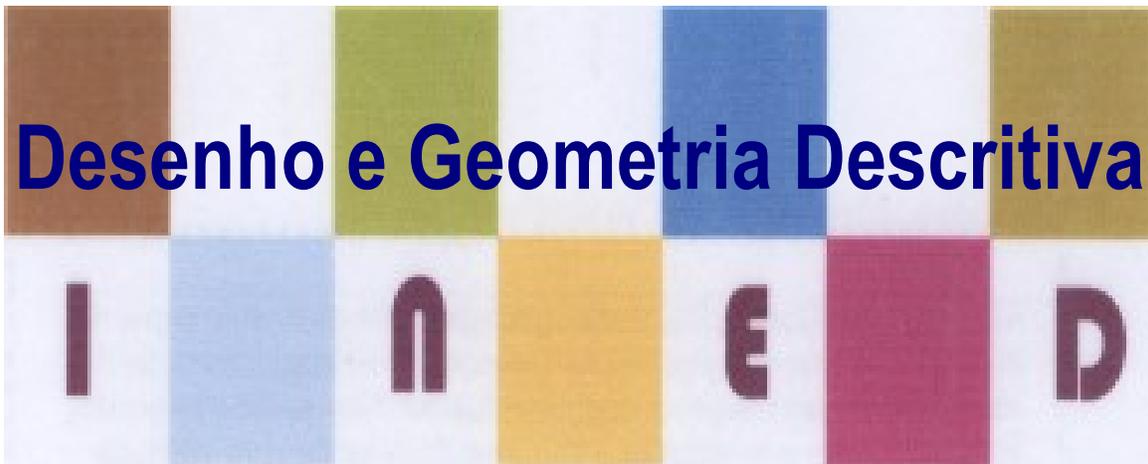


## MÓDULO 7

# Desenho e Geometria Descritiva



Representação Diedrica de Sólidos Geométricos



# Direitos de autor

Este material é propriedade exclusiva do Ministério da Educação da República de Moçambique. A sua reprodução é estritamente proibida e punível nos termos da lei.

Respeite os nossos autores



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**Instituto Nacional de Educação à Distância**

Av. 24 de Julho nº 254 Maputo

Moçambique

Fax: +25821490000 Tel: +25821490000

E-mail: [inde@inde.gov.mz](mailto:inde@inde.gov.mz)

Site da Internet: [www.mec.mz](http://www.mec.mz)



# Agradecimentos

O Ministério da Educação Instituto Nacional de Desenvolvimento da Educação deseja agradecer os abaixo mencionados pela sua contribuição na elaboração deste módulo através do fornecimento da Template:

COL





# Conteúdos

<b>Acerca deste Módulo</b>	<b>1</b>
Como está estruturado este Módulo.....	1
Habilidades de aprendizagem .....	3
Necessita de ajuda? .....	3
<b>Lição 1</b>	<b>5</b>
Projecções de sólidos geométricos .....	5
Introdução.....	5
Invisibilidade.....	5
Contorno aparente .....	6
Projecções de Pirâmides.....	7
Projecções de Pirâmides com bases horizontais ou de nível.....	7
Resumo da lição.....	12
Actividades .....	13
Avaliação .....	14
<b>lição 2</b>	<b>15</b>
Pirâmides assentes em planos de frente.....	15
Introdução.....	15
Projecção de pirâmides assentes em planos de frente .....	15
Resumo da Lição .....	17
Actividades .....	18
Avaliação .....	19
<b>lição 3</b>	<b>20</b>
Cones assentes em planos de nível.....	20
Introdução.....	20
Cones .....	20
Projecções de cones assentes em planos de nível.....	21
Resumo da lição.....	24
Actividades .....	25
Avaliação .....	26
<b>Lição 4</b>	<b>27</b>
Cones assentes em planos de frente.....	27
Introdução.....	27
Projecções de cones assentes em planos de frente .....	27

Resumo da lição.....	29
Actividades .....	30
Avaliação .....	31
<b>Lição 5</b>	<b>33</b>
Prismas assentes em planos de nível.....	33
Introdução.....	33
Prismas .....	33
Projecções de prismas asentes em planos de nível.....	34
Resumo da lição.....	37
Actividades .....	38
Avaliação .....	39
<b>Lição 6</b>	<b>40</b>
Prismas assentes em planos de frente .....	40
Introdução.....	40
Projecções de prismas assentes em planos de frente.....	40
Resumo da lição.....	44
Actividades .....	45
Avaliação .....	46
<b>Lição 7</b>	<b>47</b>
Cilindros assentes em planos de nível .....	47
Introdução.....	47
Cilindros .....	47
Projecções de cilindros com bases de nível.....	48
Resumo da lição.....	50
Actividades .....	51
Avaliação .....	52
<b>Lição 8</b>	<b>53</b>
Cilindros assentes em planos de Frente .....	53
Introdução.....	53
Projecções de cilindros com bases de frente .....	53
Resumo da lição.....	56
Actividades .....	57
Avaliação .....	58
<b>Lição 9</b>	<b>59</b>
Pirâmides assentes em planos de perfil.....	59
Introdução.....	59
Projecções de pirâmides assentes em planos de perfil .....	59

Resumo da lição.....	62
Actividades .....	62
Avaliação .....	63
<b>Lição 10</b>	<b>64</b>
Cones assentes em planos de perfil.....	64
Introdução.....	64
Projecções de cones assentes em planos de perfil.....	64
Resumo da lição.....	67
Actividades .....	68
Avaliação .....	69
<b>Lição 11</b>	<b>70</b>
Prismas assentes em planos de perfil.....	70
Introdução.....	70
Projecções de prismas de bases de perfil.....	70
Resumo da lição.....	74
Actividades .....	74
Avaliação .....	75
<b>Lição 12</b>	<b>76</b>
Cilindros assentes em planos de perfil.....	76
Introdução.....	76
Projecções de cilindros de bases de perfil.....	76
Resumo da lição.....	78
Actividades .....	79
Avaliação .....	79
<b>Lição 13</b>	<b>81</b>
Pirâmides assentes em planos de topo ou projectantes frontais.....	81
Introdução.....	81
Projecções de pirâmides com bases de topo.....	81
Passemos a representar pelas suas projecções uma pirâmide quadrangular recta, situada no primeiro diedro de projecção, sabendo que: .....	81
Resumo da lição.....	85
Actividades .....	86
Avaliação .....	86
<b>Lição 14</b>	<b>88</b>
Pirâmides assentes em planos projectantes horizontais.....	88
Introdução.....	88
Pirâmides assentes em planos projectantes horizontais .....	88

Resumo da lição.....	90
Actividades .....	91
Avaliação .....	92
<b>Lição 15</b>	<b>93</b>
Cones assentes em planos de topo .....	93
Introdução.....	93
Projectões de cones de bases de topo .....	93
Resumo da lição.....	97
Actividades .....	98
Avaliação .....	98
<b>Lição 16</b>	<b>100</b>
Cones assentes em planos verticais .....	100
Introdução.....	100
Projectões de cones de bases assentes em planos verticais ou projectantes horizontais .....	100
Resumo da lição.....	102
Actividades .....	103
Avaliação .....	104
<b>Lição 17</b>	<b>105</b>
Prismas assentes em planos de topo ou projectantes frontais.....	105
Introdução.....	105
Projectões de pirâmides assentes em planos de topo.....	105
Resumo da lição.....	107
Actividades .....	107
Avaliação .....	108
<b>Lição 18</b>	<b>109</b>
Prismas assentes em planos verticais ou projectantes horizontais.....	109
Introdução.....	109
Projectões de prismas assentes em planos verticais ou projectante horizontais.	109
Resumo da lição.....	111
Actividades .....	112
Avaliação .....	113
<b>Lição 19</b>	<b>114</b>
Cilindros assentes em planos de topo .....	114
Introdução.....	114
Projectões de cilindros assentes em planos de topo ou projectantes frontais.....	114

Resumo da lição.....	117
Actividades .....	118
Avaliação .....	119
<b>Lição 20</b>	<b>120</b>
Cilindros assentes em planos verticais ou projectantes horizontais .....	120
Introdução.....	120
Projectões de cilindros de bases verticais.....	120
Resumo da lição.....	122
Actividades .....	122
Avaliação .....	124
<b>Lição 21</b>	<b>125</b>
Esfera .....	125
Introdução.....	125
Esfera.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Projectões de uma esfera .....	125
Resumo da lição.....	126
Actividades .....	127
Avaliação .....	128
<b>Soluções</b>	<b>129</b>
Lição 1.....	129
Lição 2.....	130
Lição 3.....	131
Lição 4.....	132
Lição 5.....	133
Lição 6.....	134
Lição 7.....	135
Lição 8.....	136
Lição 9.....	136
Lição 10.....	137
Lição 11.....	137
Lição 12.....	138
Lição 13.....	138
Lição 14.....	139
Lição 15.....	140
Lição 16.....	140
Lição 17.....	141
Lição 18.....	142
Lição 19.....	142
Lição 20.....	143
Lição 21.....	144

<b>Módulo 7 de Desenho e Geometria Descritiva</b>	<b>146</b>
Teste Preparação de Final de Módulo.....	146
Soluções.....	146

# Acerca deste Módulo

## MÓDULO 7

---

### Como está estruturado este Módulo

#### A visão geral do programa

Este programa está dividido por módulos autoinstrucionais, ou seja, que vão ser o seu professor em casa, no trabalho, na machamba, enfim, onde quer que você deseja estudar.

Este programa é apropriado para você que já concluiu a 10ª classe mas vive longe de uma escola onde possa frequentar a 11ª e 12ª classes, ou está a trabalhar e à noite não tem uma escola próxima onde possa continuar os seus estudos, ou simplesmente gosta de ser auto didacta e é bom estudar a distância.

Neste programa a distância não fazemos a distinção entre a 11ª e 12ª classes. Por isso, logo que terminar os módulos da disciplina estará preparado para realizar o exame nacional da 12ª classe.

O tempo para concluir os módulos vai depender do seu empenho no auto estudo, por isso esperamos que consiga concluir com todos os módulos o mais rápido possível, pois temos a certeza de que não vai necessitar de um ano inteiro para concluí-los.

Ao longo do seu estudo, você vai encontrar as actividades que resolveremos em conjunto consigo e seguidamente encontrará a avaliação que serve para ver se percebeu bem a matéria que acaba de aprender. Porém, para saber se resolveu ou respondeu correctamente às questões colocadas, temos as resposta no final do seu módulo para que possa avaliar o seu despenho. Mas se após comparar as suas respostas com as que encontrar no final do módulo, tem sempre a possibilidade de consultar o seu tutor no Centro de Apoio e Aprendizagem – CAA e discutir com ele as suas dúvidas.

No Centro de Apoio e Aprendizagem, também poderá contar com a discussão das suas dúvidas com outros colegas de estudo que possam ter as mesmas dúvidas que as suas ou mesmo dúvidas bem diferentes que não tenha achado durante o seu estudo mas que também ainda tem.

#### Conteúdo do Módulo



Cada Módulo está subdividido em Lições. Cada Lição inclui:

Título da lição.

Uma introdução aos conteúdos da lição.

Objectivos da lição.

Conteúdo principal da lição com uma variedade de actividades de aprendizagem.

Resumo da unidade.

Actividades cujo objectivo é a resolução conjunta consigo estimado aluno, para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

Avaliações cujo objectivo é de avaliar o seu progresso durante o estudo.

Teste de preparação de Final de Módulo. Esta avaliação serve para você se preparar para realizar o Teste de Final de Módulo no CAA.

---

## Habilidades de aprendizagem



Estudar à distância é muito diferente de ir a escola pois quando vamos a escola temos uma hora certa para assistir as aulas ou seja para estudar. Mas no ensino a distância, nós é que devemos planejar o nosso tempo de estudo porque o nosso professor é este módulo e ele está sempre muito bem disposto para nos ensinar a qualquer momento. Lembre-se sempre que “ *o livro é o melhor amigo do homem*”. Por isso, sempre que achar que a matéria esta a ser difícil de perceber, não desanime, tente parar um pouco, reflectir melhor ou mesmo procurar a ajuda de um tutor ou colega de estudo, que vai ver que irá superar toas as suas dificuldades.

Para estudar a distância é muito importante que planeie o seu tempo de estudo de acordo com a sua ocupação diária e o meio ambiente em que vive.

---

## Necessita de ajuda?



Ajuda

Sempre que tiver dificuldades que mesmo após discutir com colegas ou amigos achar que não está muito claro, não tenha receio de procurar o seu tutor no CAA, que ele vai lhe ajudar a superá-las. No CAA também vai dispor de outros meios como livros, gramáticas, mapas, etc., que lhe vão auxiliar no seu estudo.



# Lição 1

## Projectões de sólidos geométricos

### Introdução

Querido estudante, seja bem vindo este módulo 7. Os conhecimentos que você adquiriu e habilidades que você desenvolveu em projectões de figuras planas nas lições anteriores vão servir de base fundamental para a projectão de sólidos geométricos, pois, eles estarão assentes em planos pelas suas bases que são figuras planas.

Vai nesta lição desenvolver a noção de invisibilidade e contorno aparente de sólidos geométricos.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- *Distinguir* as partes visíveis e invisíveis de uma pirâmide.
- *Distinguir* o contorno aparente de todos os contornos duma pirâmide.
- *Representar* pelas suas projectões uma pirâmide.
- *Distinguir* as projectões da base e do vértice duma pirâmide.

### Invisibilidade

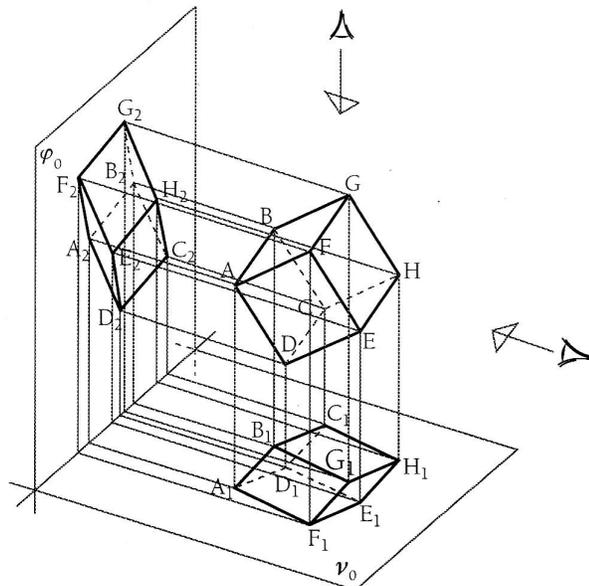
caro estudante, todos os contornos visíveis de um objecto são representadas a traço grosso e as invisíveis a traço interrompido ou ponteadado.

São invisíveis aqueles contornos ou partes de contornos que são tapadas por outras.

Dos pontos situados na mesma projectante horizontal, só é visível aquele que tiver maior cota, sendo portanto invisíveis todos os outros. Entendeu? Caso não tenha entendido, não se preocupe, o texto a seguir vai esclarecer a sua dúvida.

Entre os pontos situados na mesma projectante frontal são todos invisíveis, exceptuando aquele que estiver próximo do observador, o de maior afastamento.

Portanto nas projecções de sólidos geométricos é necessário ter em conta as partes o contorno que façam parte da mesma projectante. Observe a figura abaixo.



Contornos visíveis e invisíveis dum sólido.

Acreditamos que você deve ter notado, os contornos visíveis e invisíveis dum sólido na figura. Vamos continuar com estudo do módulo lendo o contorno aparente.

## Contorno aparente

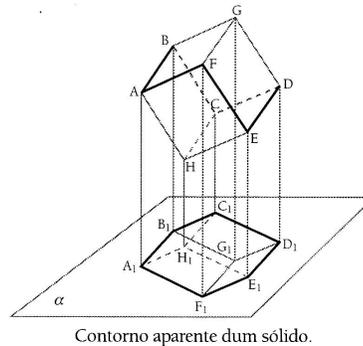
Estimado estudante, Contorno é linha ou superfície que determinam a forma de um objecto ou seja, que limita exteriormente um objecto.

Contorno aparente, numa dada projecção é a linha que separa a parte visível da parte invisível dos objectos projectados.

**Contorno aparente horizontal** dum sólido geométrico é a linha que determina os limites dessa projecção, isto é, a linha que separa, em projecção horizontal, a parte visível da parte invisível do sólido.

**Contorno aparente frontal** dum sólido geométrico é a linha que em projecção frontal separa a parte visível da parte invisível do sólido, ou

seja, a linha que determina os limites da projecção frontal. Observe com atenção a figura abaixo.



Esperamos ter notado, a linha que separa a parte visível da parte invisível.

## Projecções de Pirâmides

Estimado estudante, vamos agora estudar as projecções de pirâmide, mas primeiro, vamos recordar que pirâmide é um sólido geométrico constituído por uma base e faces laterais que apresentam formas triangulares, que partem da base e convergem num ponto chamado vértice da pirâmide.

Se a base duma pirâmide for um polígono regular essa pirâmide é **regular**.

Uma pirâmide regular cuja linha que une o centro da base ao vértice for altura, isto é, perpendicular à base, é uma **pirâmide regular recta** e tem as faces laterais iguais.

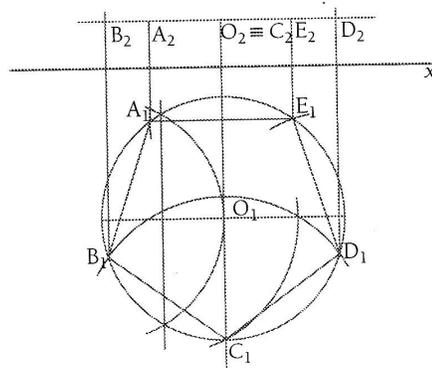
## Projecções de Pirâmides com bases horizontais ou de nível

Caro estudante, uma pirâmide assente num plano de nível tem a projecção horizontal da sua base em verdadeira grandeza. A sua altura projecta-se em verdadeira grandeza em projecção frontal.

Vamos determinar as projecções duma pirâmide pentagonal regular recta assente pela sua base num plano de nível de cota igual a 2 cm. A base da pirâmide está circunscrita numa circunferência de raio igual a 4 cm, cujo centro tem 5 cm de afastamento. O lado de menor afastamento é fronto-horizontal. O vértice da pirâmide tem cota igual a 10 cm. Agora, preste atenção nos passos que se seguem.

**1º passo**

Representa-se pelas suas projecções o pentágono regular, base da pirâmide. Este passo da resolução do exercício corresponde ao capítulo de projecções de figuras planas, que é certamente do seu domínio.



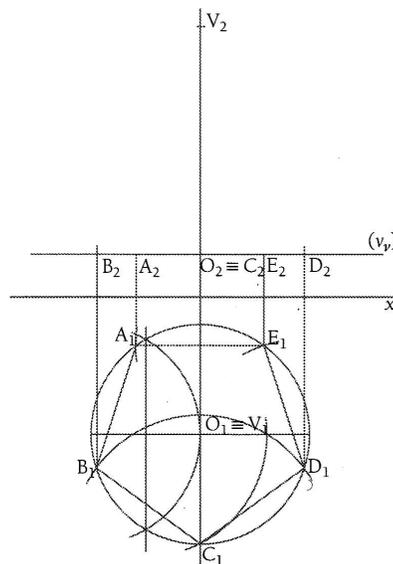
Projecções da base da pirâmide.

### 2º passo

Uma vez projectada a base do sólido, resta projectar o seu vértice ao que se segue a união deste com os vértices da base.

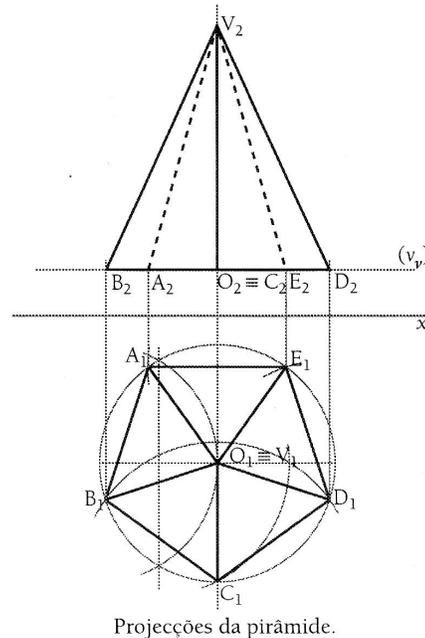
Pelas projecções do centro do pentágono, traça-se uma linha de chamada, sobre a qual se marcam 10 cm de cota e designa-se  $V_2$ , projecção frontal do vértice do pentágono.

Considerando que se trata duma pirâmide regular recta, o vértice situa-se numa linha perpendicular à base que passa pelo centro desta. Sendo assim, este vértice encontra-se na mesma projectante horizontal, portanto,  $V_1$  é coincidente com  $O_1$ .



**3º passo**

Para que as projecções da pirâmide sejam consideradas concluídas, resta apenas unir as projecções da base com as projecções do mesmo nome do vértice da pirâmide.



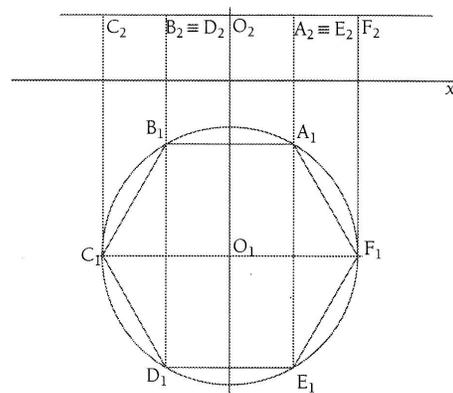
Querido estudante, você aplicou bem os passos daí que determinou as projecções de uma pirâmide pentagonal regular recta assente pela sua base num plano de nível de cota igual a 2 cm.

Vamos resolver mais um outro exercício, desta vez que consiste em determinar as projecções de uma pirâmide hexagonal regular oblíqua situada no primeiro diedro de projecção:

- A pirâmide está assente pela base num plano de nível de 1,5 cm de cota.
- O centro da base tem 6 cm de afastamento e o raio da circunferência circunscrita à base mede 5 cm.
- Duas das arestas da base são horizontais de frente.
- A altura da pirâmide é de 8 cm.
- A aresta lateral situada mais à direita é perpendicular à base.

### 1º passo

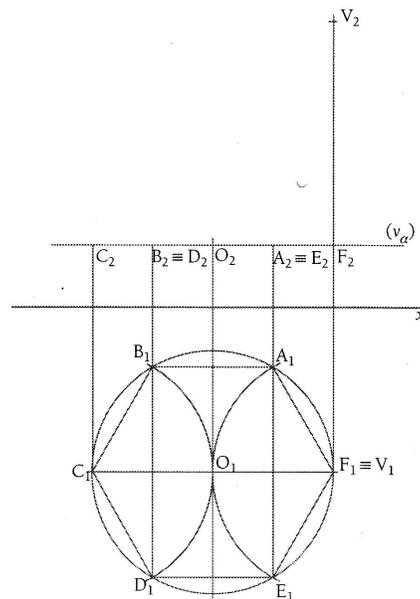
Em primeiro lugar representa-se pelas suas projecções um hexágono regular com as características acima descritas.



