduzir o conceito limite de uma função, o professor deverá recorrer à representação gráfica das funções já definidas anteriormente e por leitura chega-se à solução do limite considerado; o conceito deverá ser discutido de acordo com Heine com menção ao teorema de Bolzano-Cauchy. Gradualmente, o professor deverá introduzir as propriedades sobre operações com limites, limites notáveis, as indeterminações, as assíntotas e as continuidades de funções.

O conceito de limite de função deve ser utilizado de forma intuitiva (incluindo o de limite lateral esquerdo e direito). Neste contexto devem ser introduzidos os símbolos $+\infty$ e $-\infty$, devendo chamar-se a atenção para o facto de não serem números reais, mas apenas símbolos com um significado preciso.

No cálculo de limites de funções reais de variável real, o professor auxilia os alunos a identificar e levantar as indeterminações em casos simples, referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios.

É fundamental que o professor apresente aos alunos atividades diversas recorrendo à utilização do método de resolução de problemas, tendo em consideração a exploração das TIC para visualização e obtenção do resultado dos limites das funções com a finalidade de permitir discussões ricas, quer sobre o processo de modelação, quer sobre o conceito de limite, suas implicações e propriedades.

O professor pode utilizar exemplos do crescimento da população de animais ou plantas de espécies protegidas ao longo dos anos, para explicar os limites em função do tempo.

Para a avaliação dos conteúdos desta unidade, o professor poderá utilizar às seguintes estratégias: a avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação e participação nas discussões); avaliação sumativa (provas escritas e correção dos T.P.C); avaliação autêntica (avaliação por pares, entre outros) e avaliação baseada no desempenho (apresentações, simulações, modelos e experiências).



Unidade temática VII: Funções_Cálculo diferencial

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar derivadas geometricamente; • Determinar a derivada de uma função num ponto dado, aplicando a definição; • Aplicar as regras de derivação para resolver exercícios diversificados de funções; • Aplicar as derivadas para o estudo da variação da função, variação da inclinação da função e de resolução de problemas práticos; • Fazer o estudo analítico de uma função tendo em referência questões como domínio, zeros, pontos de descontinuidade, monotonia, máximos e mínimos e concavidades; 	<p>7. CÁLCULO DIFERENCIAL</p> <p>7.1 Introdução do cálculo diferencial</p> <p>7.1.2 Conceito de razão incremental</p> <p>7.2 Derivadas de uma função</p> <p>7.2.1 Conceito de derivada de uma função num ponto.</p> <p>7.3 Interpretação geométrica.</p> <p>7.4 Derivadas laterais</p> <p>7.5 Derivabilidade e continuidade de uma função.</p> <p>7.6 Função derivável</p> <p>7.6.1 Regras de derivação de uma função.</p> <p>7.6.2 Derivação de uma função composta.</p> <p>7.6.3 Derivada de uma função inversa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resolve a derivada de uma função num ponto do domínio, e interpreta o seu significado geométrico e analítico; • Aplica as derivadas para o estudo da variação da função, variação da inclinação da função e de resolução de problemas práticos; • Constrói gráficos de uma função aplicando limites e derivadas. 	25



<ul style="list-style-type: none"> • Construir gráficos de uma função aplicando limites e derivadas. • Fazer o estudo a partir do gráfico de uma função tendo em referência questões como o contradomínio, zeros, intervalos de monotonia, extremos absolutos, extremos relativos, pontos de descontinuidade, sentido da concavidade. • Acabar com a fome, alcançar a segurança alimentar e melhoria da nutrição e promover a agricultura sustentável. 	<p>7.7 Cálculo da segunda derivada de uma função.</p> <p>7.8 Aplicação da derivada ao estudo da variação da função: determinação de extremos e dos intervalos de monotonia.</p> <p>7.9 Aplicação da derivada ao estudo da variação da inclinação da função: determinação dos pontos de inflexão e do tipo de convexidade.</p> <p>7.10 Equações das assíntotas: horizontal e verticais</p> <p>7.10.1 Estudo completo e construção do gráfico de funções, aplicando limites e derivadas.</p> <p>7.11 Aplicação da derivada na resolução de problemas práticos.</p> <p>Tema transversal: EDS-Fome zero e agricultura sustentável.</p>		
---	--	--	--



Sugestões metodológicas

O cálculo diferencial é uma das áreas fundamentais da matemática e possui uma enorme importância em várias áreas do conhecimento. Igualmente é essencial para descrever e modelar fenômenos naturais, como o movimento de planetas, a propagação de ondas, o crescimento populacional, a dinâmica de fluidos e muitos outros processos. Ele permite ainda a descrição precisa de taxas de variação e mudanças em sistemas complexos.