### 2º passo

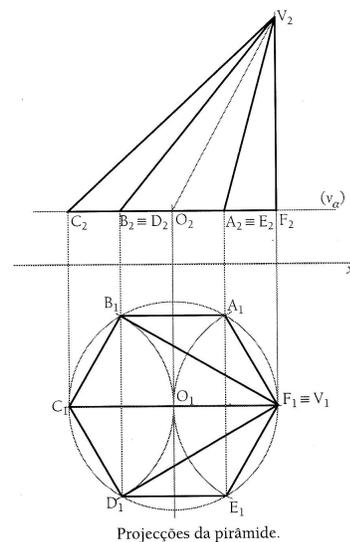
Marca-se a altura do sólido, como é do seu conhecimento, encontra-se numa linha perpendicular à base. Como a aresta lateral situada mais à direita é perpendicular à base, é sobre ela que se marca a altura do sólido a partir do plano da base e para cima desta.

Assim, a cota do vértice é de 9,5 cm, correspondentes a 1,5 cm da cota da base mais os 8 cm da altura da pirâmide.



### 3º passo

Tal como no exercício anterior, a solução do exercício encontra-se com a união das projecções dos vértices da base com as projecções do mesmo nome do vértice da pirâmide.



Prezado estudante, neste exercício valendo das suas competências e inteligência conseguiu com sucesso a determinação das projecções duma pirâmide hexagonal regular oblíqua situada no primeiro diedro de projecção. Parabéns! Agora, vamos ao resumo da lição.



---

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta unidade, você aprendeu que a uma pirâmide regular recta é aquela cuja base é um polígono regular e o vértice encontra-se numa perpendicular à base que contém o seu centro.

Para determinar as projecções ortogonais de uma pirâmide basta determinar as projecções da sua base e do seu vértice e depois uní-los.

Caro estudante, assim que acabou de ler o resumo, vamos resolver em conjunto as questões, para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

## Actividades



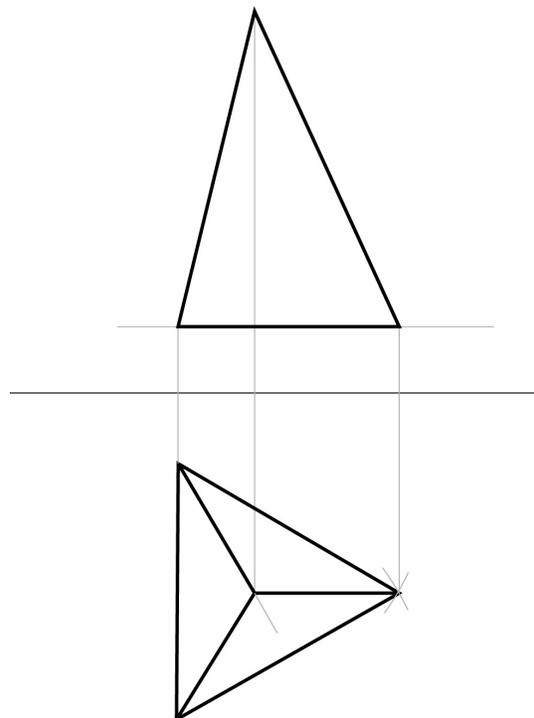
### Actividades

1. Uma pirâmide triangular regular recta, de base de nível tem 5 cm de altura com 4 cm de lado da base.

A base situa-se 1 acima do plano horizontal de projecção e o vértice da pirâmide está mais distante deste plano.

Determine as suas projecções sabendo que a aresta da base mais à esquerda e topo o seu extremo mais próximo do plano frontal dista deste 1 cm.

Bravo! As projecções da figura que você determinou estão correctas.



Agora, resolve sozinho os exercícios e depois compara as suas respostas com as que aparecem no fim do módulo. Faça como vinha fazendo, não consultar primeiro as soluções antes de responder. Combinado!

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projeções de uma pirâmide hexagonal regular recta sabendo que:
  - Está assente pela base num plano de nível de cota 6 cm.
  - O centro da base tem 4 cm de afastamento.
  - O lado do hexágono mede 3 cm e dois deles são de topo.
  - O vértice situa-se 1,5 cm de  $v_0$ .
2. Construa as projeções duma pirâmide hexagonal oblíqua, tendo em conta os seguintes dados:
  - A base é um hexágono regular de 3 cm de lado, assente no plano horizontal de projecção.
  - O centro da base tem 3,5 cm de afastamento e dois dos lados dessa base são paralelos ao eixo  $x$ .
  - O vértice da pirâmide é o ponto  $V(0;7)$  cuja linha de chamada coincide com a linha de chamada do centro da base.
3. Uma pirâmide quadrangular oblíqua, situada no ID, tem a base assente num plano horizontal ou de nível e o vértice é o ponto  $V(3; 6; 6)$ .

Execute as suas projeções sabendo que  $AB$  é uma aresta fronto-horizontal do quadrado;  $A(6; 2; 2)$  e  $B(2; 2; 2)$ .

Se não acertou nas respostas, não tenha vergonha, volta a ler a matéria. Mas se resolveu os exercícios com sucesso, você poderá passar o seu estudo para a página mais imocionante do módulos, as projeções de pirâmides.

Olha, nada de consultar, primeiro, as respostas nas soluções que aparecem no fim do módulo porque isso vai atrasar o seu estudo.

## lição 2

### Pirâmides assentes em planos de frente

#### Introdução

Vamos neste lição abordar a projecção de cones assentes em planos de nível. Os cones têm uma base que é circular e um vértice.

Far-se à primeiro a caracterização dum cone como forma de contextualizá-lo, uma vez que já passa algum tempo desde que tratou da abordagem de sólidos geométricos.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Distinguir as partes visíveis e invisíveis de uma pirâmide.
- Distinguir o contorno aparente de todos os contornos duma pirâmide.
- Representar pelas suas projecções uma pirâmide.
- Distinguir as projecções da base e do vértice duma pirâmide.

#### Projecção de pirâmides assentes em planos de frente

Estimado estudante, para voce compreender melhor as projecções de pirâmides assentes em planos de frente teremos que partir de um exercício observando todos os passos. Sendo dada uma pirâmide triangular regular recta, situada no primeiro diedro de projecção, assente num plano de frente de afastamento igual a 2 cm, determinemos as suas projecções sabendo que:

- A aresta da base, mais distante do plano horizontal de projecção é fronto-horizontal e tem 6 cm de cota.
- O lado da base mede 6 cm.
- A altura da pirâmide é de 7 cm.

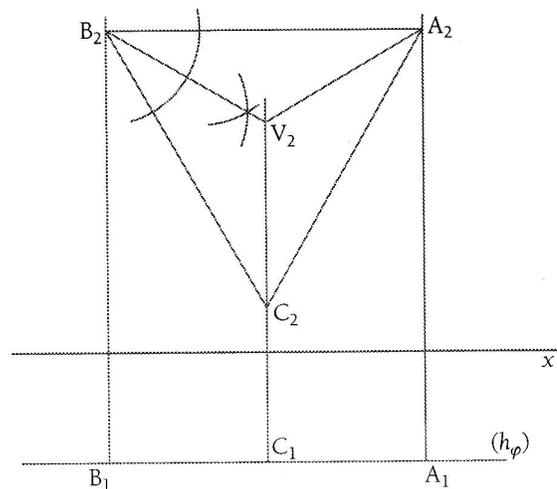
#### 1º passo

Representa-se o plano de frente através do seu traço e seguidamente determina-se as projecções da base da pirâmide de acordo com as características descritas no enunciado do exercício.

Marcam-se 6 cm para cima do eixo  $x$  e traça-se um segmento de recta paralelo a esse eixo e que mede 6 cm de comprimento, lado fronto-horizontal da base da pirâmide.

Com abertura do compasso iguam a medida do lado do triângulo, traçam-se dois arcos para baixo do lado dado, cuja intersecção origina o terceiro vértice da base da pirâmide.

Os três vértice têm a sua projecção horizontal sobre o traço horizontal do plano que se situa 2 cm para baixo do eixo  $x$ . veja a figura abaixo.



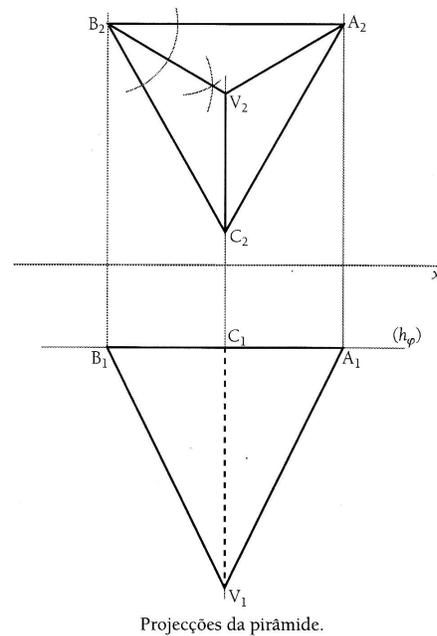
Projecções da base da pirâmide.

## 2º passo

Determina-se a projecção frontal do centro da base da pirâmide traçando duas bissetrizes de dois dos ângulos do triângulo, cujo ponto de intersecção é a projecção frontal do centro procurado. Determina-se a projecção horizontal do centro da base da pirâmide.

Pela projecção horizontal do centro da base da pirâmide traça-se uma linha de chamada e sobre ela marca-se a partir desse ponto 7 cm e designa-se  $V_1$ , projecção horizontal do vértice da pirâmide. A projecção frontal do vértice da pirâmide  $V_2$ , é coincidente com a projecção frontal do centro da base.

Unindo as projecções dos vértices da base às projecções do mesmo nome do vértice da pirâmide obtém-se as projecções da pirâmide pretendida. Eis a figura abaixo que se obtém.



Agora vamos ao resumo da lição.

---

## Resumo da Lição



### Resumo

Caro estudante, nesta lição você aprendeu que o contorno aparente da projecção horizontal de uma pirâmide de base de frente é sempre um triângulo.

A projecção horizontal da base é um segmento de recta que coincide com o traço horizontal do plano da base.

Agora, vamos resolver em conjunto os exercícios que lhe propomos para avaliar o seu desempenho.

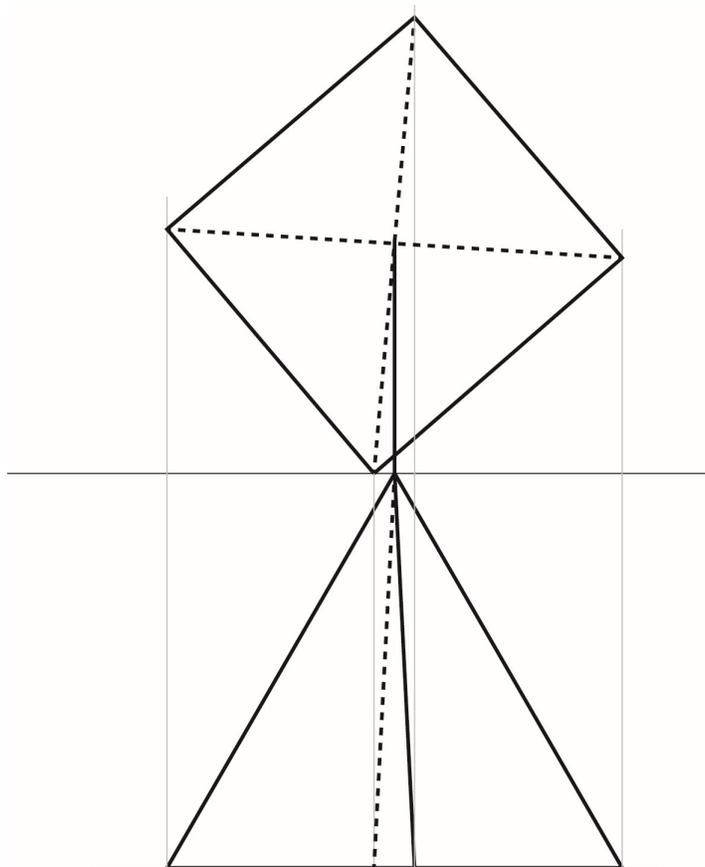
## Actividades



### Actividades

1. Desenhe as projecções duma pirâmide quadrangular recta situado no ID, sabendo que:
  - A pirâmide está assente pela sua base num plano de frente e **A** (0; 5,5; 3,5) e **B** (3; 5,5; 0) são vértices da base [ABCD];
  - O vértice da pirâmide é um ponto situado no plano frontal de projecção.

Vamos verificar a sua resposta:



Bravo, você desenhou correctamente as projecções duma pirâmide quadrangular recta situado no ID.

Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. Olha, não consulta a chave de correcção antes de resolver as questões sozinho. Mas também não fica bem enganar-se a si próprio!

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de uma pirâmide oblíqua, situada no ID, assente pela base num plano de frente de 7 cm de afastamento. A base é um triângulo equilátero cujo lado mede 5 cm. Um dos vértices da base está contido em  $v_0$  e o lado oposto a esse vértice é fronto-horizontal. O vértice da pirâmide tem 0,5 cm de afastamento situa-se 2 cm à direita da linha de chamada do vértice de cota nula.
2. Represente pelas suas projecções uma pirâmide pentagonal regular recta de base de frente com afastamento igual a 6 cm. O raio da circunferência circunscrita ao pentágono mede 2,5 cm e a cota do centro é de 3,5 cm. A aresta da base de maior cota é fronto-horizontal. O vértice da pirâmide tem 0,5 cm de afastamento.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!



## Lição 3

### Cones assentes em planos de nível

#### Introdução

Querido estudante, vamos nesta lição abordar a projecção de cones assentes em planos de nível. Os cones têm uma base que é circular e um vértice.

Far-se à primeiro, a semelhança da lição anterior a caracterização dum cone como forma de contextualizá-lo, uma vez que já passa algum tempo desde que tratou da abordagem de sólidos geométricos.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

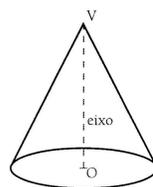
- Representar pelas suas projecções um cone de base de nível.
- Distinguir os elementos que definem um cone assente pela base num plano de nível.
- Representar os contornos aparentes de um cone cuja base é de nível.

#### Cones

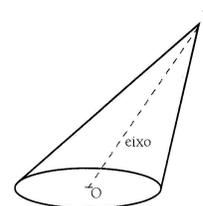
Caro estudante, lembra se que Cone é um sólido geométrico limitado por uma base, um vértice e uma superfície lateral cónica. Claro que você disse muito bem.

Um cone pode ser de revolução ou oblíquo. É de **revolução** quando a linha que une o seu vértice ao centro da sua base circular é perpendicular a essa base.

Um cone é considerado **oblíquo** quando a linha que une o seu centro da base ao vértice, for oblíquo em relação à base. Observe a figura abaixo.



Cone de revolução.



Cone oblíquo.

Portanto, a figura mostra exemplos de cones de revolução e oblíquo.

## Projectões de cones assentes em planos de nível

Estimado estudante, um cone fica suficientemente definido pelas suas projectões através das projectões da sua base e do seu vértice.

Um cone assente pela base num plano de nível tem em projectão horizontal a verdadeira grandeza da sua base, tal como qualquer figura cuja base se situe num plano de nível.

A sua altura encontra a verdadeira grandeza em projectão vertical, que se encontra traçando um perpendicular ao plano da base juntando-a ao vértice do cone.

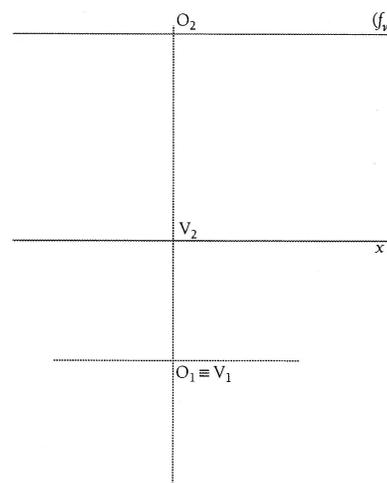
Caro estudante, presta atenção no exemplo que segue, pois é importante fixar bem os passos disritos. Construímos as projectões dum cone de revolução situado no ID, assente num plano de nível  $\nu$ . O vértice do cone é um ponto do plano horizontal de projectão que tem afastamento igual a 5 cm. As geratrizes do cone fazem ângulos de  $45^\circ$  com  $\nu_0$  e um dos pontos da base pertence ao plano frontal de projectão.

### 1º passo

Representa-se o traço do plano da base,  $h_\nu$ , e seguidamente determinam-se as projectões do vértice do cone.

Considerando que trata-se dum cone de revolução, a linha que une o vértice ao centro da base é perpendicular a essa base, logo o vértice e o centro da base situam-se na mesma projectão horizontal, ou seja,  $V_1 \equiv O_1$ , onde  $V$  é o vértice do cone e  $O$  é o centro da base.

Dado que um dos pontos da base pertence ao plano frontal de projectão, o seu raio é portanto igual ao afastamento do vértice, 5 cm.



Projectão do centro da base do cone e do seu vértice.

Até aqui você não teve dificuldades em compreender o exemplo. Vamos continuar com a resolução.

### 2º passo

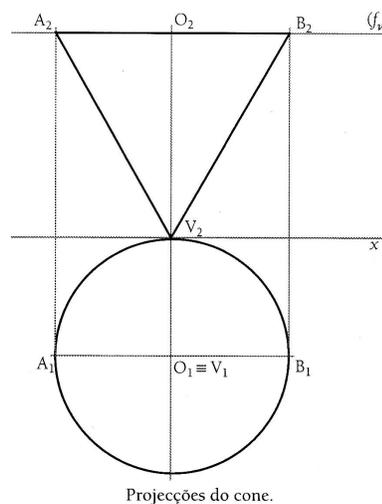
Tendo em conta que o vértice do cone é um ponto do plano horizontal de projecção, sua projecção frontal situa-se no eixo  $x$ .

Dado que as geratrizes fazem  $45^\circ$  com o plano horizontal de projecção e uma delas toca o plano frontal de projecção, então a altura do cone é igual ao afastamento do vértice que também é igual ao raio da base.

Marcam-se 5 cm de cota e traça-se o plano da base.

Por  $V_2$  traçam-se duas geratrizes do cone fazendo cada uma delas ângulo de  $45^\circ$  com o eixo  $x$ , de aberturas para lados opostos, cuja intersecção com o plano da base determina os extremos da projecção frontal da base.

Desta forma, depois de distinguir os traços do desenho, estarão concluídas as projecções do cone descrito neste exercício.

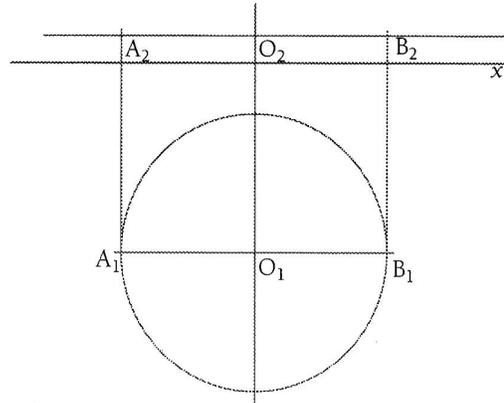


Agora, representemos um outro cone, caro estudante, desta feita, oblíquo sabendo que:

- O cone situa-se no ID e está assente pela base num plano de nível  $\delta$ .
- O centro da base circular é o ponto  $\mathbf{O}$  (0; 5,5; 0,5) e o raio mede 4,5 cm.
- O vértice do cone é o ponto  $\mathbf{V}$  (-3; 3; 8).

**1º passo**

Traça-se o plano da base, representam-se as projecções do ponto **O**, traça-se a circunferência e determina-se a sua projecção frontal.



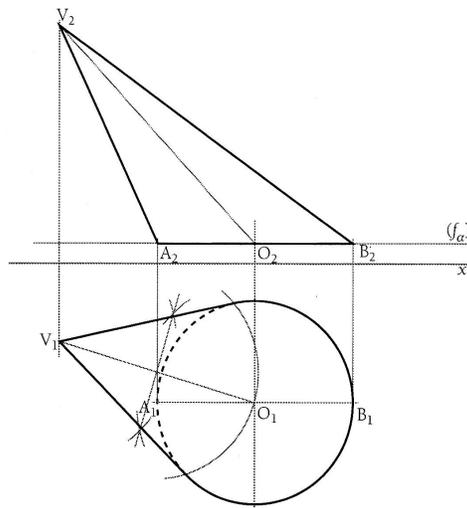
Projecções da base do cone.

**2º passo**

Traça-se uma linha de chamada 3 cm à esquerda da linha de chamada do centro da base, marcam-se 3 cm de afastamento para obter **V<sub>1</sub>**, projecção horizontal do vértice e, 8 cm de cota para obter **V<sub>2</sub>**, projecção frontal do vértice.

Unindo os extremos da projecção frontal da base com a projecção frontal do vértice obtém-se a projecção frontal do cone que também corresponde ao contorno aparente frontal.

A projecção horizontal é um círculo cujo perímetro é o contorno aparente horizontal do cone. Veja a figura abaixo



Projecções do cone.



Depois de termos estudado projecções do cone, vamos ler o resumo da lição.

---

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu a representar pelas suas projecções os cones. Os elementos suficientes para determinars a suas projecções é a sua base e o seu vértice.

No cone podemos encontrar outros elementos que permitir enriquecer a sua definição como, por exemplo, a geratriz.

Agora, vamos em conjunto resolver o exercício proposto a seguir para avaliar o desempenho do seu auto-estudo.

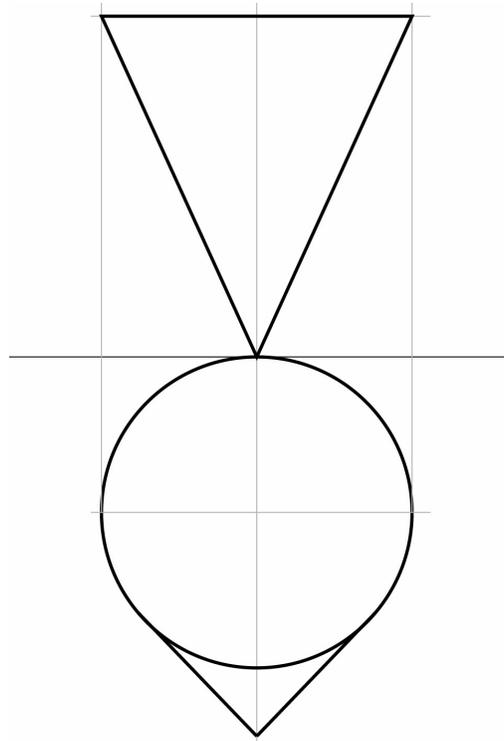
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecções um cone oblíquo situado no ID, assente num plano de nível de cota igual a 5,5 cm.
  - O centro da base do cone tem afastamento igual a 2,5 cm e um dos seus pontos pertence ao plano frontal de projecção.
  - O vértice do cone é o ponto  $V(6; 0)$  e a sua linha de chamada coincide com a linha de chamada do centro da base.

Parabéns, a sua resposta está certa. Você, representou correctamente as projecções de um cone oblíquo situado no ID, assente num plano de nível de cota igual a 5,5 cm.



Querido estudante, agora você vai resolver sozinho no seu caderno, os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. Cuidado! Não consulta a chave de correcção antes de resolver as questões.



## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de um cone de revolução situado no primeiro diedro de projecção, sabendo que:
  - A base do cone está contida num plano de nível de 0,5 cm de cota.
  - O centro da base tem 3 cm de afastamento e o raio mede 2,5 cm.
  - A altura do cone mede 6 cm.
  - a) Determine as projecções horizontais das geratrizes do contorno aparente vertical.
  - b) Represente pelas suas projecções a geratriz do ponto da base do cone de menor afastamento.
  
2. Construa as projecções de um cone oblíquo situado no ID, assente pela base num plano de nível, tendo em consideração que:
  - O centro da base do cone é o ponto **O** (0; 4; 6).
  - O raio da base do cone mede 2,5 cm.
  - O vértice do cone é o ponto **V** (0; 0; 0)

Agora, compare as suas respostas com as soluções que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, você é mesmo inteligente. Prossiga com o seu estudo na próxima lição.

Porém, lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

## Lição 4

### Cones assentes em planos de frente

#### Introdução

Meu caro estudante, a projecção de cones com base de frente é o assunto que iremos abordar nesta lição.

A projecção horizontal de cones com bases de frente é invariavelmente um triângulo.

A projecção frontal, se se tratar de um cone de revolução é um círculo.

Ao longo desta lição terá oportunidade de confirmar o que acabamos de afirmar.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

- Representar pelas suas projecções um cone assente num plano de frente.
- Distinguir os elementos que definem um cone de base de frente.
- Representar os contornos aparentes de um cone de base de frente.



#### Objectivos

### Projecções de cones assentes em planos de frente

Querido estudante, sabia que a projecção horizontal dum cone de base de frente é invariavelmente um triângulo?

Se, se tratar dum cone de revolução sua projecção frontal é um círculo. A projecção frontal de um cone oblíquo cuja base é de frente, pode ser um círculo ou outra forma.

Vamos juntamente construir as projecções de um cone de revolução situado no primeiro diedro de projecção, de base de frente de 6 cm de afastamento. O vértice do cone é um ponto do plano frontal de projecção. O raio da base mede 5,5 cm e é tangente a  $\nu$ . Indique o contorno aparente vertical do cone.

### Passo único

Representa-se pelo seu traço o plano de frente com 6 cm de afastamento.

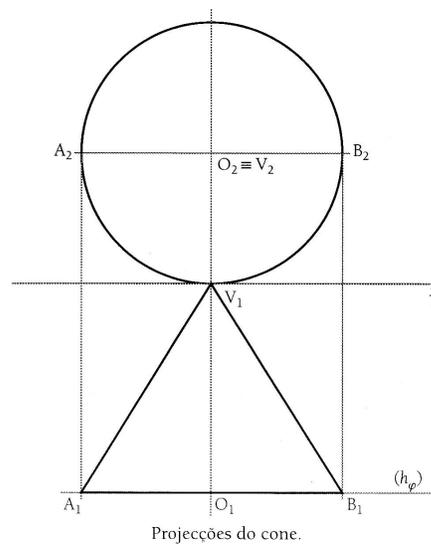
Determina-se as projecções do centro da base e as respectivas projecções da própria base.

De referir que pelo facto de um dos pontos da base do sólido ser do plano horizontal de projecção, a medida do seu raio é igual à cota do centro da base.

Tratando-se dum cone de revolução com base de frente a projecção frontal do centro da base coincide com a projecção frontal do vértice do sólido.

A projecção horizontal do vértice da pirâmide situa-se no eixo  $x$ , porque o vértice situa-se no plano frontal de projecção.

A projecção frontal do cone é o círculo e a projecção horizontal é definida pelo triângulo que resulta da união dos dois extremos da projecção horizontal da base com a projecção horizontal do vértice. Assim, teremos as projecções do cone abaixo.



Agora, vamos nos concentrar no resumo da lição.

---

## Resumo da lição



### resumo

Nesta lição você aprendeu que a projecção frontal dum cilindro de revolução de base de frente é sempre um círculo.

A projecção horizontal de qualquer cone de base de frente é invariavelmente um triângulo.

Vamos continuar a realizar a actividade que se segue para que possa consolidar o conhecimento que acaba de adquirir da lição.



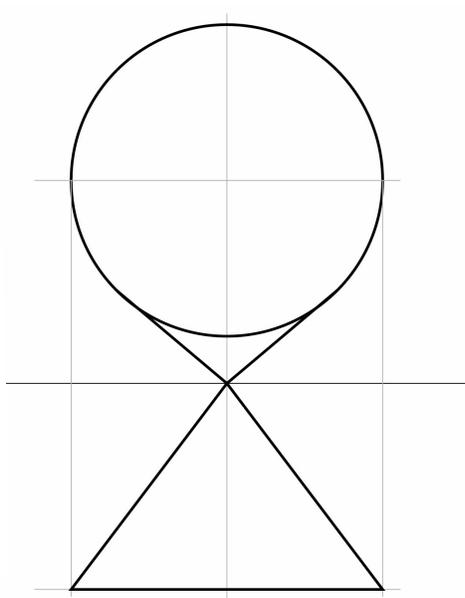
## Actividades



### Actividades

1. Construa as projecções dum cone oblíquo situado no ID tendo em conta que:
  - A base do cone é de frente e o centro é o ponto **O** pertencente a  $\beta_{13}$  com afastamento igual a 4 cm.
  - O raio da base mede 3 cm.
  - O vértice do cone é um ponto do eixo  $x$ , e a sua linha de hamada é a mesma que a do centro do cone.

Vamos verificar a sua resposta.



Bravo! A resposta está certa. Construiu correctamente as projecções dum cone oblíquo situado no ID tendo em conta os dados acima apresentados.

Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso, depois compara as suas respostas com as soluções que aparecem no final do módulo.

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções dum cone de revolução situado no primeiro diedro de projecção, assente num plano de frente de 2 cm de afastamento. O centro da base do cone tem 4 cm de cota e o raio mede 2,5 cm. A altura do cone mede 4,5 cm.
  - a) Represente as projecções das geratrizes do cone dos pontos da base de 7 cm de cota.
  - b) Desenhe as projecções frontais das geratrizes do contorno aparente horizontal.
2. Determine as projecções dum cone oblíquo situado no ID, considerando que:
  - A base contida no plano de frente tem 2,5 cm de raio e o seu centro é o ponto **O** (0; 0,5; 3).
  - O vértice do cone é o ponto **V** (5; 6; 6)

Agora compare as suas respostas com as soluções que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Que bom, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!



## Lição 5

### Prismas assentes em planos de nível

#### Introdução

Estimado estudante iremos inicialmente fazer uma abordagem do que são prismas e como eles se classificam.

Seguidamente efectuaremos as projecções de prismas regulares e oblíquos.

Serão dados diferentes exemplos de projecções de polígonos de modo a que não enfrente dificuldades na resolução de exercícios que lhe serão recomendados a resolver ou que você próprio, por iniciativa própria quiser resolver para consolidar os seus conhecimentos.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções um prisma regular recto assente num plano de nível
- Distinguir os elementos que definem as projecções de um prisma.
- Distinguir as arestas visíveis das invisíveis em cada uma das projecções.
- Projectar outras rectas contidas nas faces ou bases dos prismas de bases de nível

#### Prismas

Caro estudante, você conhece **prismas** que são sólidos geométricos limitados por duas **bases** poligonais paralelas entre si e pela superfície lateral.

São constituídos por vértices correspondentes à soma dos números de lados de cada base, arestas laterais que unem os vértices de uma base a outra, superfícies laterais que também são polígonos e as duas bases, sempre paralelas entre si.

As superfícies laterais são chamadas **faces do prisma**.

Se as faces do prisma são perpendiculares às bases e estas são polígonos regulares o **prisma é regular**.

Um prisma cujas faces são oblíquas em relação aos planos das bases e estas são polígonos regulares chama-se **prisma oblíquo de base regular**.

Muito bem, estimado estudante, tanto os prismas com faces perpendiculares à base, quanto os prismas com as faces oblíquas em relação aos planos da base, também pode ter bases que são polígonos irregulares como é o caso, por exemplo, dum rectângulo.

Voce sabia que **cubo** ou **hexaédro** é um caso particular dos prismas? É isso mesmo.

E altura dum prisma é a distância na perpendicular entre os planos das bases.

Agora, vai ter oportunidade de construir as projecções de prismas assentes em planos de nível. Prossiga com o seu estudo lendo o texto a seguir.

## Projecções de prismas assentes em planos de nível

Os prismas regulares assentes em planos de nível têm as suas projecções horizontais coincidentes.

O contorno aparente da projecção frontal de um prisma de bases de frente é um quadrilátero.

Construamos as projecções dum prisma pentagonal regular situado no ID, de bases de nível, tendo em conta que:

- O centro de uma das bases do prisma é o ponto **O** (5; 0,5).
- O raio da circunferência circunscrita às bases mede 4,5 cm e a face situada mais à direita é de perfil.
- A outra base do prisma dista de  $\nu$  7,5 cm.

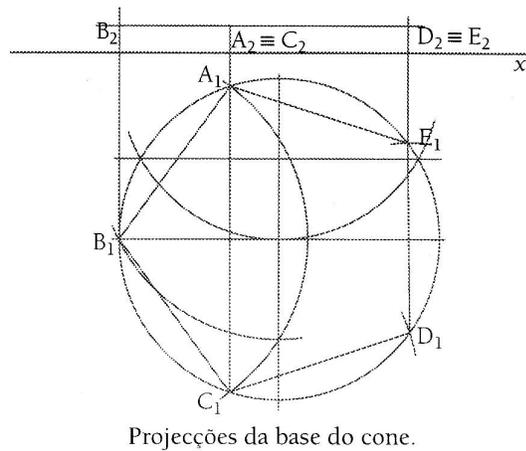
Por favor, caro estudante, presta atenção, é importante notar que sem os dados é impossível fazer projecções. Vamos, a resolução do exercício.

### 1º passo

Representa-se o traço do plano da base de menor cota e determina-se as projecções do ponto **O**, centro da circunferência circunscrita à base do prisma.

A aresta da base que contém a face de perfil é de topo, isto é, a sua projecção horizontal é um segmento de recta perpendicular ao eixo **x**.

Sendo assim, constrói-se o pentágono tendo em conta que o lado situado mais à direita é de topo. Certo? Agora observe como ficou a figura.



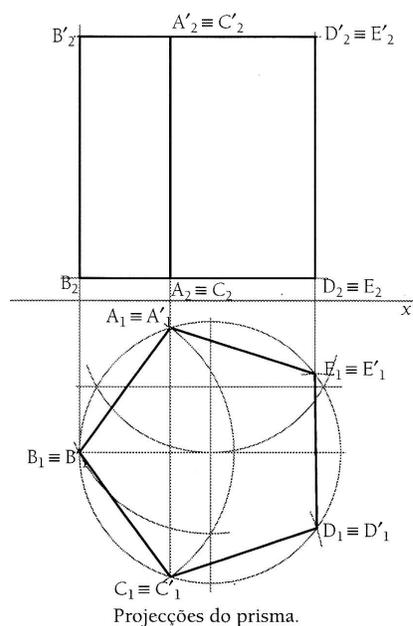
Assim, voce, projectou a base do cone. Prossiga!

### 2º passo

Traça-se o segundo lano de base, que sendo de nível é paralelo ao primeiro plano de base, características do relacionamento das bases dum prisma, situado a 7,5 cm acima do eixo  $x$ .

Traçam-se perpendiculares ao eixo  $x$  que partem da base de menor cota e terminam no plano da base de maior cota, determinando as projecções frontais dos vértices dessa base.

Finalmente, distinguem-se as arestas visíveis das invisíveis.



Querido estudante, vamos resolver outro exercício. Um prisma triangular oblíquo situa-se no primeiro diedro de projecção e está assente por uma das bases num plano de nível de cota igual a 1 cm. As bases são triângulos equiláteros de 6,5 cm de lado e o lado mais a esquerda é de topo e o seu extremo mais próximo de  $\varphi_0$  dista deste 1 cm. As arestas laterais são de frente, fazem com  $\nu_0$  ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a direita e medem 11 cm.

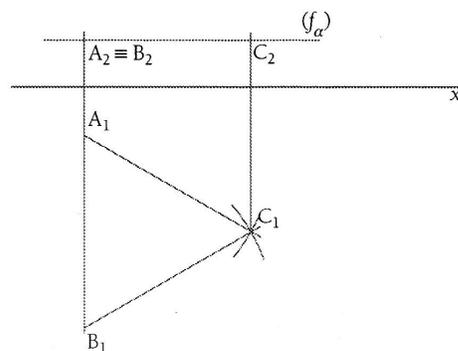
Como representar pelas suas projecções o prisma acima descrito? É tão simples, observe e siga os passos da resolução.

### 1º passo

Representa-se o plano da base de menor cota que se situa 1 cm acima do plano horizontal de projecção.

Traça-se uma linha de chamada e marcam-se afastamentos de 1 cm e 7,5 cm (1 cm de afastamento mais 6,5 cm de lado) e designam-se as projecções horizontais dos pontos **A** e **B**, extremos do lado de topo.

A partir desse lado constrói-se o triângulo e determina-se as suas projecções.



Projecções do prisma.

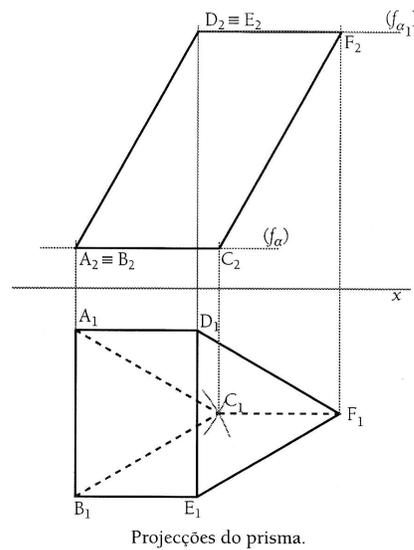
### 2º passo

Por  $A_2 \equiv B_2$  e  $C_2$  traçam-se linha que fazem  $60^\circ$  de abertura para a direita e marca-se 11 cm de comprimento das arestas laterais. A marcação é directa porque os segmentos de rectas de frente apresentam-se em verdadeira grandeza em projecção frontal.

Aos 11 cm de comprimento designam-se os vértices da base superior,  $D_2$ ,  $E_2$  e  $F_2$ .

Por  $A_1$ ,  $B_1$  e  $C_1$  traçam-se linhas paralelas ao eixo  $x$  que se intersectarão com as linhas de chamada dos vértices da base superior originando as projecções  $D_1$ ,  $E_1$  e  $F_1$ .

Para terminar distinguem-se as arestas visíveis das invisíveis.



Se você chegou até aqui, está caminhando bem e valendo da sua inteligência e habilidades de aprender, sugerimos que passe para o resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu que um prisma é constituído por vértices, arestas laterais, arestas da base, faces laterais e duas bases.

Os lados das duas bases de um prisma são sempre paralelos.

O contorno aparente vertical de prismas de nível é sempre um polígono quadrangular.

As projeções horizontais das bases dum prisma regular são sempre coincidentes e correspondem ao contorno aparente horizontal do prisma.

Estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar em conjunto as actividades que se seguem para que possa compreender como usar o conhecimento que acaba de adquirir.

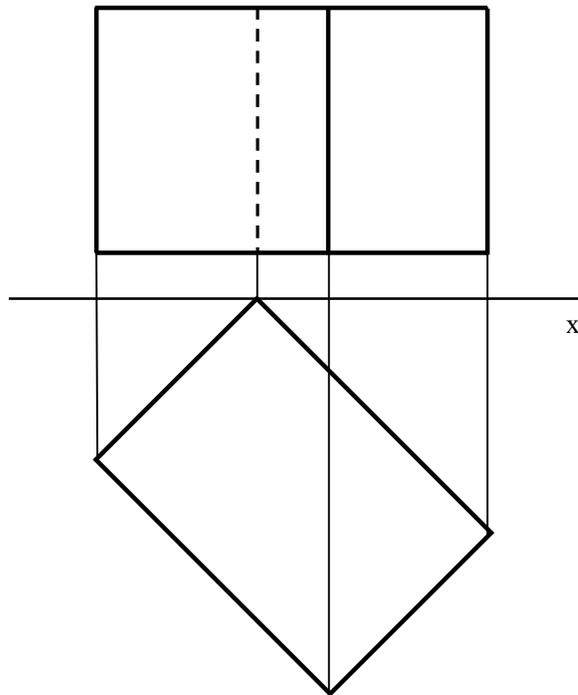
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecções um prisma rectangular recto, situado no ID, considerando que:
  - O prisma está assente pela base rectangular  $[ABCD]$  num plano de nível de cota igual a 1,5 cm;
  - A aresta  $AD$  mede 6 cm, faz com o plano frontal de projecção um ângulo de  $45^\circ$  de abertura para a direita e o extremo  $A$  tem afastamento nulo.
  - A aresta  $AB$  mede 4,5 cm.
  - A base de maior cota da pirâmide diasta 6,5 cm de  $v_0$ .

A resolução está correcta, pois a representação pelas suas projecções um prisma rectangular recto, situado no ID, seguindo os dados do exercício, obtém-se a figura abaixo:



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de um prisma quadrangular sabendo que:
  - O prisma situa-se no ID e está assente por uma das bases num plano de nível  $\alpha$  de cota 1 cm.
  - As bases são quadrados de 4 cm de lado cujos lados estão igualmente inclinados em relação ao eixo  $x$ .
  - Uma das aresta laterais do prisma pertence ao plano frontal de projecção e mede 6 cm de comprimento.
  
2. Desenhe pelas suas projecções um prisma triangular oblíquo situado no ID, assente por uma das bases no plano horizontal de projecção. A base é um triângulo equilátero de 5,5 cm de lado. A face lateral mais à direita do prisma é de topo, faz um diedro de  $60^\circ$  com  $\nu_0$ , e tem uma aresta de afastamento nulo. O comprimento das arestas laterais é de 6 cm.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Caso contrário, volta a estudar a lição, sobre prismas assentes e planos de frente. Sucessos!

## Lição 6

### Prismas assentes em planos de frente

#### Introdução

Estimado estudante, nesta lição vamos falar sobre prismas assentes em planos de frente, cuja base fundamental é o conhecimento do próprio prisma e domínio das projecções de polígonos assentes em planos de frente.

Portanto se você tiver dúvidas de representar as projecções de polígonos de frente é bom que procure resolver mais exercícios desse capítulo de modo que entenda facilmente as projecções de prismas de bases de frente.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções um prisma regular recto assente num plano de frente
- Distinguir os elementos que definem as projecções de um prisma.
- Distinguir as arestas visíveis das invisíveis em cada uma das projecções de prismas de bases de frente.
- Projectar outras rectas contidas nas faces ou bases dos prismas de bases de frente

#### Projecções de prismas assentes em planos de frente

Estimado estudante, o contorno aparente horizontal de qualquer prisma assente pela base num plano de frente é quadrilátero. As duas bases reduzem-se em dois segmentos de recta em projecção horizontal.

A projecção frontal de um prisma regular de bases assentes em planos de frente constitui a projecção frontal das bases que são coincidentes e constituem o contorno aparente frontal.

A altura dum prisma de bases de frente é a distância na perpendicular aos planos das duas bases.

Olha, para você entender melhor as projecções de prismas assentes em planos de frente, vamos construir as projecções observado todos os passos.

Um prisma triangular regular situado no primeiro diedro de projecção está assente pela base num plano de frente de 2 cm de afastamento. O lado da base mede 5 cm e

uma das faces do prisma, a de maior cota, é de nível de cota igual a 5 cm. A altura do prisma é 7 cm. Construa as projecções deste prisma.

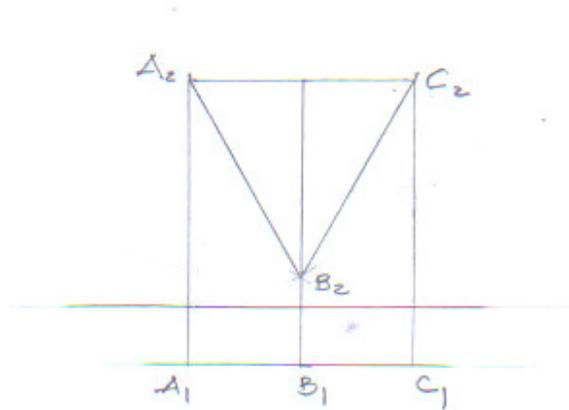
Confiante nas suas habilidades acreditamos que não levar muito tempo na resolução do exercício:

**1º passo**

Representa-se o traço do plano de frente de 2 cm de afastamento e seguidamente a aresta da base contida numa face de nível, com 5 cm de comprimento e 5 cm de cota.

Com abertura do compasso igual a 5 cm e a ponta seca em cada um dos extremos dessa aresta da base de menor afastamento, traça-se arcos para baixo desta que se intersectam originando o terceiro vértice dessa base.

Seguidamente determina-se a projecção horizontal da base de menor afastamento que se situa sobre o traço do plano que a contém.

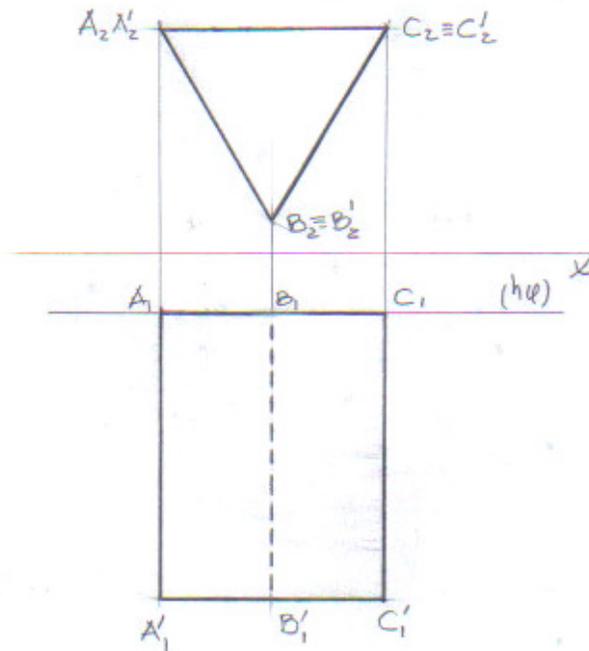


*Projecções da base de menor afastamento*

**2º passo**

Pelas projecções horizontais dos três vértices traçam-se perpendiculares ao traço desse plano da base e marcam-se a partir dessa base 7 cm correspondentes a altura do prisma e designam-se os três vértices da base de maior afastamento.