Nesta unidade, com recurso ao método de aprendizagem colaborativa, o professor introduz o conceito de derivada de uma função real de uma variável a partir do limite de uma função. Para uma melhor compreensão da definição de derivada, sugere-se que o professor, através do método de resolução de problemas, discuta com os alunos situações concretas de cálculo que envolvem variação da posição e movimento (velocidade e aceleração), a revisão da recta tangente e a determinação dos máximos e mínimos de uma função deverão ser consideradas relevantes.

O conceito de derivada deverá ser introduzido a partir do conceito de limite de uma função que foi abordado anteriormente, com recurso ao método colaborativo para a resolução de exercícios, o professor deverá conduzir os alunos por forma a chegar à conclusão de que para uma função real $f: D(f) \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o que chamaremos de “derivada da função f ” será também uma função. Igualmente, o professor poderá recorrer à interpretação geométrica da derivada para tornar mais clara a definição da derivada.

A partir de um método de resolução de problemas e colaborativo, o professor orienta actividades que permitam ao aluno chegar à modelação matemática, podendo recorrer a TIC. De seguida deverá explicar ao aluno o processo de modelação matemática e a sua importância no seu quotidiano e no mundo actual.

Para consolidação, o professor poderá propor problemas ou exercícios relacionados aos seguintes conteúdos: educação financeira; propensão marginal, fome zero e agricultura sustentável (erradicação da pobreza) e outras áreas de engenharia.

Para a avaliação dos conteúdos desta unidade, o professor poderá recorrer às seguintes estratégias: a avaliação formativa ou progressiva (lista de verificação, participação nos debates); avaliação sumativa (provas escritas, correção dos T.P.C. e prova oral); avaliação autêntica (avaliação por pares, entre outros) e avaliação baseada no desempenho (apresentações, simulações, modelos e experiências).



Unidade temática VIII: Funções_ Noções de cálculo integral

OBJECTIVOS ESPECÍFICOS O aluno deve ser capaz de:	CONTEÚDOS	RESULTADOS DE APRENDIZAGEM O aluno:	CH
<ul style="list-style-type: none"> • Definir primitiva de uma função; • Estabelecer as propriedades da integral da soma e do produto por constante; • Identificar integrais imediatas e por partes; • Calcular integrais imediatas e por partes; • Resolver de problemas que envolvem integrais. 	<p>8. Noções de cálculo integral</p> <p>8.1 Conceito da função primitiva</p> <p>8.2 Integral indefinido (de tabela): definição e propriedades</p> <p>8.3 Métodos de integração:</p> <p>8.3.1 Integrais imediatas</p> <p>8.3.2 Integrais por partes</p> <p>8.4 Aplicação da integral na resolução de problemas práticos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Usa as propriedades no cálculo da integral de uma função • Determina a integral de uma função e interpreta o seu significado; • Aplica a integral de uma função na resolução de problemas práticos. 	<p>15</p>



Sugestões metodológicas

A derivada e a integral são duas noções básicas do cálculo diferencial e integral. Do ponto de vista geométrico, a derivada está ligada ao problema de traçar a tangente a uma curva, enquanto que a integral está relacionada com a área de figuras planas.

Nesta unidade é importante que o professor garanta a partir do método de questionamento que o aluno tenha domínio sobre a definição da derivada, do cálculo da derivada de uma função e suas propriedades, como pressuposto para o cálculo integral de uma função.

Na introdução do conceito da função primitiva, recomenda-se o uso do método colaborativo, em que o professor poderá auxiliar os alunos a concluir que a primitiva é a função inversa de uma função derivada.

Para estudo do cálculo integral, recorrendo ao método colaborativo, o professor poderá apresentar aos alunos problemas relacionados ao cálculo de área de figuras planas regulares e gradualmente introduzir o cálculo de área de figuras irregulares e relacionar o resultado com o conceito de integral, igualmente, poderá conduzir os alunos ao conceito de integral através do teorema fundamental do cálculo integral.