Distinguem-se as arestas visíveis das invisíveis . Observe a figura abaixo.



### Projectões do prisma

Assim, se obtém as projecções do prisma. Agora, vamos projectar outro prisma pentagonal oblíquo no ID com os dados abaixo.

Um outro prisma pentagonal oblíquo situado no ID, tem as suas bases assentes em planos de frente que distam entre si 7 cm. As bases são pentágonos regulares inscritos em circunferência de raio igual a 4,5 cm. A base de menor afastamento dista 0,5 de  $\varphi_0$ . As aresta laterais são de nível e fazem com  $\varphi_0$  ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda. A aresta de menor cota de está contida em  $\nu_0$  e a face a ela oposta é de nível.

Então, caro estudante, agora vamos projectar o sólido:

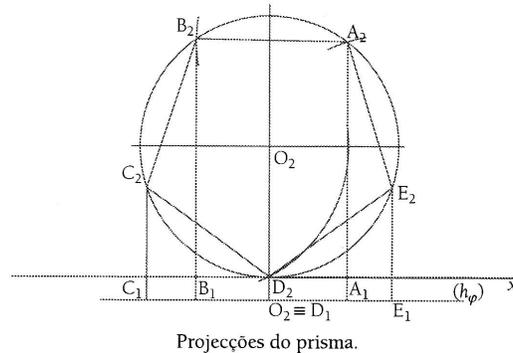
#### 1º passo

Traça-se o plano da base de menor afastamento com 0,5 cm de afastamento.

Numa linha de chamada marcam-se 4,5 cm de cota e designa-se  $O_2$ , projecção frontal do centro da base de menor afastamento cujo afastamento é de 05 cm.

Por  $O_2$  traça-se uma circunferência que toca o eixo  $x$  e constrói-se nela um pentágono com o lado de maior cota paralelo ao eixo  $x$ . esse lado de maior cota está contido na face de nível de maior cota descrita no enunciado deste exercício.

Seguidamente determinam-se as projecções horizontais da base de menor afastamento do prisma oblíquo.



Teve dificuldades? Acreditamos que não porque você é competente!

### 2º passo

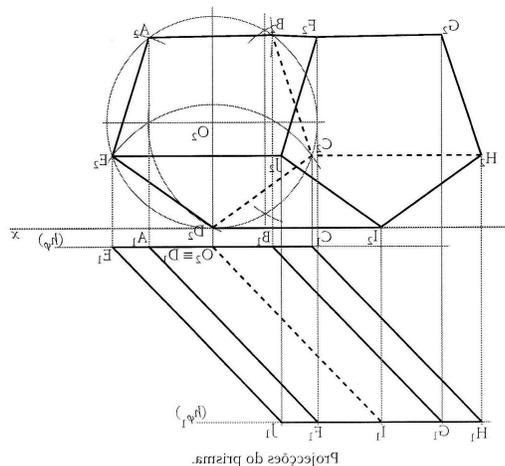
Traça-se o plano da base de maior afastamento que dista do primeiro 7 cm.

Pelas projecções horizontais dos vértices da base de menor afastamento traçam-se linhas que fazem com o plano dessa base ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda, cuja intersecção com o plano da base de maior afastamento origina as projecções horizontais dos cinco vértices da base de maior afastamento do pentágono.

Pelas projecções frontais dos cinco vértices de menor afastamento traçam-se para a esquerda linhas paralelas ao eixo  $x$  cujas intersecções com as linhas de chamada dos vértices de maior afastamento origina as projecções frontais dos vértices de maior afastamento do prisma.

Distinguem-se as arestas visíveis conforme se pode ver na ilustração seguinte.

Que magnífica figura que obtivemos! Parabéns, depois de contemplar a figura abaixo lê o resumo da lição.



## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu que o contorno aparente horizontal dum prisma de bases de frente é invariavelmente um quadrilátero que tanto pode ser um rectângulo ou quadrado como pode ser um paralelogramo conforme se trate de prisma regulares ou oblíquos respectivamente.

As projecções frontais são polígonos regulares coincidentes e correspondem ao contorno aparente frontal se se tratar de prismas regulares.

Agora vamos realizar em conjunto as actividades que se seguem para que possa compreender como usar o conhecimento que acaba de adquirir.

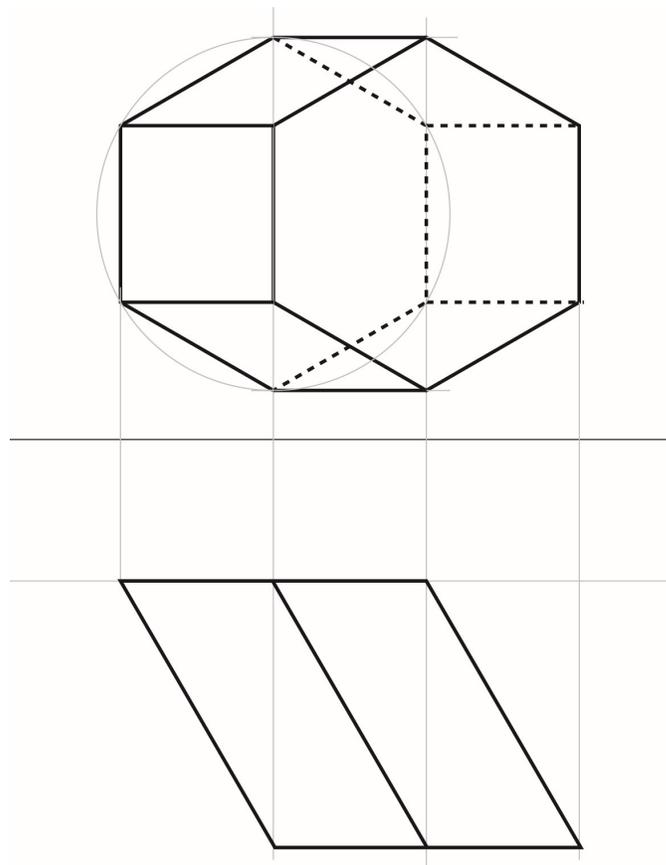
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecções um prisma hexagonal oblíquo situado no ID, com as bases assentes em plano de de frente.
  - Os planos das bases têm afastamentos iguais a 2 cm e 6 cm.
  - As bases estão inscritas em circunferências de 2,5 cm de raio e duas das arestas de uma das bases são verticais.
  - O eixo do prisma é um segmento de nível que faz  $60^\circ$  com  $\nu_0$ , abertura para a direita

Solução:



Bravo! A resolução está certa. Você representou correctamente pelas suas projecções um prisma hexagonal oblíquo situado no ID, com as bases assentes em plano de de frente.

Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. As respostas encontram-se nas soluções que aparecem no fim do módulo.

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Represente pelas suas projecções um cubo ou hexaédro situado no ID, sabendo que:
  - Uma das faces do cubo pertence ao plano frontal de projecção e a aresta mede 4, 5 cm.
  - Um dos vértices da face de afastamento nulo tem cota nula e uma das arestas que o contém faz com  $\nu_0$  um ângulo de  $60^\circ$  de abertura para a direita.
2. Construa as projecções de um prisma hexágono oblíquo situado no ID, tendo em conta que:
  - A base de menor afastamento dista 1 cm do plano frontal de projecção e a de maior afastamento dista 6 cm do mesmo plano.
  - A aresta da base mede 2,5 cm.
  - Uma das arestas laterais pertence a  $\nu_0$  e duas das faces do prisma são projectantes horizontais e fazem com  $\varphi_0$  ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.

Que tal, caro estudante, teve dificuldades em construir as projecções? Claro que não! Nós depositamos toda confiança em você porque eis estudante brilhante. Por isso, a lição a seguir não vai constituir obstáculo para si pois você domina perfeitamente a matéria em questão. Sucessos!

# Lição 7

## Cilindros assentes em planos de nível

### Introdução

Amado estudante, nesta lição será feita a abordagem sobre o cilindro e os elementos que o constituem.

Você terá oportunidade de conhecer a diferença entre o cilindro oblíquo e o cilindro de revolução.

Também, você vai poder ver e desenhar as projecções de cilindros com bases assentes em planos de nível.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Discriminar os elementos que constituem um cilindro
- Distinguir o cilindro oblíquo do cilindro de revolução.
- Representar pelas suas projecções um cilindro de bases de nível.
- Projectar outras rectas contidas na superfície lateral cilíndrica ou bases dos cilindros com bases de nível.

### Cilindros

Querido estudante, Cilindros são sólidos geométricos formados por **duas bases** e pela **superfície lateral cilíndrica**.

A superfície lateral cilíndrica é constituída por geratrizes que intersectam a base segundo uma directriz, a circunferência da base.

Eixo do cilindro é a linha que une os centros das duas bases.

Normalmente a base é construída a partir do seu centro e conhecendo o seu raio ou diâmetro.

A altura dum cilindro mede-se na perpendicular aos planos da base.

Agora, como você fará projecções de cilindros com bases de nível? É simples, siga atentamente as descrições dos passos com base no exemplo a seguir.

## Projectões de cilindros com bases de nível

Caro estudante, as projectões horizontais das bases de um cilindro são invariavelmente círculos que são coincidentes e correspondentes ao contorno aparente horizontal quando se tratar de cilindro de revolução e, não serão certamente coincidentes nos casos em que os cilindros são oblíquos.

A projectão frontal de qualquer cilindro com bases de nível se é um quadrilátero que pode ser um rectângulo ou um paralelogramo.

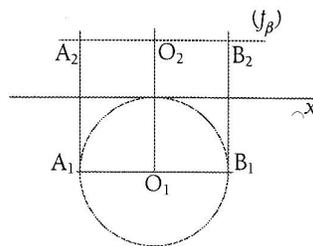
Por exemplo, um cilindro de revolução está assente pela sua base de menor cota num plano de nível de 0,5 cm de cota. O raio da base mede 5,5 cm e uma das suas geratrizes é do plano frontal de projectção. O outro plano da base situa-se a 7,5 cm do plano horizontal de projectção. Ora vejamos:

### 1º passo

O primeiro passo da resolução deste exercício consiste em representar o traço do plano da base e determinar as projectões do centro da base de menor afastamento, cujo afastamento é igual a 5,5 cm e cota 0,5 cm, de acordo com o enunciado do exercício.

Tendo em conta que uma das geratrizes do cilindro pertence ao plano frontal de projectção, o raio da base é igual ao afastamento do centro, 5,5 cm.

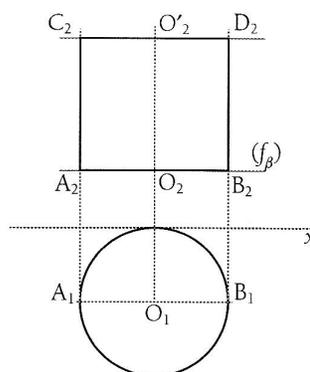
Determina-se a projectão horizontal da base para completar as suas projectões ortogonais.



### 2º passo

Aos 7,5 cm de afastamento marca-se a altura do cilindro, traçando uma paralela ao eixo  $x$  cuja intersecção com as linhas de chamada dos extremos das projectões do diâmetro horizontal da base de menor afastamento, origina os pontos limites da projectão horizontal da base de maior afastamento.

A projectão frontal de base de maior afastamento é coincidente com a projectão frontal da base de menor afastamento.



Assim, estimado estudante, obtêm-se a projecção que pretendemos. Esperamos que com o outro exemplo a seguir você ficará mais claro.

Representemos pelas suas projecções um outro cilindro que seja oblíquo, situado no ID e assente pela base plano horizontal de projecção. O centro da base de cota nula tem 5 cm de afastamento e o raio dessa base é igual a 4,5 cm. As geratrizes do cilindro são de frente, fazem com  $v\theta$  ângulos de  $75^\circ$  de abertura para a esquerda e medem 8 cm.

A semelhança do exemplo anterior o segredo para a resolução deste tipo de exercício é seguir e reter os passos e seus detalhes da resolução:

### 1º passo

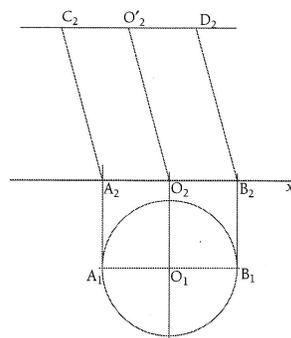
Representa-se pelas suas projecções o centro da base descrita, cujo afastamento é igual a 5 cm e cota igual a zero.

Por  $O_1$  traça-se uma circunferência de raio igual 4,5 cm conforme nos orienta o enunciado do exercício. Seguidamente representa-se a projecção frontal do círculo que naturalmente se situa sobre o eixo  $x$ .

Traçam-se duas geratrizes que partem dos extremos da projecção frontal da base de cota nula, com inclinação de  $75^\circ$  para a esquerda, em relação ao eixo  $x$ . Traça-se igualmente o eixo que parte da projecção frontal da base de cota nula com a mesma inclinação que as geratrizes.

Sobre essas geratrizes e o eixo marcam-se 8 cm correspondentes ao seu comprimento.

Deste modo obtêm-se a projecção frontal da outra base do cilindro.



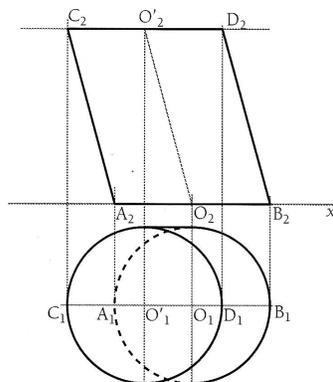
### 2º passo

O ponto de intersecção da projecção frontal do eixo do cilindro com a projecção frontal da base de maior cota e  $O_2$ , projecção frontal do centro da base.

As geratrizes do cilindro são de frente, logo o eixo também é de frente, pois o eixo dum cilindro e as suas geratrizes são paralelos.

Assim, por  $O_1$  traça-se uma paralela ao eixo  $x$ , cuja intersecção com a linha de chamada do centro de maior cota origina a projecção horizontal desse centro,  $O_{1.1}$ .

Por  $O_{1.1}$  traça-se uma circunferência cujo raio é igual ao da outra base. Seguidamente unem-se as projecções do mesmo nome como ilustra o desenho.



Projectões do cilindro oblíquo.

Bravo, você está num bom caminho, até agora mostrou que é capaz de ultrapassar todos os obstáculos sobre projecções de cilindros porque você está dominado a matéria. Agora, vamos ao resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você fez a revisão das características dum cilindro e dos elementos que o constituem bem como as diferenças entre cilindros oblíquos e cilindros de revolução.

Vimos as projecções frontais das bases de nível de um cilindro são segmentos de recta e as projecções horizontais são dois círculos iguais que não são coincidentes se o cilindro for oblíquo e coincidentes se se tratar de um cilindro de revolução.

O contorno aparente de qualquer cilindro é um quadrilátero.

Caro estudante, assim que acabou de ler o resumo, vamos resolver em conjunto as questões, para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

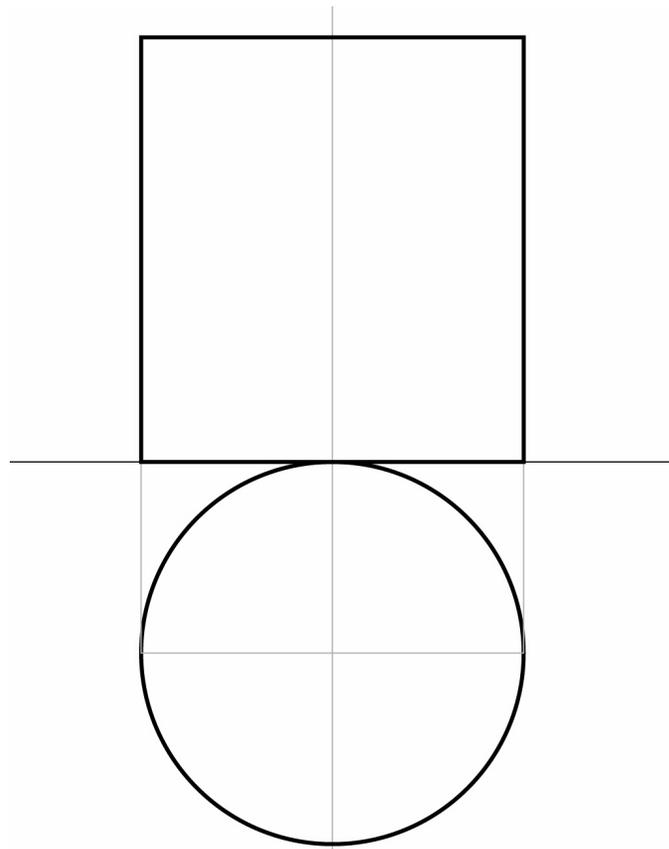
## Actividades



### Actividades

1. Desenhe as projecções de um cilindro de revolução tendo em conta que:
  - O cilindro está assente pela base no semiplano horizontal anterior.
  - A base do cilindro tem um ponto do eixo  $x$  e o seu raio é igual a 2,5 cm.
  - A altura do cilindro é de 5,5 cm.

Observando para figura você está de parabéns, desenhou correctamente as projecções de um cilindro de revolução a partir dos dados do exercício.



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. As respostas encontram-se nas soluções que aparecem no fim do módulo.

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Represente pelas suas projecções um cilindro oblíquo situado no ID, assente por uma das bases num plano de nível. O eixo do cilindro é oblíquo e o centro de uma das bases é o ponto **O** (0; 3; 1,5). O raio das bases mede 2,5 cm e centro da outra base é o ponto **O'** (4,5; 4,5; 7).
  - a) Desenhe as projecções horizontais das geratrizes do contorno aparente vertical.
  - b) Represente pelas suas projecções as geratrizes do contorno aparente vertical do cilindro.

Que tal, querido estudante, você teve dificuldades em construir as projecções? Claro que não! Nós continuamos a depositar confiança em você porque eis inteligente e dedicado. Vamos prosseguir com estudo do nosso módulo lendo a lição sobre projecção de cilindro com bases de frente.

## Lição 8

### Cilindros assentes em planos de Frente

#### Introdução

Prezado estudante, a projecção de cilindro com bases de frente exige o conhecimento de projecções de círculos de frente, que aprendemos em lições anteriores.

Após a projecção de uma das bases do cilindro marca-se a sua altura e representa-se pelas suas projecções a outra base que, como se sabe, é igual à primeira base.

Para que o exercício seja considerado totalmente terminado, depois das projecções distinguem-se os contornos visíveis dos invisíveis em ambas as projecções.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções um cilindro de bases de frente.
- Projectar outras rectas contidas na superfície lateral cilíndrica ou bases dos cilindros com bases de nível.

#### Projecções de cilindros com bases de frente

Caro estudante, o contorno aparente da projecção horizontal de um cilindro com base de frente é um quadrilátero, ou seja paralelogramo.

As projecções frontais das bases de frente de cilindros são círculos iguais. Se as projecções frontais forem coincidentes, trata-se dum cilindro de revolução e caso contrário trata-se de cilindro oblíquo.

Para uma visualização do que se acabou de dizer convém que sejam resolvidos pelo menos dois exercícios, sendo um dum cilindro de revolução e outro dum cilindro oblíquo.

Determinemos as projecções dum cilindro de que se situa no primeiro diedro de projecção, tendo em conta o seguinte:

- O eixo do cilindro é um segmento de recta de topo cujo extremo mais próximo do plano frontal de projecção dista deste 2 cm e o mais distante encontra-se 9 cm desse plano de projecção.

- O eixo do cilindro dista de  $\nu$  6 cm e o raio das bases mede 3,5 cm.

### 1º passo

Representa-se pelas suas projecções o eixo do cilindro, elemento fundamental neste exercício para a determinação das projecções do cilindro.

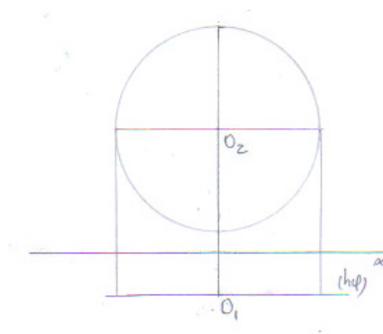
O eixo do cilindro é a linha que une os centros das duas bases e, sendo assim, porque trata-se dum eixo de topo, todos os seus pontos têm a mesma cota, logo a cota dos centros das bases é igual a 6 cm.

Representa-se a projecção frontal do centro da base cuja projecção horizontal situa-se 2 cm para baixo do eixo  $x$ , isto é, o afastamento do centro da base mais próxima do plano frontal de projecção é de 2 cm.

Um cilindro de revolução com eixo de topo tem as base de frente, cujos afastamentos são iguais aos afastamentos dos extremos desse eixo. Na base dessa lógica conclui-se que os afastamentos dos planos das bases são de 2 cm e 9 cm. Foi na base desse pensamento lógico que se determinou a projecção horizontal do centro da base mais próximo do plano frontal de projecção.

Desenam-se as projecções da base de menor afastamento do cilindro cujo raio mede 3,5 cm.

Como você seguiu detalhadamente o passo obteve a figura como ilustra a seguir.



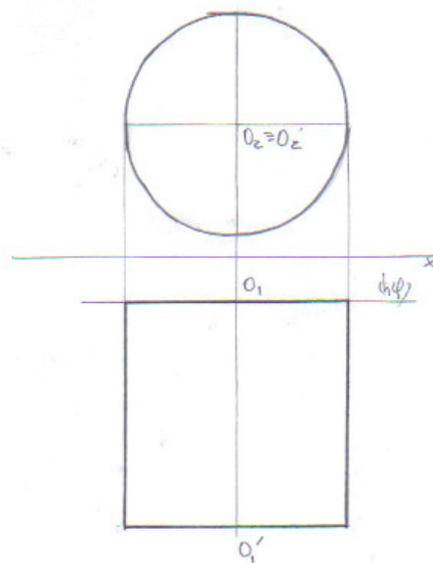
*Projecções da base de menor afastamento*

### 2º passo

Pelos extremos da projecção horizontal da base de menor afastamento prolongam-se as linhas de chamada para baixo e marca-se 9 cm de afastamento.

Traça-se a projecção horizontal da base de maior afastamento.

A projecção frontal das duas bases é coincidente e constitui o contorno aparente frontal do cilindro.



Parabéns, você determinou correctamente as projecções dum cilindro de que se situa no primeiro diedro de projecção. Vamos resolver o exemplo a seguir.

Um cilindro oblíquo situa-se no ID e tem as bases de frente. O seu eixo é de nível e tem cota igual a 5 cm. Os afastamentos dos centros das bases são de 1 cm e 7 cm. As linhas de chamada dos centros das bases distam entre si 3,5 cm e a base de menor afastamento situa-se mais a direita. O raio das bases do cilindro é de 4 cm.

### 1º passo

Representa-se pelas suas projecções o eixo do cilindro de cota igual a 5 cm e os seus extremos com afastamentos de 7 e 1 cm estando as linhas de chamadas dos extremos separados a 3,5 cm.

### 2º passo

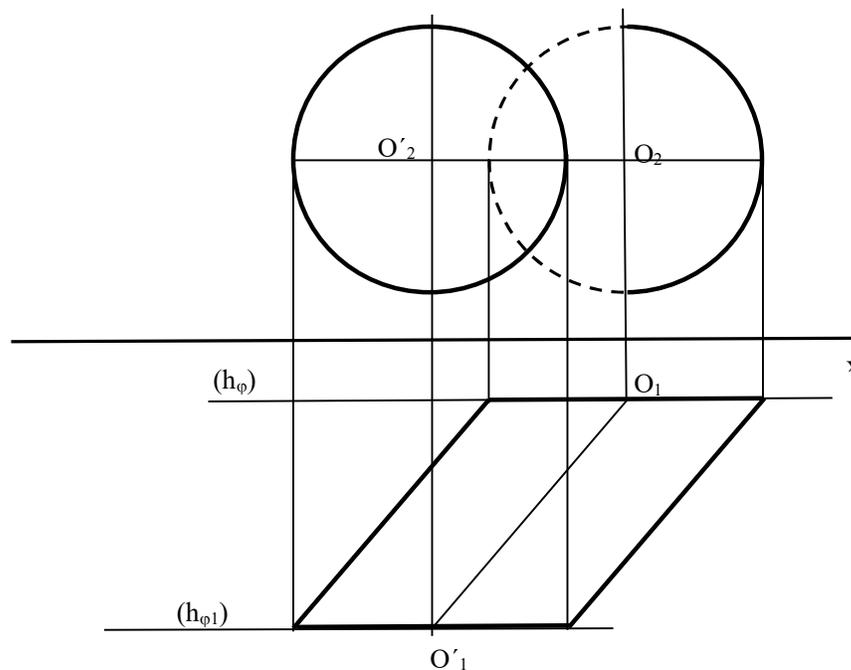
Desenham-se as projecções de uma das bases do cilindro, neste caso a de maior afastamento.

O raio da base mede 4 cm.

### 3º passo

Representa-se pelas suas projecções a base de menor afastamento.

Unem-se as projecções do mesmo nome da duas bases e distinguem-se os contornos visíveis das invisíveis em cada uma das projecções.



Bravo, você é excepcional. A figura acima é o resultado das suas projecções com base nos dados do enunciado. Avante!

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu que o contorno aparente horizontal de um cilindro de bases de frente é um quadrilátero que pode ser rectangular se se tratar de um cilindro de revolução.

As projecções frontais das bases de frente de um cilindro são dois círculos que são coincidentes se o cilindro for de revolução.

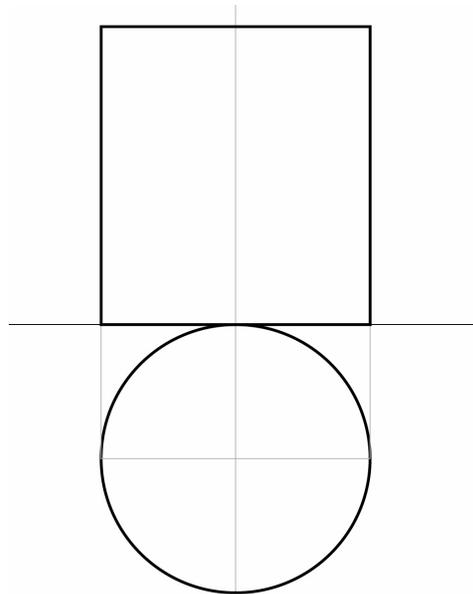
Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

## Actividades



### Actividades

1. Construa as projecções e um cilindro de revolução de bases de frente sabendo que:
  - Uma das geratrizes do cone pertence ao plano horizontal de projecção e os centros das bases têm 2,5 cm de cota.
  - A base de maior afastamento tem 8 cm de afastamento e a altura do cilindro é de 5 cm.



Agora resolva no seu caderno as actividades que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções de um cilindro oblíquo situado no ID, sabendo que:
  - As bases circulares de 2,5 cm de raio estão contidos em planos de frente de 1 e 4 cm de afastamento.
  - O centro **O** de uma das bases do cilindro é um ponto de 3 cm de cota.
  - As projecções das geratrizes fazem com o eixo  $x$  ângulos de  $45^\circ$  de abertura para a esquerda.

Que tal, estimado estudante, você teve dificuldades em desenhar as projecções? Acreditamos que não! Caso contrário, por favor, volte a estudar a lição. Porém, continuamos a depositar confiança em si porque você é muito dedicado. Vamos prosseguir com estudo do nosso módulo lendo a lição sobre pirâmides assentes em planos de perfil.

# Lição 9

## Pirâmides assentes em planos de perfil

### Introdução

Prezado estudante, no módulo que antecede este efectuamos as projecções de figuras planas assentes em planos de perfil. Constatamos que qualquer figura plana assente num plano de perfil tem as suas projecções reduzidas a dois segmentos de recta que encontram sobre os traços do plano que são perpendiculares ao eixo  $x$ .

Partindo das projecções das bases, iremos nesta lição efectuar as projecções de pirâmides com bases de perfil.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



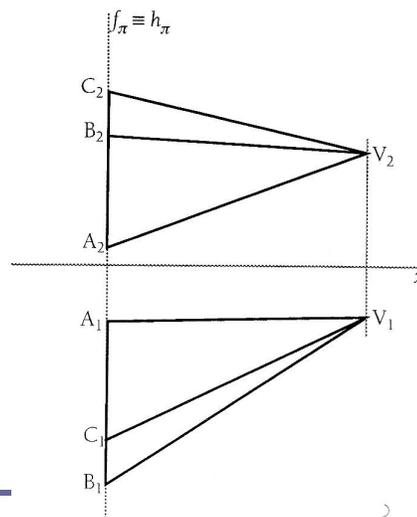
#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções pirâmides de bases de perfil.
- Utilizar correctamente os métodos geométricos auxiliares para determinar as projecções da base de perfil de uma pirâmide.
- Definir o contorno aparente das projecções de uma pirâmide com base de perfil.

### Projecções de pirâmides assentes em planos de perfil

Você sabe que os contornos aparentes frontais e horizontais de uma pirâmide com bases de perfil são sempre triângulos.

As bases como já se sabe têm a sua projecções sobre os traços do plano, isto é, são dois segmentos de rectas que se encontram na mesma linha perpendicular ao eixo  $x$ .



Projecções duma pirâmide qualquer com base de perfil.

Caro estudante, vamos prestar atenção ao exemplo que se segue. Uma pirâmide oblíqua, está assente pela base num plano de perfil  $\gamma$ . A base é um pentágono regular inscrito numa circunferência de 5 cm de raio, cujo centro é o ponto  $O$  (0; 7; 5). O lado do pentágono, mais próximo de  $v_0$  é de topo. O vértice da pirâmide é o ponto  $V$  (7; 1; 8) Determine as suas projecções.

### 1º passo

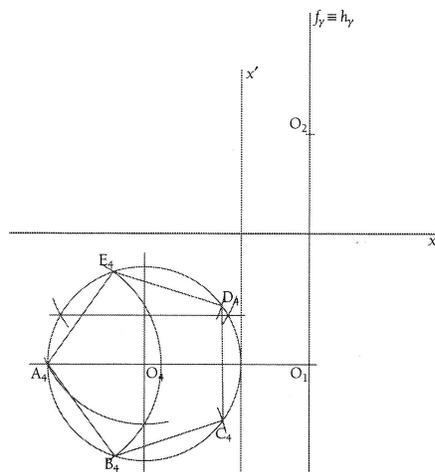
Representa-se o plano  $\gamma$  pelos seus traços e sobre eles determinam-se as projecções do centro da base.

Escolhe-se um método geométrico auxiliar, neste caso a mudança de plano tal como se fez no exercício anterior.

Para variar, neste exercício, optou-se por mudar o plano frontal de projecção.

Assim o novo eixo  $x, x_1$ , é perpendicular ao eixo  $x$ . no novo plano frontal de projecção mantém-se a projecção horizontal  $O_1$  do centro da base da pirâmide, muda o seu afastamento e mantém-se a sua cota.

Por  $O_{1,2}$  traça-se uma circunferência de 5 cm de raio e nele constrói-se um pentágono com o lado mais próximo de  $x_1a$ , paralelo a ele e obtém-se  $A_{1,2}, B_{1,2}, C_{1,2}, D_{1,2}$  e  $E_{1,2}$ . conforme ilustra a figura abaixo.



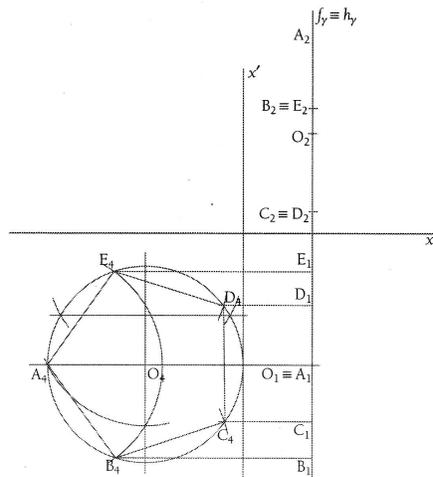
### *Projecções frontais da base da pirâmide no novo plano frontal*

Foi difícil fazer projecções frontais da base da pirâmide no novo plano frontal? Acreditamos que não pois valeu a sua inteligência. Vamos ao passo seguinte.

### 2º passo

Por  $A_{1.2}$ ,  $B_{1.2}$ ,  $C_{1.2}$ ,  $D_{1.2}$  e  $E_{1.2}$ , traçam-se paralelas ao eixo  $x$ , cuja intersecção com  $v_\gamma \equiv h_\gamma$ , traços do plano da base origina as projecções horizontais da base da pirâmide,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  e  $E_1$  e unem-se

Tirando as cotas do novo plano frontal de trajectão e marcando-as sobre , obtêm-se as projecções frontais dos vértices da base,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$ ,  $D_2$  e  $E_2$  e unem-se.

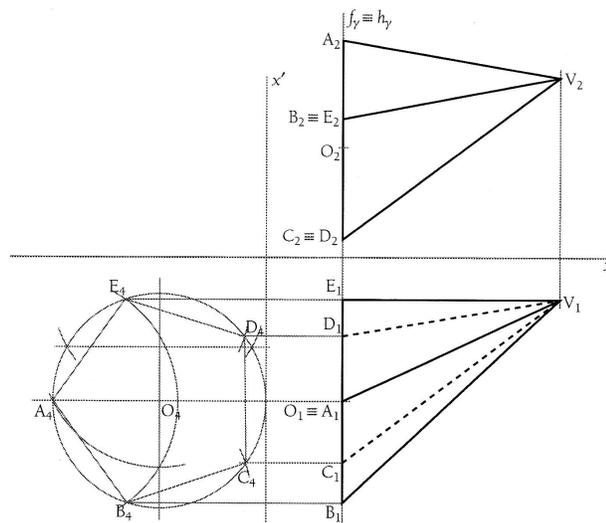


*Projecções da base da pirâmide*

Estimado estudante, também foi facilimo as projecções da base da pirâmide, pois não? A figura acima é o resultado da sua aplicação ao estudo.

### 3º passo

Determina-se as projecções do ponto  $V$ , vértice da pirâmide e unem-se-lhes, às projecções do mesmo nome da base do polígono. A distinção das arestas visíveis das invisíveis completa a resolução do exercício. Agora, vamos ao último passo.



Projecções da pirâmide oblíqua de base de perfil.

A figura que você obteve representa as projecções da pirâmide oblíqua de base de perfil. Agora, vamos ler o resumo da lição.

Agora, vamos ler o resumo da lição anterior.

---

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu que em qualquer uma das projecções o contorno aparente de uma pirâmide com base de perfil é um triângulo em que um dos lados está contido nesse plano de perfil.

Utilizou exclusivamente o método de mudança de planos como auxiliar para poder determinar as projecções da base da pirâmide e por conseguinte as projecções da própria pirâmide.

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

---

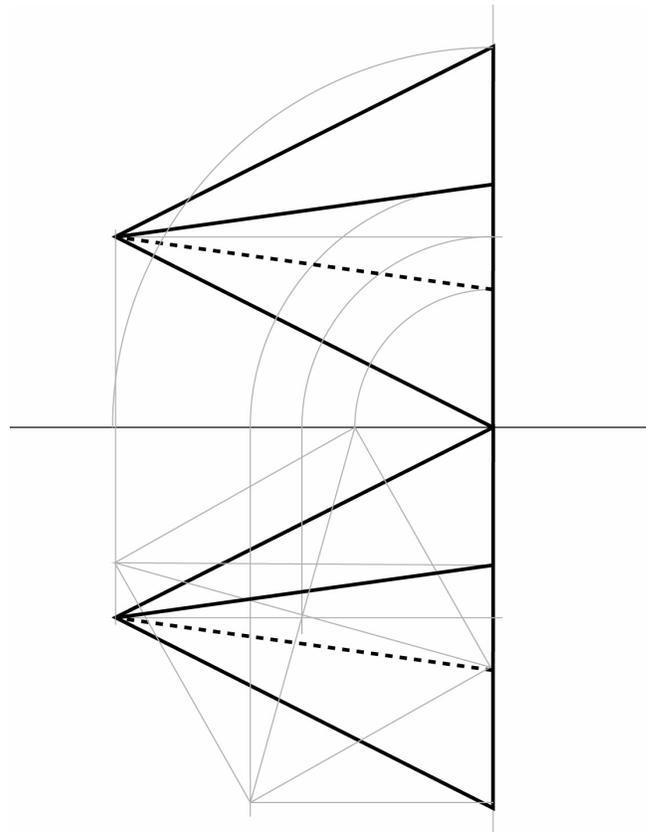
## Actividades



### Actividades

- Desenhe as projecções de uma pirâmide quadrangular regular, situada no I D.P, tendo em conta que:
  - A base da pirâmide é de perfil.
  - Um dos vértices da base da pirâmide situa-se no plano frontal de projecção e tem 2,5 cm de cota. Um outro vértice da base, que o segue, pertence a  $\nu_0$ .
  - O lado da base da pirâmide mede 4 cm.
  - A altura da pirâmide mede 5,5 cm e o vértice V da pirâmide situa-se à esquerda do plano da base.

A resolução do exercício está correcta. Parabéns, desenhou muito bem as projecções de uma pirâmide quadrangular regular, situada no I D.P.



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. As respostas encontram-se nas soluções que aparecem no fim do módulo.

Atenção, sempre que deparar com uma dúvida, por favor, repete o estudo da lição.

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de uma pirâmide hexagonal oblíqua, situada no I D.P, cuja base é de perfil, sabendo que:
  - A base é um hexágono regular, cujo lado mede 2,5 cm e o centro é o ponto **O** de 3 cm de cota e pertencente ao  $\beta_{13}$ .
  - Dois lados da base são de topo.
  - A altura da pirâmide mede 6,5 cm e o vértice da pirâmide situa-se à direita do plano da base.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Sucessos!

## Lição 10

### Cones assentes em planos de perfil

#### Introdução

Querido estudante, os cones assentes pela base em planos de perfil é o assunto que será desenvolvido nesta lição.

De recordar que as bases de perfil não apresentam a verdadeira grandeza em nenhuma das projecções daí a necessidade, em muitos casos, de recorrer aos métodos geométricos auxiliares para se poder construir a figura assente nesse plano.

A resolução de exercícios preconizados nesta lição e de outros que poderá descobrir ajudar-lhe-ão sobremaneira para o desenvolvimento das suas competências.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções um cone de base de perfil.
- Utilizar *correctamente os métodos geométricos auxiliares para determinar as projecções da base de perfil de um cone.*
- Definir *o contorno aparente das projecções de um cone com base de perfil.*

#### Projecções de cones assentes em planos de perfil

Como é do seu conhecimento, caro estudante, para obter a verdadeira grandeza do círculo que constitui a base do cone é necessário recorrer a um método geométrico auxiliar.

No entanto, para efeitos de apenas representação e as projecções do cone, o uso de um método geométrico auxiliar pode se ser dispensado, uma vez que a medida do diâmetro da base corresponde à medida de cada uma das projecções da base do cone sendo o ponto médio de cada uma das projecções, a projecção do respectivo centro.

Para melhor consolidar o conhecimento, querido estudante, vamos representar as projecções segundo o exemplo. Um cone de revolução está situado no I D com base de perfil com um ponto no plano frontal de projecção e outro no plano horizontal de projecção. O raio da base mede 5 cm e a altura é de 9 cm estando o vértice do cone à direita da base.

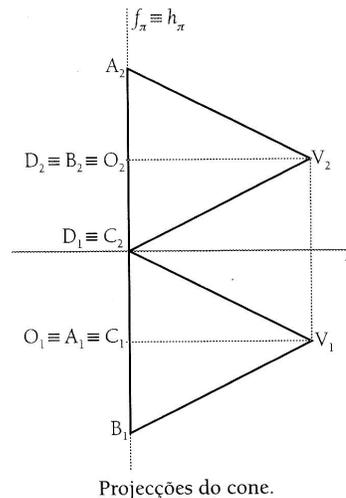
**1º passo**

Representa-se pelas suas projecções o centro da base, tendo em conta que ela tem um ponto em  $v_0$  e outro em  $\varphi_0$ , e o raio mede 5 cm. Isto significa que a cota e o afastamento da base do cone são iguais e medem 5 cm.

Seguidamente, a partir do ponto de cruzamento dos traços dos planos com o eixo  $x$ , marcam-se 5 cm para cima deste e 5 cm para baixo. O segmento que parte do eixo  $x$  para cima dele é a projecção frontal da base do cone e o segmento que parte do eixo para baixo do mesmo é a projecção horizontal da base do pentágono.

Pelas projecções do centro da base traçam-se para a direita linhas paralelas ao eixo  $x$  e aos 9 cm designam-se as projecções do vértice do cone.

Unindo os extremos das projecções da base com as projecções do mesmo nome do vértice do cone obtêm-se as projecções do cone. Que bela figura!



Caro estudante, outra forma de resolver este exercício, para quem ainda não desenvolveu suficientemente a capacidade de ver no espaço é seguir os seguintes passos:

**1º passo**

Depois de representado pelas suas projecções o centro da base do cone, escolhe-se um método geométrico auxiliar para se construir o círculo e a posterior determinação das suas projecções.

Escolhamos a mudança do plano frontal de projecção. Traça-se um novo eixo  $x$  e marca-se a projecção frontal do centro no novo plano frontal de projecção,  $O_{1.2}$ .

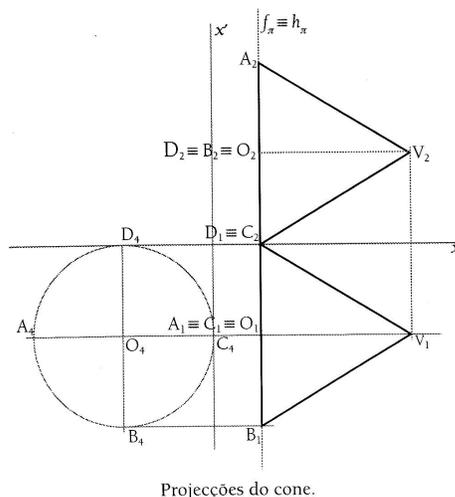
Como é do seu conhecimento a projecção frontal mudou mas a cota manteve-se e a projecção horizontal manteve-se mas o seu afastamento mudou.

Por  $O_{1.2}$  traça-se uma circunferência de 5 cm de raio e designam-se os extremos de dois diâmetros concorrentes perpendiculares em que um deles é paralelo a  $x_1$ .

As perpendiculares a  $x_1$  pelos quatro pontos designados na projecção frontal da circunferência no novo plano frontal, na sua intersecção com os traços do plano da base define a projecção horizontal da base do cone.

Para obter a projecção frontal da base do cone transportam-se as cotas do novo plano frontal de projecção para os traços do plano de perfil.

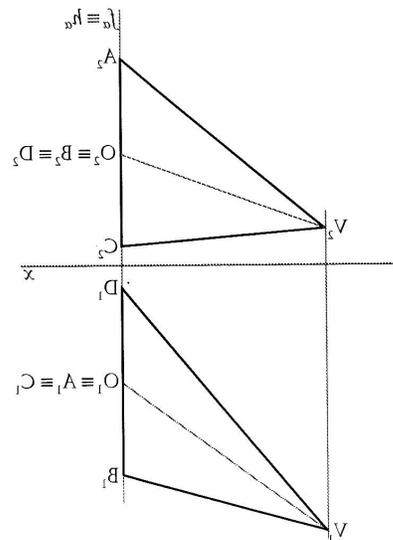
Uma vez determinadas as projecções da base do cone, os passos seguintes são iguais aos que se seguiram anteriormente, como se pode ver em seguida.



Um cone oblíquo situado no primeiro diedro de projecção tem a base de frente. O seu centro é o ponto  $O(0; 6; 6)$  e o seu raio mede 4,5 cm. O vértice é o ponto  $V(-5,5; 10; 1)$ .

Querido estudante, tal como no exercício anterior, as projecções da base do cone é directa. Determinam-se as projecções dos centros das bases e em cada uma delas marcam-se para cima e para baixo dela 4,5 cm que perfazem em cada projecção 9 cm, medida do diâmetro da base.

Seguidamente determinam-se as rojecções do vértice do cone e unem-se-lhes com as projecções do mesmo nome da base do cone, como se pode ver em seguida.



Projeções dum cone oblíquo.

Agora, vamos recordar aspectos fulcrais da lição através do resumo que se segue.

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição você aprendeu que para determinar as projeções dum cone de base de perfil não é imperioso que se use um método geométrico auxiliar. Uma projecção directa permite obter as projecções rigorosas do cone.

As projecções de um cone de base de perfil são sempre um triângulo.

Estimado estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

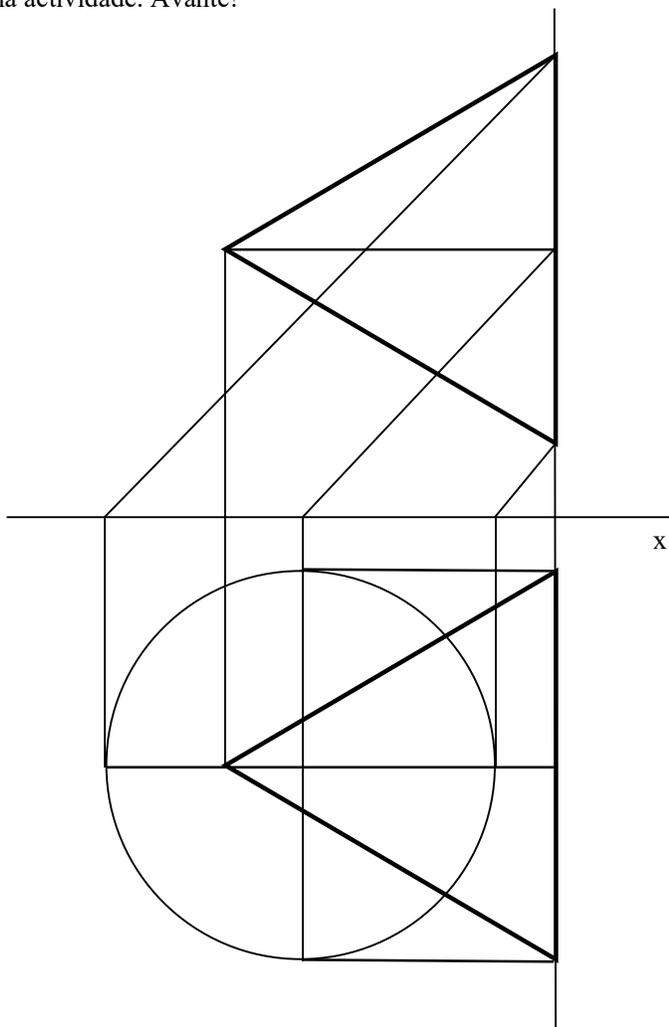
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecções um cone de revolução de base de perfil, situado no I D, considerando que:
  - O centro da base do cone é o pnto **O** de afastamento igual a 3,5 cm e pertencente a  $\beta_{13}$ .
  - O raio da base do cone mede 2,5 cm.
  - A altura do cone mede 4,5 cm e o vértice situa-se à esquerda da base.