Constatado que os alunos têm o domínio da aplicação do teorema fundamental do cálculo integral no cálculo de integrais, com o recurso à aprendizagem colaborativa, o professor poderá introduzir os métodos de integração (imediato e por partes), priorizando exemplos que permitam distinguir um do outro.

Para a consolidação dos conteúdos desta temática, com recurso a método de aprendizagem baseado na resolução de problemas, o professor poderá orientar actividades que conduzem o aluno ao cálculo de integrais e sua aplicação, usando plataformas educacionais (vídeos e tutoriais interativos) e softwares e ferramentas computacionais.

O Professor pode orientar a abordagem de integrais através de questões ambientais tais como, o cálculo de áreas de oceanos, rios, lagoas, lagoas, área alagada de uma barragem, entre outras.

Para a avaliação dos conteúdos, o professor poderá recorrer à avaliação formativa ou progressiva (listas de verificação e discussões) e sumativa (provas escritas, verificação dos cadernos, verificação do T.P.C). Igualmente, poderá usar outras formas que julgar adequadas no contexto STEM, tais como avaliação autêntica (avaliação por pares, entre outros).



Avaliação

A avaliação é um instrumento do processo de ensino e aprendizagem, através do qual se pode verificar como estão sendo cumpridos os objectivos e a finalidade da Educação, permitindo melhorar ou adaptar as estratégias de ensino face aos objectivos propostos, aos conteúdos e às condições concretas existentes.

Com as mudanças curriculares em curso e conseqüentemente a revisão dos programas de ensino, urge uma necessidade de se repensar também na avaliação do processo de ensino-aprendizagem, na perspectiva de saber por que avaliar, o que avaliar e como avaliar. Esta reflexão inclui questões do tipo: como avaliar numa situação de ensino orientado para o desenvolvimento de competências para a vida, através da resolução de problemas, como avaliar em situações de um jogo ou de uso de novas tecnologias, como recursos que o professor explora na sala de aula, entre outras.

O desenvolvimento de competências para vida tem um carácter transversal que ultrapassa os limites da escola e pressupõe a mobilização de uma série de recursos por parte do aluno para resolver um problema, o que significa, todos os momentos da vida, seja dentro ou fora da escola, deverão constituir oportunidades de aprendizagem efectiva, através da prática e procura de soluções variadas para problemas complexos, com base na concepção de que o sucesso do processo de ensino-aprendizagem depende, também da utilidade do que se aprende para a vida.

Neste sentido, a avaliação deverá dar a imagem do estágio do aluno no seu percurso de aprendizagem através de instrumentos diversificados de recolha de informação e deve ser vista como um processo assim como um sistema, um conjunto de etapas que se condicionam mutuamente na análise do processo de ensino-aprendizagem a fim de intervir para o seu aperfeiçoamento e o estudo dos resultados, não apenas os previstos nos objectivos, mas também os imprevistos, atingindo as dimensões de carácter social e pedagógica.

Tendo em conta que os objectivos deste ciclo estão definidos de acordo com as competências relevantes para a vida, assentes nos quatro pilares da educação nomeadamente o saber, o saber fazer, o saber conviver e o saber ser ou estar, sugere-se ao professor a ter em conta na avaliação não só aspectos de carácter cognitivos, isto é, a compreensão de conceitos, a memorização de regras e procedimentos, mas também, o saber fazer.

Segundo Plano Curricular do Ensino Secundário (PCES), a avaliação deve ser contínua, dinâmica e predominantemente formativa e abrangente, ela deve fornecer aos alunos informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente para que possam inserir-se no mercado de trabalho e participar da vida sócio-cultural, bem como, auxiliar os professores a identificar quais objectivos foram atingidos, tomando em consideração os conhecimentos adquiridos, os raciocínios desenvolvidos, as crenças, hábitos e valores incorporados, o domínio de certas estratégias, para que eles possam propor revisões e reelaborações de conceitos e procedimentos ainda parcialmente consolidados; e identificar as dificuldades dos alunos para melhorar a sua aprendizagem, valorizando as suas experiências e o seu conhecimento no sentido de saber, saber estar, saber fazer e saber ser, com vista a reconhecer a capacidade matemática dos alunos.