Vamo analisar em conjunto a resolução. Bravo, a resposta está certa. Esta é a figura exigida na actividade. Avante!



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Aviação

1. Construa as projecções dum cone de revolução situado no I D, sabendo:
  - A base é de perfil e o seu centro é o ponto **O** (0; 3; 3,5) e o seu raio mede 2,5 cm.
  - A altura do cone é de 5 cm.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Sucessos!

# Lição 11

## Prismas assentes em planos de perfil

### Introdução

Caro estudante, quando falamos de projecções de figuras planas assentes em diferentes planos, fizemos referência também de figuras planas assentes em planos de perfil.

Uma vez projectada uma base do prisma, para obter as projecções do próprio prisma bastará representar pelas suas projecções a outra base que é igual a anterior e unir as projecções do mesmo nome das duas bases.

De referir que na resolução dos exercícios de prismas assentes pelas bases em planos perfil, será necessário muitas das vezes, recorrer aos métodos geométricos auxiliares.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

- Representar pelas suas projecções um prisma de bases de perfil.
- Utilizar correctamente os métodos geométricos auxiliares para determinar as projecções da base de perfil de um pirâmide.
- Definir o contorno aparente das projecções de um prisma com bases de perfil.



#### Objectivos

### Projecções de prismas de bases de perfil

Amado estudante, as características, constituição e os tipos de prismas é algo do nosso conhecimento.

Bastará você conhecer os planos da base e outros elementos necessários e suficiente para representá-lo pelas suas projecções.

O contorno aparente das projecções de um prisma de bases de frente é invariavelmente um polígono quadrangular.

Vamos ver um exemplo do que acabamos de afirmar:

Desenhe as projecções de um prisma hexágono regular recto situado no I D.P, de bases de perfil, sabendo:

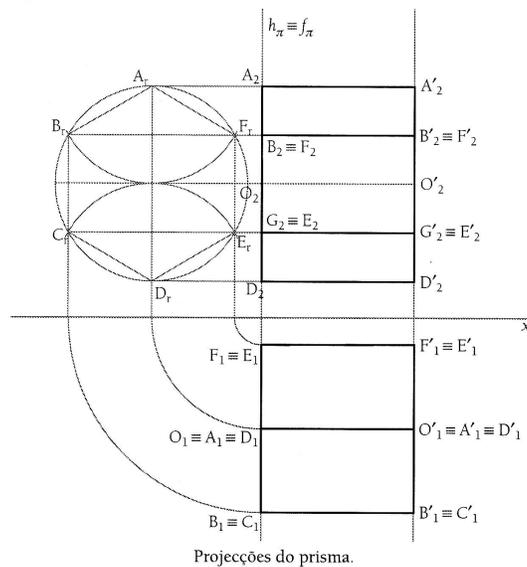


Efectua-se a inversão do rebatimento traçando paralelas ao eixo  $x$  cuja intersecção com os traços do plano origina as projecções frontais dos dois vértices da base.

Pelos vértices da base rebatida traçam-se perpendiculares ao eixo  $x$  que a partir desse eixo prolongam-se em arco de circunferência de centro no ponto de intersecção dos dois traços dos planos com o eixo  $x$  até intersectarem esses traços dando origem às projecções horizontais dos vértices da base do prisma cuja união desses pontos é a projecção horizontal da base.

Uma vez projectada a base situada mais à esquerda, traçam-se para a direita, perpendiculares aos traços dos planos e aos 7 cm traça-se o palno da segunda base. A intersecção das perpendiculares aos traços do primeiro plano da base com os traços do segundo plano da base, origina as projecções ortogonais da segunda base.

Finalmente distinguem-se as arestas visíveis das invisíveis.



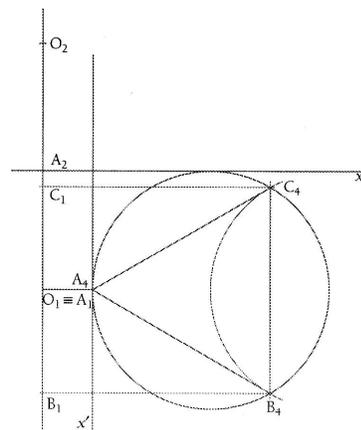
Esperamos ter compreendido a resolução do exercício do nosso exemplo. Mas se compreendeu, isto não será problema, a seguir a outro exemplo que pensamos que vai te iluminar na compreensão da matéria.

Um prisma triangular oblíquo situado no primeiro diedro de projecção, tem as suas bases de perfil. O centro duma das bases é ponto  $O$  (5;3,5; 3,5) e o centro da outra base é o ponto  $O_1$  (0; 7; 7). O raio da base mede 3,5 cm e um dos lados do triângulo equilátero é topo.

### 1º passo

Determina-se as projecções do centro  $O$ , utilizando um método geométrico auxiliar que neste caso é a mudança do plano frontal de projecção, constrói-se a base da pirâmide respeitando a posição descrita no enunciado.

Seguidamente determinam-se as projecções ortogonais do triângulo equilátero que constitui uma das bases da pirâmide triangular oblíquo.



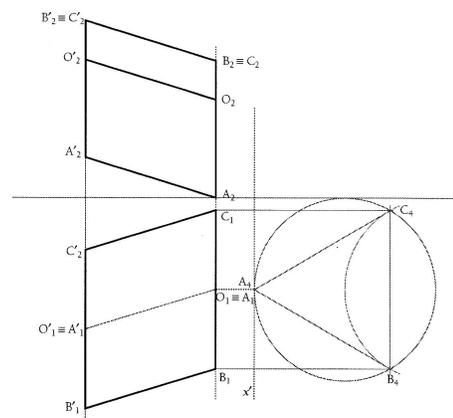
Projecções da base de centro O.

### 2º passo

Determinam-se as projecções do centro da base  $O_1$ , e por elas fazem-se passar os traços do segundo plano da base que de acordo com os dados está à esquerda da primeira base.

Traça-se o eixo  $OO_1$  em ambas as projecções. Partindo das projecções dos vértices da base de maior abcissa, traçam-se paralelas ao eixo do prisma cuja intersecção com os traços da base mais a esquerda determina as projecções da base de menor abcissa.

Por último distinguem-se as arestas do sólido.



Projecções do prisma oblíquo.

Depois desta maratona na resolução do exercício aprior como complexo, você acabou vencendo a batalha porque se aplicou de tal forma que determinou bem as projecções do prisma. Agora, vamos ao resumo da lição.

## Resumo da lição



### Summary

Nesta lição você aprendeu que o contorno aparente das projecções de um prisma é sempre um quadrilátero.

Para a determinação das projecções da base de um prisma, na maioria dos casos, será necessário recorrer aos métodos geométricos auxiliares, daí a necessidade do domínio desses métodos e a escolha adequada que permite facilmente encontrar a solução do exercício.

A distinção das arestas visíveis das invisíveis é um procedimento necessário em todos os exercícios

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

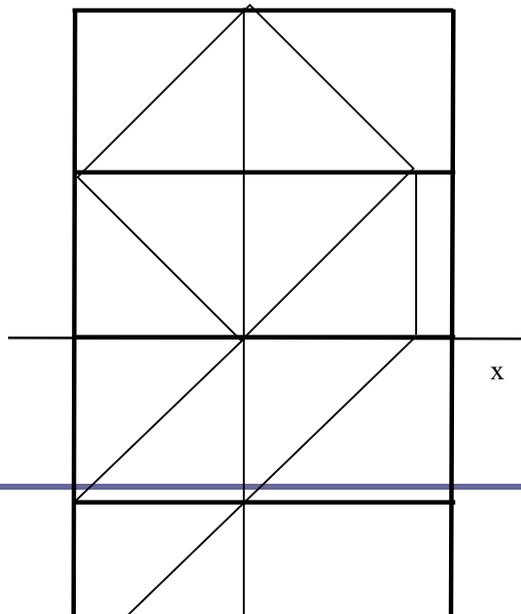
## Actividades



### Actividades

1. Represente pela suas projecções um prisma quadrangular regular recto de bases de perfil, sabendo que:
  - O centro de uma das base é um ponto do  $\beta_{I3}$  e tem 2,5 cm de afastamento.
  - Uma das arestas laterais do prisma situa-se no plano horizontal de projecção.
  - As arestas da base estão igualmente inclinadas em relação a  $\nu_0$ .
  - A altura do prisma é de 5,5 cm.

Vamos analisar o resultado do seu trabalho. Você acertou, representou correctamente pela suas projecções um prisma quadrangular regular recto de bases de perfil, conforme os dados do enunciado.



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções dum prisma pentagonal oblíquo situado no primeiro diedro de projecção, tendo em conta que:
  - Uma das bases, de perfil, inscreve-se numa circunferência de centro  $O(3; 3,5)$ .
  - Um dos vértices tem 1,5 cm de cota e o raio da circunferência circunscrita a base mede 2,5 cm.
  - As arestas laterais do prisma são segmentos de frente de 6 cm de comprimento.
  - A outra base situa-se à esquerda e tem um ponto no plano horizontal de projecção.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

## Lição 12

### Cilindros assentes em planos de perfil

#### Introdução

Caro estudante, nesta lição você vai ter a oportunidade de representar pelas suas projecções cilindros com bases de perfil.

O princípio é o mesmo que as projecções de cone, distinguindo-se pelo facto de no caso do cilindro representar-se uma segunda base igual à primeira.

O uso de método geométricos auxiliares pode ser dispensado dependendo do nível de visualização no espaço.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções um cilindro de bases de perfil.
- Definir o contorno aparente das projecções de um cilindro com bases de perfil.

#### Projecções de cilindros de bases de perfil

Querido estudante, nenhuma das projecções das bases de perfil de um cilindro apresentam a sua verdadeira grandeza, pelo contrário, quatro segmentos de recta definem as projecções das duas bases dum cilindro.

Essas projecções têm sempre a mesma medida, a verdadeira grandeza do diâmetro da base.

Por essa razão conhecendo o centro da base e o seu raio determinam-se rapidamente as suas projecções.

Vejam, o exemplo a seguir. Um cilindro de revolução situado no primeiro diedro de projecção, tem as bases de perfil de 3,5 cm de raio. O centro de uma das bases do cilindro é o ponto  $O(4; 5,5)$  e a altura do cilindro mede 7 cm. Represente-o pelas suas projecções. É bastante simples, siga os passos abaixo descritos.

#### 1º passo

Caro estudante, a resolução deste exercício não requer o uso de qualquer método geométrico auxiliar, pelo que basta determinar as projecções do centro e marcar para cima e para baixo, 3,5 cm de raio que dão origem a dois segmentos de 7 cm cada, correspondentes às projecções de uma das bases do cilindro.

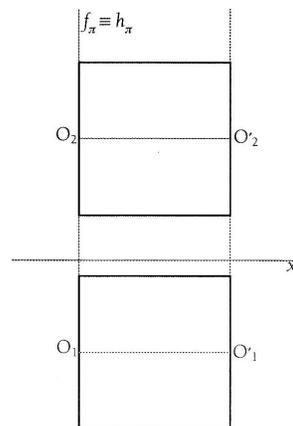
Representa-se o segundo plano de perfil a 7 cm do primeiro, onde se projectará a segunda base. Essa segunda base tanto poderá estar à direita como à esquerda pois que num ou noutro caso a figura é a mesma.

É por essa razão que o enunciado deste exercício nem sequer fez referência sobre esse assunto.

Faz-se exactamente o mesmo que se fez com a primeira base para obter as projecções da segunda base do cilindro.

Finalmente é só uma questão de unir entre si os extremos das projecções do mesmo nome das bases.

Como vê, as projecções dum cilindro de revolução situado no I D.P, com bases assentes em planos de perfil, são dois rectângulos iguais.



Projecções do cilindro .

Um outro cilindro, desta vez oblíquo, tem as bases também de perfil. Uma das bases tem o centro em  $\mathbf{O}$  (0; 7; 3,5) e a outra tem centro em  $\mathbf{O}_1$  (4,5; 3,5; 7). O raio das bases do cilindro medem 3,5 cm. Determine as projecções deste cilindro.

### 1º passo

Representa-se pelas suas projecções o centro  $\mathbf{O}$  e a respectiva base como mostra a ilustração seguinte.

Desenham-se as projecções da segunda base do cilindro de acordo com as coordenadas do seu centro e a medida do seu raio.

Para terminar, unem-se os extremos das projecções do mesmo das bases do cilindro oblíquo.



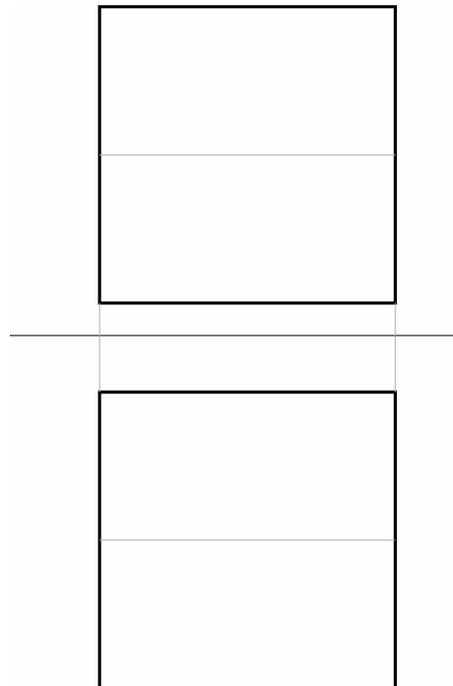
## Actividades



### Actividades

1. Construa as projecções de um cilindro de revolução de bases de perfil, cujo raio mede 2,5 cm. Os centros das bases têm 3,5 cm de afastamento e 3 cm de cota. A altura do cilindro é de 5 cm.

Parabéns, você acertou. Construiu correctamente as projecções de um cilindro de revolução de bases de perfil.



Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. Por favor, não consulte a solução antes de resolver.

## Avaliação



### Avaliação

1. Represente pelas suas projecções um cilindro oblíquo, tendo em conta os seguintes dados:
  - As bases estão assentes em planos de perfil.

- Os centros das suas bases são os pontos  $O(0; 2,5; 4)$  e  $O'(5; 4,5; 5)$ .
- O raio das bases do cilindro mede 2,5 cm.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

## Lição 13

### Pirâmides assentes em planos de topo ou projectantes frontais

#### Introdução

Querido estudante, nesta lição vamos tratar de determinar as projecções de projecções de pirâmides assentes pela base em planos projectantes frontais ou planos de topo.

Como sabe, as figuras assentes nesse plano não apresentam a sua verdadeira grandeza em nenhuma das projecções.

Uma vez que já tratou de projecções de polígonos, é só uma questão de determinar as projecções do vértice e uni-lo aos vértices da base do sólido.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções pirâmides de bases projectantes frontais.
- Definir o contorno aparente das projecções de pirâmides de bases de topo.

#### Projecções de pirâmides com bases de topo

Continuando, caro estudante para você determinar as projecções duma pirâmide basta projectar todos os pontos que a constituem, nomeadamente, o vértice da base e o vértice da pirâmide. Unidos as projecções do mesmo nome desses vértices obtém-se as projecções do sólido.

Passemos a representar pelas suas projecções uma pirâmide quadrangular recta, situada no primeiro diedro de projecção, sabendo que:

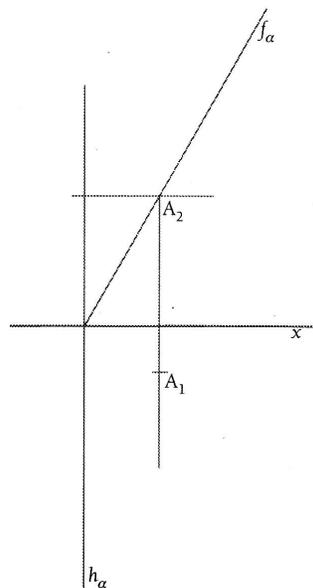
- A pirâmide está assente pela base num plano projectante frontal que faz um diedro de  $60^\circ$  com  $v_0$ , de abertura para a direita.
- Os lados da base fazem  $45^\circ$  com  $\phi_0$  e o seu vértice A, de menor afastamento dista 1 cm desse plano frontal de projecção e 4 cm do plano horizontal de projecção.
- O lado do quadrado mede 5 cm e a altura da pirâmide mede 7 cm.

**1º passo**

Representa-se o plano de topo pelos seus traços e determinam-se as projecções do vértice da base de menor afastamento. Este vértice da base tem cota igual a 4 cm portanto para efectuar as suas projecções começa-se por localizar um ponto de 4 cm de cota, sobre o traço frontal do plano de topo.

Recorde-se que todos os pontos dum plano projectante frontal têm as suas projecções frontais sobre o traço frontal do plano.

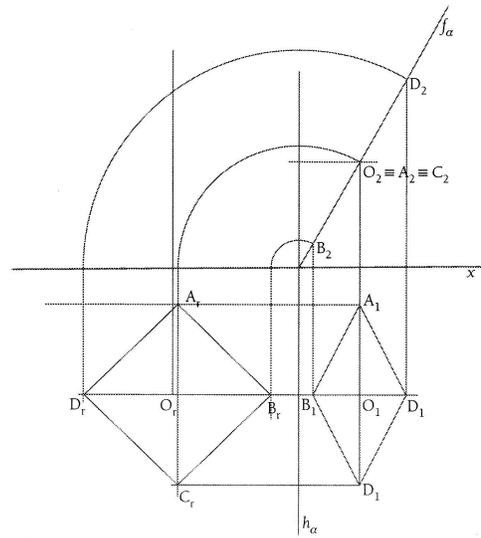
Seguidamente determina-se a projecção horizontal desse vértice da base ao que se segue a escolha dum método geométrico auxiliar para a construção do quadrado na sua verdadeira grandeza. Veja como ficou a figura depois da projecção. É isso mesmo. A frente que é caminho. Vamos ao passo a seguir.

**2º passo**

Escolhamos o rebatimento do plano de topo sobre o plano horizontal de projecção. Com centro no ponto de intersecção dos traços do plano da base e uma abertura do compasso até  $A_2$ , traça-se um arco até ao eixo  $x$  que se prolonga através duma perpendicular a esse eixo. Essa perpendicular vai intersecar-se com uma paralela ao eixo  $x$  que passa por  $A_1$ , dando origem a  $A_r$ , ponto  $A$  rebatido.

Por  $A_r$  traçam-se linhas que fazem  $45^\circ$  com o eixo  $x$ , medem-se os 5 cm do comprimento do lado do quadrado, completa-se a construção do polígono e designam-se os seus 3 restantes pontos.

Efectua-se o contra rebatimento que é um processo inverso ao rebatimento e determinam-se as projecções da base da pirâmide.



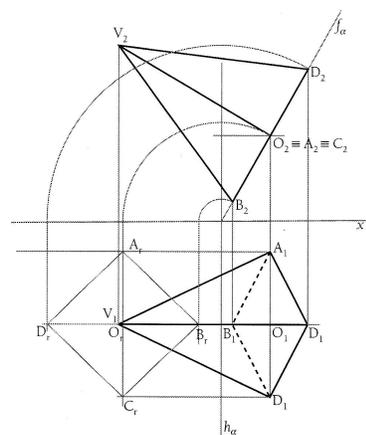
*Projecções da base da pirâmide*

Traçam-se as projecções horizontais das diagonais do quadrado, para obter a projecção horizontal do seu centro  $O_1$  e seguidamente determina-se a projecção frontal desse ponto.

Por  $O_2$  traça-se uma perpendicular ao traço frontal do plano e sobre ela, a partir dessa projecção frontal do centro da base, marcam-se 7 cm correspondentes à altura do sólido e designa-se  $V_2$ .

Projecção horizontal do ponto  $V$  encontra-se numa linha paralela ao eixo  $x$  que passa por  $O_1$ .

Unem-se os vértices da base ao vértice do mesmo nome da pirâmide e distinguem-se os seus traços.



Projecções da pirâmide.

Caro estudante, foi tão fácil a resolução, pois não? Acreditamos que sim. Agora, vamos ao outro exemplo para consolidar os seus conhecimentos.

Desenhe as projecções de uma pirâmide octogonal oblíqua, situada no primeiro diedro de projecção, considerando que:

- A base da pirâmide é um octógono regular assente pela base num plano de topo que faz um diedro de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.
- A circunferência circunscrita à base mede 4 cm de raio e o seu centro é o ponto  $O(4,5; 5)$ .
- Dois dos lados da base da pirâmide são de frente.
- O vértice da pirâmide é o ponto  $V(6,5; 0,5)$ , cuja linha de chamada dista 8 cm à esquerda da linha de chamada do centro  $O$  da base.

### 1º passo

Representam-se traços do plano e desenham-se as projecções do ponto  $O$ , o centro da base, tendo em conta que a sua projecção frontal deverá estar sobre o traço frontal do plano.

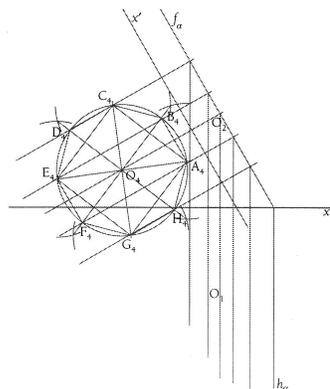
Seguidamente escolhe-se um método geométrico auxiliar que neste caso a opção foi pela mudança do plano horizontal de projecção.

Mantém-se a projecção frontal do ponto  $O$  e obtém-se a sua projecção horizontal no novo plano horizontal de projecção,  $O_{1,1}$ , cujo afastamento se mantém igual a 4,5 cm.

Traça-se a circunferência com o centro em  $O_{1,1}$  e raio igual a 4 cm e constrói-se o octógono com dois lados paralelos a  $x_1$ , os lados de frente.

Efectua-se a projecção frontal do octógono, através do traçado de perpendiculares pelas projecções horizontais dos seus pontos no novo plano horizontal de projecção, cuja intersecção com o traço frontal do plano origina as projecções frontais dos pontos do octógono.

Determina-se a projecção horizontal da base da pirâmide transportando os afastamentos dos pontos da base do novo plano horizontal de projecção para o plano inicial.





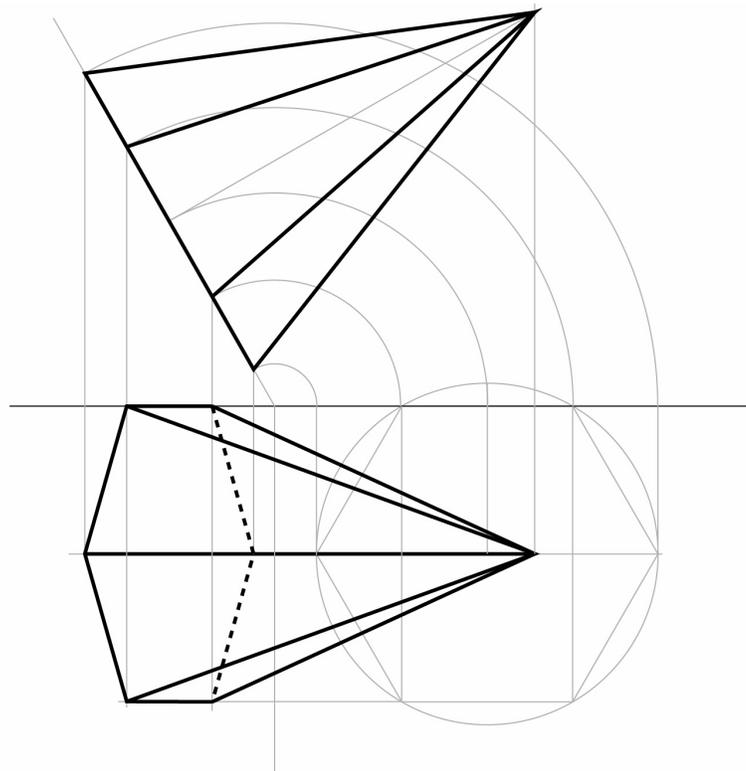
## Actividades



### Actividades

1. Construa as projecções duma pirâmide hexagonal regular recta, situada no ID, sabendo que:
  - A base está contida num plano projectante frontal  $\alpha$  que faz com  $v_0$ , um ângulo diedro de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.
  - As arestas da base mede 2,5 cm e uma delas tem afastamento nulo e um dos extremos tem 1,5 cm de cota.
  - A base da pirâmide é invisível em projecção horizontal e a altura da pirâmide mede 7,5 cm.

Vamos verificar a resolução do exercício.



Bravo, a resposta está certa. Você Construiu bem as projecções duma pirâmide hexagonal regular recta, situada no ID.

Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. Por favor, não consulta a solução antes de resolver.

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções ortogonas de uma pirâmide quadrangular oblíqua, situada no primeiro diedro de projecção, sabendo:
  - A pirâmide está assente pela base num plano projectante frontal.
  - Os vértices **E** (0; 2,5; 0,5) e **F** (2,5; 1; 4) da base quadrangular regular **[EFGH]**, definem a aresta **[EF]**.
  - O vértice da pirâmide é o ponto **V** (- 4; 4; 2).

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

## Lição 14

---

### Pirâmides assentes em planos projectantes horizontais

#### Introdução

Querido estudante, na lição anterior a esta tratamos das projecções de pirâmide assentes em planos projectantes frontais e vimos quais eram as características dessas projecções.

No plano projectante horizontal essas características são inversas, isto é, o que acontece com as projecções frontais numa figura de base de topo é o que acontece com as projecções da mesma figura de base projectante horizontal e vice versa.

Sendo assim esperamos que o que vai aprender nesta lição não constitua nenhuma novidade para si.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Representar pelas suas projecções de pirâmides de bases projectantes horizontais.
- Desenhar as projecções de pirâmides regulares e oblíquos de bases projectantes horizontais.
- Definir o contorno aparente das projecções de pirâmides de bases verticais.

### Pirâmides assentes em planos projectantes horizontais

Prezado estudante, a projecção de pirâmides com bases em planos projectantes horizontais pode ser feita na base do conhecimento que foi sendo desenvolvido até aqui.

O que acontece com a projecção horizontal numa pirâmide com base de topo, é exactamente o mesmo que acontece com a projecção frontal da mesma pirâmide com base projectante horizontal, no que respeita às suas deformações.

Vamos prestar a prestar atenção no exemplo a seguir.

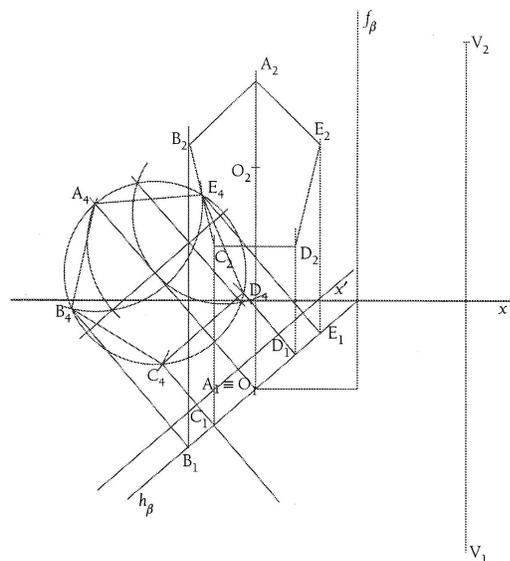
Dada uma pirâmide pentagonal oblíqua, represente-a pelas suas projecções sabendo que:

- Situa-se no primeiro diedro de projecção e a sua base é projectante horizontal, faz um ângulo de  $40^\circ$  com  $\varphi_0$  de abertura para a esquerda.
- O seu centro da base pentagonal regular é o ponto **O** (3,5; 5) e o raio da circunferência a ela circunscrita mede 3,5 cm.
- A aresta de menor cota da base da pirâmide é de nível.
- O vértice da pirâmide é o ponto **V**, situado em  $\beta_{13}$  com 10 cm de cota, cuja linha de referência situa-se 6 cm à direita da linha de chamada do centro da base.

### 1º passo

Representa-se pelas suas projecções o centro da base as respectivas projecções da base do sólido na base de é método geométrico auxiliar que neste caso é a mudança do plano frontal de projecção.

Efectuam-se a projecção frontal da base da pirâmide em verdadeira grandeza num novo plano frontal de projecção, na base da qual se volta ao plano frontal de projecção, obtendo-se deste modo as projecções do pentágono regular.

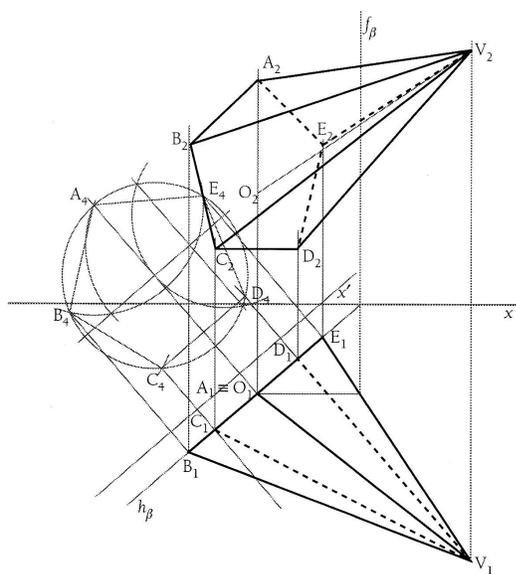


*Projecções da base da pirâmide*

**2º passo**

Traça-se uma linha de chamada 6 cm à direita da linha de chamada do centro da base da pirâmide e sobre ela marcam-se 10 cm de cota e afastamento do vértice da pirâmide.

Para concluir unem-se as projecções da base com as projecções do mesmo nome do vértice do sólido e distinguem-se as arestas visíveis das invisíveis.



Projeções da pirâmide oblíqua.

Como dissemos anteriormente, que esta lição não constituiu uma novidade ou surpresa para si porque você já estudou esta matéria na lição anterior. Agora, vamos ao resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Caro estudante, nesta lição você aprendeu que o conhecimento das projecções de pirâmides assentes em planos projectantes frontais ajuda sobremaneira para projectar pirâmides em planos projectantes horizontais.

Basta para isso inverter o plano de topo para que facilmente se perceba que poderão ser dados similares para solucionar um exercício de projecções do mesmo pirâmide assente pela base nesses dois planos.

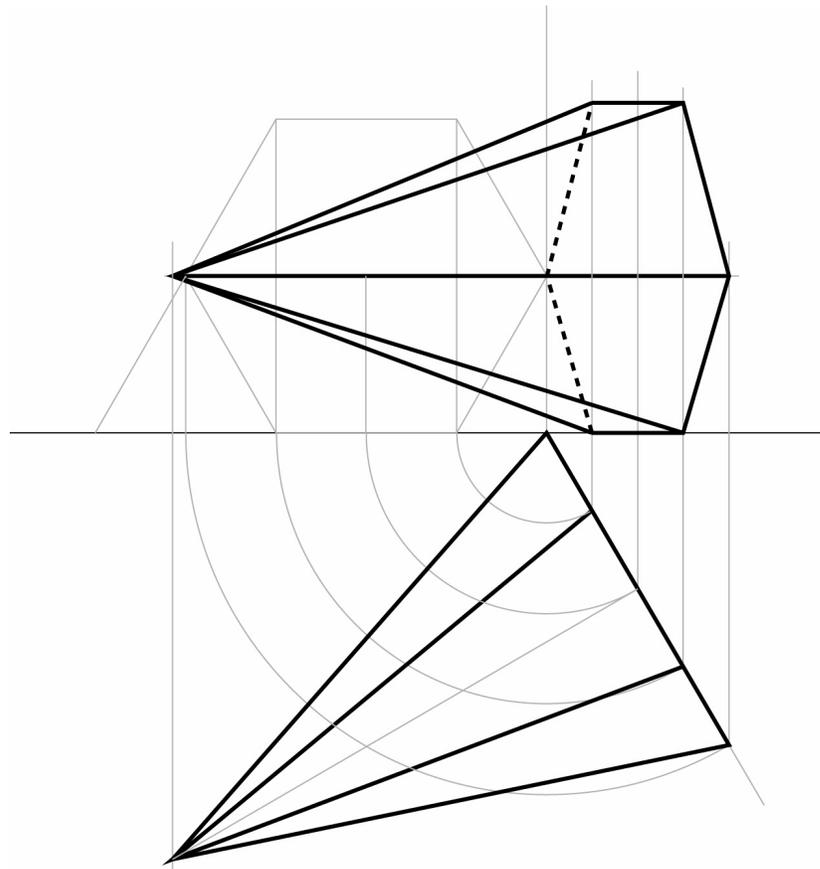
Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

## Actividades



### Actividades

1. Desenhe as projecções duma pirâmide hexágona regular recta situada no ID, cuja base está assente num plano vertical que faz um ângulo diedro de  $60^\circ$  com  $\phi_0$  de abertura para a direita. O lado do hexágono mede 2,5 cm tendo um deles cota nula. Um dos vértices da base da pirâmide pertence ao plano frontal de projecção. A altura da pirâmide é de 7 cm.



Mais uma vez está de parabéns. Acertou a resposta. Desenhóu perfeitamente as projecções duma pirâmide hexágona regular recta situada no ID.

Agora resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso. Por favor, não consulte a solução antes de resolver.

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de uma pirâmide triangular regular recta situada no primeiro diedro de projecção, sabendo que:
  - A base da pirâmide é vertical e faz com o plano frontal de projecção um diedro de  $45^\circ$  de abertura para a direita.
  - A base da pirâmide é um triângulo equilátero cujo lado mede 4,5 cm.
  - o lado da base mais próximo do plano frontal de projecção é vertical, tem afastamento igual a 1 cm e o seu extremo de menor cota dista 0,5 cm de  $\nu_0$ .
  - A altura da pirâmide é de 6 cm.

Agora compare as suas respostas com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Sucessos!

# Lição 15

## Cones assentes em planos de topo

### Introdução

Nesta lição vamos, caro estudante, vamos abordar a projecção de um cone nos planos ortogonais de projecção.

Muita coisa têm as projecções deste sólido com uma pirâmide, por exemplo, com a base contida num plano de topo, o contorno aparente frontal é um triângulo.

Que nenhuma das projecções encontramos a verdadeira grandeza da base, sendo neste caso necessário recorrer a métodos geométricos auxiliares para a sua rigorosa construção.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de cones assentes em planos projectantes frontais.
- Desenhar as projecções cones de revolução e oblíquos de bases projectantes frontais.
- Definir o contorno aparente das projecções de cones de bases de topo.

### Projecções de cones de bases de topo

Como em outros casos, você deve estar recordado que o desenvolvimento dos conteúdos é baseado na resolução de exercícios de modo a que não se trate as coisas numa forma meramente abstrata.

Para não fugir à regra, iremos resolver dois exercícios, ambos referentes a projecções de cones de bases de todo, sendo o primeiro um cone de revolução e o segundo um cone oblíquo.

Projectemos neste caso, um cone de revolução de base de topo, que faz um ângulo de  $60^\circ$  com  $v_0$  de abertura para a esquerda. O centro da  $e$  é o ponto **O** pertence ao plano bissector dos quadrantes ímpares e tem afastamento igual a 5 cm. O raio da base mede 4,5 cm e a altura da pirâmide é de 7,5 cm.

Estimado estudante, é importante que durante a resolução você deve fixar muito bem os passos de modo a responder o enunciado.

Lembre-se que a resolução deste exercício segue os mesmos passos que os outros similares que consistem em representar os traços do plano e a respectiva projecção do centro da base.

Seguidamente pode-se traçar diâmetros perpendiculares em que um é de topo, apresentando a sua verdadeira grandeza em projecção horizontal e outro de frente apresentando a verdadeira grandeza em projecção frontal.

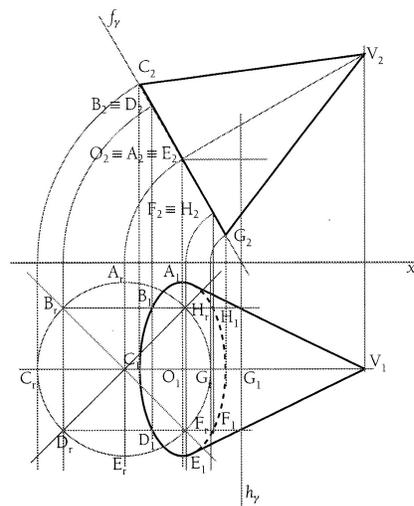
Na base disso representam-se as projecções dum quadrado auxiliar. Neste caso o rigor é menor e sendo assim vale apenas construir o próprio círculo em verdadeira grandeza e seguidamente determinar as suas projecções baseadas num número de pontos que garantem um certo rigor.

Assim, caro estudante, escolheu-se o método de rebatimento que permitiu construir o círculo em verdadeira grandeza e encontrar na circunferência um número mínimo suficiente de pontos para definir as projecções dessa figura plana.

Deste modo, escolheu-se a rebatimento do plano de topo sobre o plano horizontal de projecção para que se possa construir a circunferência da base em sua verdadeira grandeza e a posterior inversão do rebatimento obtendo deste modo as projecções da base do cone.

Pela projecção frontal do centro da base do cone traça-se uma perpendicular ao traço frontal do plano da base e sobre ela marcam-se 7,5 cm correspondentes a altura da pirâmide e designa-se  $V_2$ , projecção frontal do vértice do cone. A projecção horizontal do cone encontra-se sobre uma linha paralela ao eixo  $x$ , porquanto o eixo do cone é de frente, ou seja, qualquer linha perpendicular ao plano de todo, é de frente.

Une-se a base ao vértice do cone e distinguem-se as linhas visíveis das invisíveis. Aí está a figura projectada. Foi difícil? Acreditamos que não.



Prossiga, resolvendo o exercício seguinte.

Passemos ao desenho das projecções de um cone oblíquo, com base assente num plano de topo que faz um ângulo de  $75^\circ$  de abertura para a esquerda. O centro da base do cone tem cota igual 4 cm. A base do cone tem um ponto no plano frontal de projecção e outro no plano horizontal de projecção. O vértice do cone é um ponto do eixo  $x$  e situa-se 6 cm à direita do ponto de cruzamento dos traços do plano da base.

### 1º passo

Após a representação dos elementos básicos para iniciar a projecção do sólido, nomeadamente o eixo  $x$ , os traços do plano da base, determina-se a projecção frontal do centro da base.

O recurso ao método geométrico auxiliar é a via que vai permitir construir rigorosamente as projecções deste cone. Efectuemos o rebatimento do plano da base sobre o plano frontal de projecção. Neste caso o traço frontal do plano mantém-se fixo, isto é, o plano gira sobre ele e passa a coincidir com o seu rebatimento.

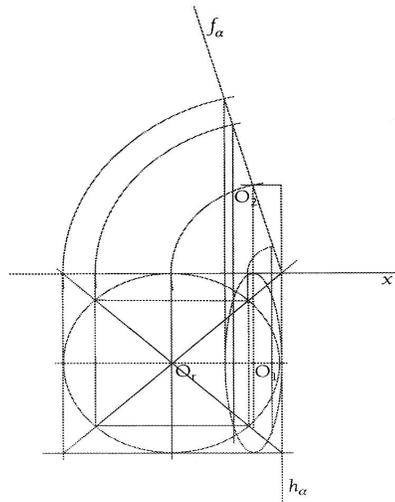
Pelo cruzamento do traço frontal com o eixo  $x$ , traça-se uma perpendicular a esse traço perpendicular essa que é o traço horizontal rebatido do plano da base.

Por  $O_2$ , projecção frontal do centro da base traça-se uma perpendicular ao traço frontal do plano da base e marca-se sobre ela a medida correspondente à distância de  $O_2$  ao ponto do cruzamento dos traços dos planos e designa-se  $O_r$ , centro da base rebatido. A marcação desta maneira da medida do afastamento do centro garante que a circunferência da base toque os dois traços do plano da base, ou seja tenha um ponto em  $\nu$  e outro em  $\phi$ .

Traça-se a circunferência e marcam-se-lhe um certo número de pontos, suficientes para determinar as suas projecções na base do quadrado envolvente, suas diagonais e medianas.

Traçam-se, pelos pontos todos, perpendiculares ao traço frontal da base que ao intersecção-lo determinam as projecções frontais desses pontos todos, como já se habituou a fazê-lo.

Traçam-se as linhas de chamada desses pontos e transportam-se-lhes os afastamentos, condição necessária e suficiente para determinar as projecções da base do cone.

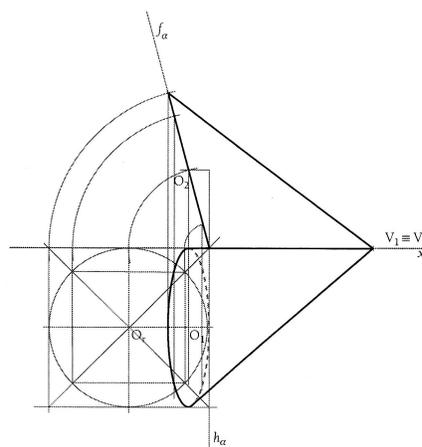


Mais uma vez, a figura projectada está conforme. Observe bem no segundo passo.

**2º passo**

No eixo  $x$ , a partir do ponto de cruzamento dos traços do plano, marcam-se 6 cm à direita e designam-se as projecções do vértice do cone,  $V_1 \equiv V_2$ . Finalmente traçam-se tangentes à projecção horizontal da base do cone, a partir de  $V_1 \equiv V_2$  e unem-se os extremos da projecção frontal da base com  $V_1 \equiv V_2$ .

A traço grosso representa-se os contornos aparentes frontal e horizontal e a traço interrompido médio ou ponteados será a parte da base não visível em projecção horizontal.



Projectões do cone oblíquo.

Parabéns! Valeu a sua inteligência, querido estudante, você aplicou correctamente as medidas e executou as projecções conforme o enunciado. Agora, vamos ao resumo da lição

---

## Resumo da lição



### Resumo

Prezado estudante, nesta lição você aprendeu que a projecção da horizontal da base de topo de um cone, é uma elipse.

Para a representação rigorosa dessa elipse é necessário recorrer a um método geométrico auxiliar. No último exercício efectuou-se o rebatimento do plano da base sobre o plano frontal de projecção sem a necessidade do uso dos arcos de rebatimento. Tratou-se de fazer o transporte directo dos afastamentos o que evita o uso de muitas linhas que por vezes pode dificultar a leitura do desenho.

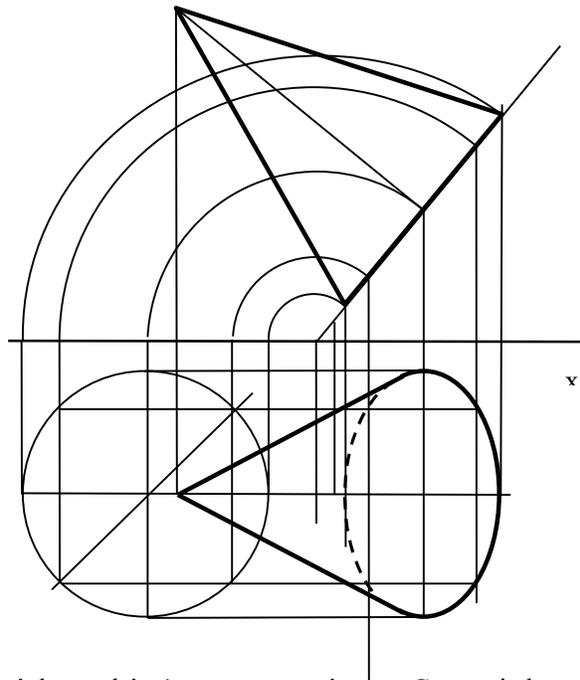
Estamos no fim do estudo de mais uma lição, caro estudante, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

## Actividades



### Actividades

1. Construa as projecções dum cone de revolução de base de topo, situado no primeiro diedro de projecção, sabendo que:
  - Um dos diâmetros da circunferência da base é o segmento  $[AB]$ , de frente que apresenta as seguintes coordenadas,  $A(0; 3; 0,5)$  e  $B(3; 3; 4,5)$ .
  - A altura do cone é de 6 cm.



Bravo, você está de parabéns! a resposta está certa. Construiu bem as projecções dum cone de revolução de base de topo, situado no primeiro diedro de projecção.

Agora, resolve no seu caderno as actividades que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Avaliação

1. Represente pelas suas projecções um cone oblíquo de base de topo, situado no ID, considerando que:
  - O plano da base faz um ângulo diedro de  $45^\circ$  com o plano horizontal de projecção de abertura para a direita.
  - O centro da base é o ponto  $O(3,5, 2,5)$  e o raio da base mede 2,5 cm.
  - O vértice do cone é um ponto do  $\beta_{13}$  com afastamento igual a 1 cm, cuja linha de chamada situa-se 7 cm à esquerda da linha de chamada do centro da base.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo lendo a última lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

# Lição 16

## Cones assentes em planos verticais

### Introdução

Querido estudante, apresentação das projecções de cones assentes em planos verticais ou projectantes horizontais é em termos de posição o contrário do que acontece com os cones nos planos de topo, pois basta virar a folha de desenho para que um cone de base de topo se torne de base vertical.