Os instrumentos de avaliação que o professor usa, nomeadamente provas escritas ou orais, trabalhos de pesquisa, reflexões, trabalhos práticos, exposições, entrevistas, trabalhos de grupo, entre outros, devem fornecer ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em usar convenientemente a linguagem matemática, em utilizar a matemática para o desenvolvimento social. É preciso ter em conta também o seu desempenho e suas atitudes na sala de aula, durante o processo de elaboração de conhecimentos, nos trabalhos individuais e em grupos, sua preocupação em consolidar o saber e o saber-fazer e em ajudar (explicar) os colegas, etc.

Assim sendo, propõe-se ao professor o uso de fichas de controlo, nas quais ele poderá anotar todo o desenvolvimento do aluno em termos de atitudes, competências adquiridas, habilidades, entre outros. Nestas fichas se podem colocar questões tais como:

- O aluno resolve problemas usando estratégias pessoais ou aprendidas na sala de aulas?
- Usa estratégias criativas para resolver um problema?
- Justifica com clareza suas respostas? Apresenta várias alternativas de resposta?
- Valoriza o trabalho de grupo? É dinâmico no grupo?
- Apoia os outros na resolução de problemas? É comunicativo?
- Aceita os pontos de vista dos outros?
- É persistente na procura de solução ou se desiste em face de uma dificuldade?
- Tem um espírito empreendedor? E outros aspectos que o professor achar pertinentes incluir na ficha.

O professor deve determinar com clareza o que pretende atingir, ao levantar questões sobre o percurso do aluno na sala de aula. Também é importante que ele saiba como pretende obter toda esta informação a respeito do aluno, tendo em conta os aspectos que possam ocorrer durante a aprendizagem, assim como vai fazer com os resultados da informação.

Os resultados que são expressos pelos instrumentos de avaliação elaborados pelo professor devem ser tomados sempre em consideração, pois constituem uma base para o professor fazer juízos de valor sobre um determinado aluno.

Um dos aspectos que deve merecer a atenção do professor na avaliação, é a análise do erro. Como é sabido, o erro, é um ponto de partida para uma aprendizagem consciente. “Na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como uma boa pista para a superação das dificuldades dos seus alunos. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. A concepção construtivista da aprendizagem defende "o direito ao erro "que o aluno tem. Considerando-o como um revelador dum saber em vias de constituição. Por isso, aconselha-se ao professor a não desprezar os erros que os alunos cometem, encarando-os como algo importante na aprendizagem e saber tirar proveito deles como indicadores do trabalho subsequente do professor e do aluno, visando a superação das dificuldades dos seus alunos.

Num ensino virado para o desenvolvimento de competências para a vida, é necessário que se



repensem não só em novas metodologias de ensino, mas também em um redimensionamento da componente avaliação. É pertinente que o professor, ao escolher instrumentos de avaliação, se decida sobre qual das habilidades pretende desenvolver. Por exemplo, conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese.

O professor deve acreditar que ensinar é um processo que cria condições para que o indivíduo desenvolva suas potencialidades e sendo assim, a avaliação também buscará aspectos que devem ser aprofundados. Para avaliar correctamente, exige-se clareza na definição do perfil de aluno que se pretende formar, na identificação das acções e componentes assim como dos indicadores que permitirão avaliar a tal competência, tendo em conta os resultados de aprendizagem esperados, garantindo assim uma boa actuação e intervenção intencionais no processo educativo.



Bibliografia

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/element/element.htm>. acessado em 11.09.21.

<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/EDUMAT/PROGRAMAS/PROG3CIG.HT>.

Acessado em 19.11.21;

Matemática (1995). Programa dos 10º, 11º e 12º anos. Ministério da Educação.

Departamento do Ensino Secundário;

Matemática (2010). Programa da 10ª classe, INDE/MINED-Moçambique.

Martins, A. A. et al. (2005). Matemática B 10º, 11º e 12º anos: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Secretaria de Educação Fundamental. (1998) Parâmetros Curriculares Nacionais.

Matemática-Brasília. MEC/SEF.

Maputo, Fevereiro de 2026