É pois nesta lição que você terá na prática a ocasião de compreender e resolver exercícios de representação pelas suas projecções de cones com bases assentes em planos projectantes horizontais.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de cones assentes em planos projectantes horizontais.
- Desenhar as projecções cones de revolução e oblíquos de bases projectantes horizontais.
- Definir o contorno aparente das projecções de cones de bases verticais.

### Projecções de cones de bases assentes em planos verticais ou projectantes horizontais

Estimado estudante, se formos a girar  $180^\circ$  graus uma folha de desenho com projecções de um cone de base de topo, teremos projecções dum cone de base assente num plano projectante horizontal.

Isto significa que a projecção de cones de bases verticais não traz praticamente nada de novo em termos de conteúdos, trata-se apenas de mais uma oportunidade de aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas, consolidando deste modo todo um conhecimento adquirido, tendo em vista a resolução de problemas concretos do dia-a-dia.

Desenhemos as projecções dum cone oblíquo situado no ID.P, tendo em consideração que:

- O plano da base é projectante é projectante horizontal que faz ângulo diedro de  $60^\circ$  com  $\varphi_0$  de abertura para a direita.

- O centro da base é o ponto **O** (4; 4,5) e o raio mede 4 cm.
- O vértice da base é o ponto **V** (0,5; 10), cuja linha de referência situa-se 6 cm à esquerda do ponto de intersecção dos traços do plano da base.

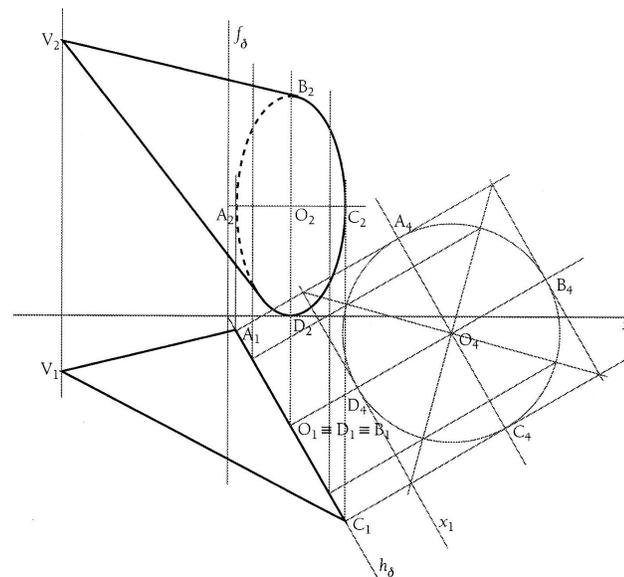
Vamos sigar cuidadosamente os passos descritos:

### 1º passo

Desenham-se as projecções da base do cone, com o recurso a um método geométrico auxiliar, que neste caso é a mudança do plano frontal de projecção.

Mantêm-se as cotas e mudam as projecções frontais. Em relação às projecções horizontais, como é do seu conhecimento, mantêm-se e mudam os afastamentos.

Determinam-se as projecções do vértice da base cuja linha de chamada situa-se 6 cm à esquerda do ponto de cruzamentos dos traços do plano da base do cone e completa-se a resolução do exercício conforme se pode apreciar no desenho que se segue.



Projeções do cone oblíquo.

Bravo, você é mesmo inteligente. Se continuar assim, você irá concluir o estudo de módulo em tempo recorde. Vamos prossiguir com a leitura do resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Querido estudante, nesta lição você aprendeu que para se determinar as projecções da base vertical dum cone é imprescindível o uso de um método geométrico auxiliar de modo a garantir o necessário rigor para este tipo de desenho.

Vimos que o que acontece com as projecções frontais de cones de base de topo é o que acontece com as projecções horizontais de cones de bases verticais.

O mesmo se pode dizer em relação às projecções horizontais de cones de bases de topo que se assemelha com as projecções frontais de cones com bases em planos projectantes horizontais.

No fudo tudo está condicionado às semelhanças e diferenças entre planos de topo e verticais.

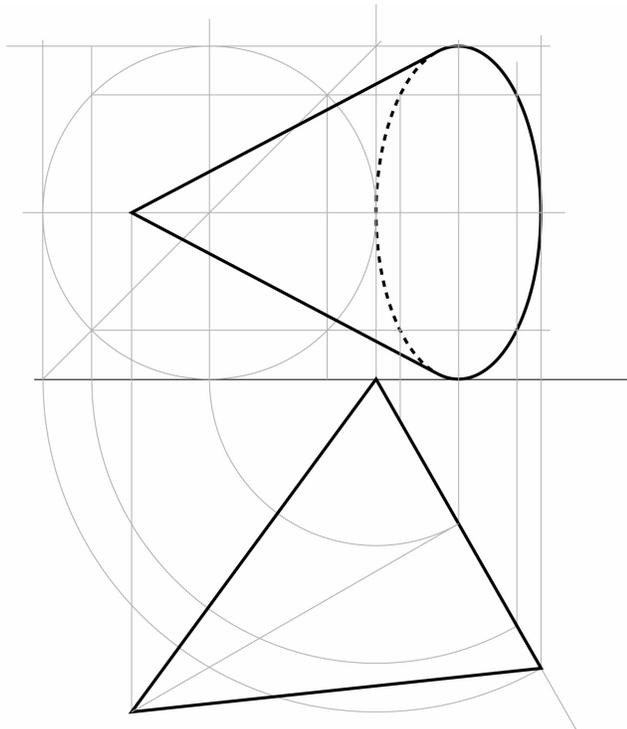
Caro estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecções um cone de revolução de base assente num plano projectante horizontal, respeitando o seguinte posicionamento:
  - O plano projectante horizontal faz um ângulo diedro de  $60^\circ$  de abertura para a direita.
  - O centro da base tem 2,5 cm de afastamento e a circunferência que determina os limites da base tem um ponto em  $v_0$  e outro em  $\phi_0$ .
  - A altura do cone é de 6,5 cm.



Esta figura é simplesmente maravilhosa. Parabéns! Representou bem pelas suas projecções um cone de revolução de base assente num plano projectante horizontal.

Agora, resolve no seu caderno as actividades que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções dum cone oblíquo situado no ID, sabendo que.
  - A sua base está assente num plano vertical que faz um diedro de  $60^\circ$  com  $\varphi_0$ , de abertura para a esquerda.
  - O raio da base é de 2,5 cm e o seu centro é o ponto **O** (3; 3,5).
  - O vértice é um ponto situado no lugar geométrico em que as cotas e afastamentos são nulos, estando 6 cm a direita do ponto de cruzamento dos traços do plano.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Se errou, isso não é problema, volta a estudar a lição.

## Lição 17

### Prismas assentes em planos de topo ou projectantes frontais

#### Introdução

Amado estudante, no prosseguimento do estudo de projecções de sólidos geométricos, vamos nesta lição estudar as projecções de prismas assentes por uma das bases em planos de topo ou projectantes frontais.

O que acontece nestas projecções não constitui novidade na sua totalidade, aliás, de tudo o que se faz, apenas você ainda não experimentou a marcação da altura dum prisma assente em planos de topo.

Nem por isso não deixa de ser capaz de resolver qualquer exercício mesmo antes da explicação através da resolução de exercícios no desenrolar desta lição.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de prismas assentes em planos projectantes frontais.
- Desenhar as projecções prismas regulares rectos e prismas oblíquos de bases de topo.
- Definir o contorno aparente das projecções de prismas de bases projectantes frontais.

### Projecções de pirâmides assentes em planos de topo

Caro estudante, você já tem experiência de projectar prismas assentes em planos de projecção ou em planos a eles paralelos ou ainda em planos duplamente projectantes. Também já sabe determinar as projecções de pirâmides assentes pela base em planos projectantes frontais.

A associação desses conhecimentos, entre outros, habilita-lhe a resolver qualquer exercício relacionado com a projecção de prismas de bases de topo.

É pois, sobre as projecções de prismas de bases de topo que nos iremos deter nos próximos minutos, que iniciam com a representação pelas suas projecções de um prisma octogonal regular recto situado no ID.P. e assente por uma das bases num plano projectante frontal que faz com  $v_0$  um ângulo de  $40^\circ$  de abertura para a esquerda. O centro da base mais próxima de  $v_0$  é o ponto **O** (5;4,5) e o raio da

circunferência circunscrita à base mede 4,5 cm. Duas das arestas da base de menor fastamento são de frente e a altura do prisma é de 7 cm.

### Vamos a resolução deste exercício

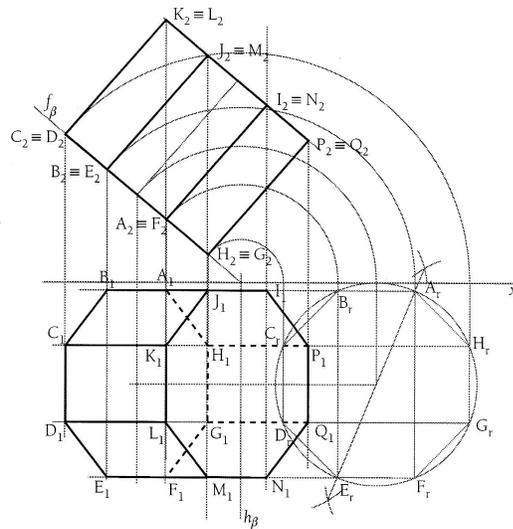
Representa-se pelas suas projecções o octógono regular, uma das bases do prisma que se pretende construir. Na construção do octógono é necessário ter em consideração que dois dos seus lados deverão em projecção horizontal ser paralelos ao eixo  $x$ .

Efectua-se o rebatimento do centro da base, contrói-se a base faz-se a inversão do rebatimento para obter as projecções da base do prisma.

Pelas projecções frontais dos oito vértices da base, traça-se perpendiculares ao traço frontal do plano dessa base e aos 7 cm correspondentes à altura do sólido passa-se o segundo plano da base, logicamente paralelo ao primeiro, cuja intersecção com as perpendiculares determina as projecções frontais dos vértices da segunda base.

Tendo em conta que as arestas laterais do prisma são de frente porque são perpendiculares ao plano de topo, pelas projecções horizontais dos vértices da base mais próxima de  $\nu_0$ , traçam-se linhas paralelas ao eixo  $x$ , cuja intersecção com as linhas de chamada da segunda base origina as projecções horizontais dessa segunda base.

Agora, caro estudante, resta apenas unir as projecções do mesmo das bases e dos seus pontos com um devido traço para concluir a resolução deste exercício.



Projectões do prisma regular.

Estas são projecções do prisma regular. Obtida a figura, vamos recorda aspectos essenciais da matéria, lendo o resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição, querido estudante, você aprendeu que as projecções de prismas de bases de topo depende de todo um conhecimento já adquirido, fundamentalmente a projecção de polígonos de bases de topo.

Por outro lado o conhecimento de projecções de prismas de bases assentes em planos de projecção ou em planos a eles paralelos e em planos de perfil, constitui a base imprescindível para a compreensão das projecções de prismas de bases de topo.

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

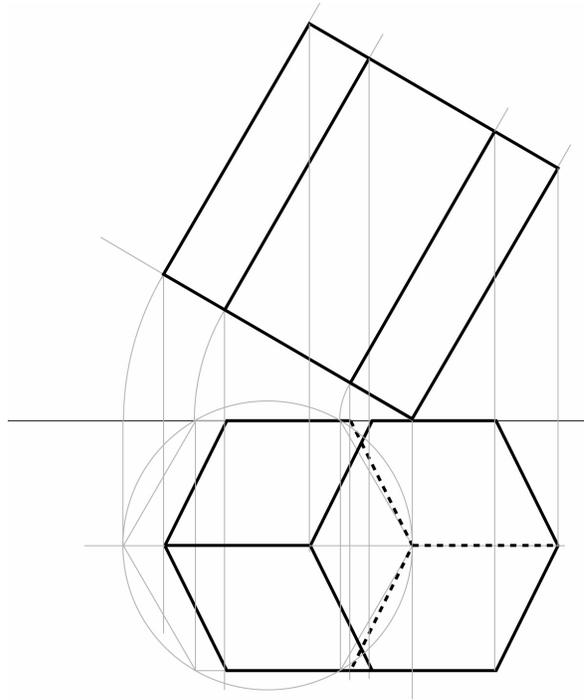
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas suas projecção um prisma hexagonal regular recto de bases de topo considerando que:
  - Os planos das bases fazem ângulos de  $30^\circ$  de abertura para a esquerda.
  - Uma das faces do prisma situa-se no plano frontal de projecção e a aresta da base mede 2,5 cm.
  - Um dos vértices da base de menor cota, situa-se no plano horizontal de projecção.
  - A altura do prisma é de 5 cm.

Vamos verificar a resolução. Você está de parabéns, a resposta está correcta. Representou como deve ser, pelas suas projecção um prisma hexagonal regular recto de bases de topo considerando o enunciado.



Agora, resolve no seu caderno as actividades que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Avaliação

1. Desenhe as projecções de um prisma quadrangular oblíquo assente num plano de topo que faz com  $v_0$  um ângulo de  $45^\circ$  de abertura para a direita. As bases são quadrados de 4 cm lado e a altura do prisma é de 4 cm. Uma das arestas da base pertence ao plano horizontal de projecção e a outra ao plano frontal de projecção. As arestas laterais são de frente e as suas projecções frontais fazem com o eixo  $x$  ângulos de  $30^\circ$  de abertura para a esquerda.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

## Lição 18

### Prismas assentes em planos verticais ou projectantes horizontais

#### Introdução

Querido estudante, você girando  $180^\circ$  a folha de desenho que tenha as projecções de prismas de bases de topo, obtemos prismas de bases projectantes horizontais, isto é, já nos dispomos de ferramenta suficiente para representar pelas suas projecções com bases assentes em planos perpendiculares ao plano horizontal de projecção e oblíquos em relação ao plano frontal de projecção.

A explicação dos exercícios dirá muito resumidamente o que será necessário para se alcançar a solução. Mais do que explicar, os desenhos estarão suficientemente claros.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de prismas assentes em planos projectantes horizontais.
- Desenhar as projecções prismas regulares rectos e prismas oblíquos de bases verticais.
- Definir o contorno aparente das projecções de prismas de bases projectantes horizontais.

### Projecções de prismas assentes em planos verticais ou projectante horizontais

Caro estudante, sem perder tempo, vamos directamente à projecção dum prisma quadrangular regular recto, cujas bases sejam verticais, e que:

- A arestas de maior cota [**CD**], da base de menor afastamento, tem as seguintes coordenadas, **C** (0; 5; 7) e **D** (2,5; 2; 7).
- A altura do prisma mede 6 cm.

#### 1º passo

Começa-se por determinar as projecções dos pontos **C** e **D** que definem a aresta de maior cota da base mais próxima do plano frontal de projecção.

Como é do seu conhecimento todos os pontos, rectas e figuras contidos num plano vertical, têm as suas projecções horizontais sobre o traço horizontal do plano.

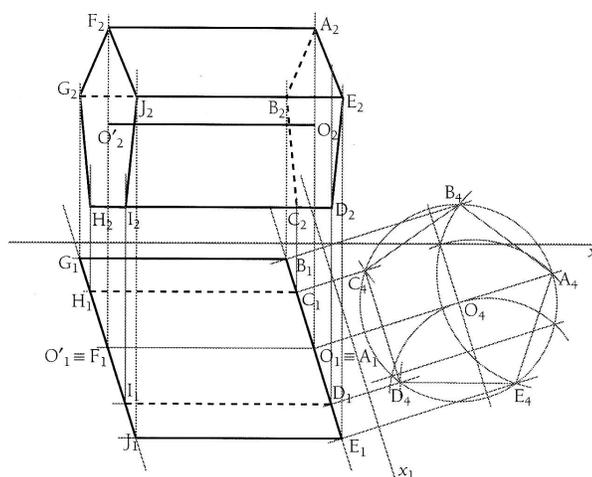
Sendo assim, a projecção horizontal da aresta  $[CD]$ , coincide com o traço horizontal do plano.

Neste exercício, caro estudante, dispensa-se o uso de um método geométrico auxiliar, pois o lado dado é de frente e por conseguinte encontra a sua verdadeira grandeza em projecção horizontal.

Os dois lados perpendiculares ao primeiro são verticais e, como tal, têm as projecções frontais em verdadeira grandeza e que permite a sua narcação directa. E assim completam-se as projecções da base.

Pela projecção horizontal dos vértices da base traçam-se linhas perpendiculares ao traço horizontal do plano da base e marca-se nelas 6 cm, altura do prisma e faz-se a designação dos vértices da outra base.

Finalmente efectua-se o último passo que como já deve imaginaor é comum em projecções de todos os sólidos que já vimos.



Projeções do prisma oblíquo.

Observou bem a figura? Ela já está feita! Foi difícil? Julgamos que você está decidido em terminar o módulo mais cedo. Prossiga, agora vamos ao resumo dalição.

---

## Resumo da lição



### Resumo

Estimado estudante, nesta lição você aprendeu que a representação pelas suas projecções de prismas assentes em planos projectntes horizontais constitui algo que se resolve na base da conjugação dos conhecimentos anteriormente adquiridos.

No entanto apenas para citar alguns exemplos foram representados pelas suas projecções dois prisma sendo um regular recto e outro oblíquo, sem aprofundar a explicação, pois com o que já se sabe os desenhos são suficientemente esclarecedores.

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

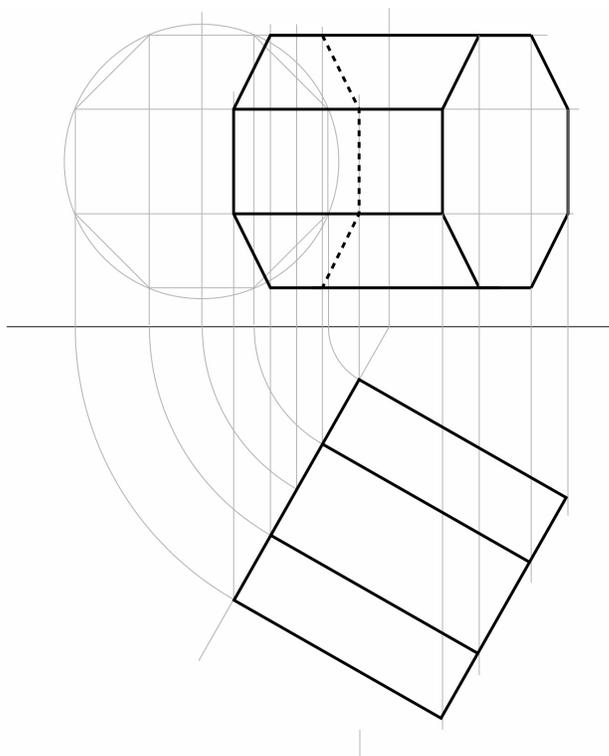
## Actividades



### Actividades

1. Represente pelas sua projecções um prisma octagonal regular recto de bases verticais, sabendo que:
  - Os planos das bases fazem com o plano frontal de projecção ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.
  - O centro da base tem 3 de afastamento e pertence a  $\beta_{1/3}$ , e o raio da circunferência a ela circunscrita mede 2,5 cm.
  - Duas faces do prisma são de nível e a altura é de 4,5 cm.

Vamos verificar a resolução.



Bravo, a figura foi correctamente projectada. Representou correctamente pelas sua projecções um prisma octagonal regular recto de bases verticais.

Agora, resolve no seu caderno os exercícios que lhe propomos cujas soluções encontram-se no fim do módulo. Não adianta nada em consultar as soluções antes de resolver.

## Avaliação



### Avaliação

1. Represente pelas suas projecções um prisma hexagonal oblíquo situado no ID, tendo em conta que:
  - As bases do prisma são projectantes horizontais e fazem com o plano frontal de projecção ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.
  - A aresta **AB** da base mais próxima do plano frontal de projecção mede 2,5 cm, existe em  $v_0$  e o vértice **A** tem 2,5 cm de afastamento.
  - A altura do prisma mede 3,5 cm e as arestas laterais são de frente, fazendo com o eixo  $x$  ângulos de  $45^\circ$  de abertura para a direita.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo. Sucessos!

# Lição 19

## Cilindros assentes em planos de topo

### Introdução

Caro estudante, nesta lição você vai aprender a determinar as projecções de cilindros assentes em planos de topo ou projectantes frontais.

Iremos resolver dois exercícios com a respectiva explicação, um sobre o cilindro de revolução e outro sobre um cilindro oblíquo.

Depois da leitura do enunciado dos exercícios de explicação, tente resolvê-los antes de ver a solução nem acompanhar os passos da sua resolução.

Isto vai permitir medir se você está acima do normal, ao ritmo normal ou abaixo do normal, sem escurar também que as actividades e a avaliação também estão para avaliar o seu desempenho.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de cilindros assentes em planos projectantes frontais.
- Desenhar as projecções cilindros de revolução e cilindros oblíquos de bases de topo.
- Definir o contorno aparente das projecções de prismas de bases projectantes frontais.

### Projecções de cilindros assentes em planos de topo ou projectantes frontais

Querido estudante, o cilindro é um sólido perfeitamente conhecido por si, bem como o plano de topo ou prprojectante frontal.

Logo à partida sabemos que as projecções frontais das duas bases de topo de um cilindro, são dois segmentos de recta que se ligam entre si através de outros dois segmentos de recta, as geratrizes do contorno aparente frontal do cilindro.

O contorno aparente horizontal é constituído por outras duas geratrizes e dois arcos.

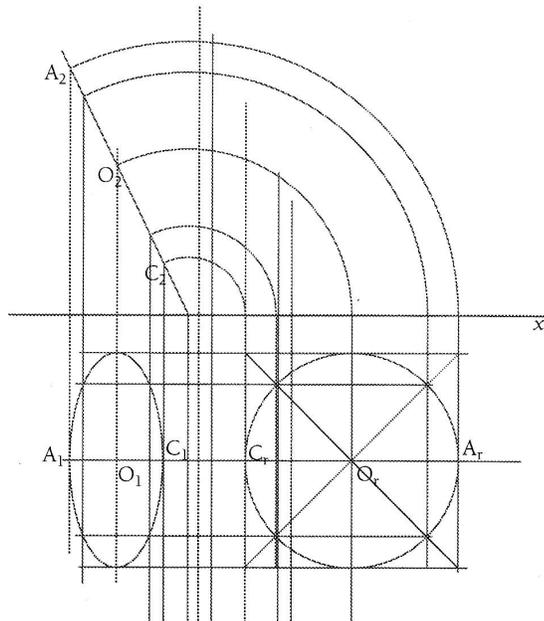
Para operacionalizar o que acabou de se dizer, vamos determinar as projecções de um cilindro oblíquo, situado no ID.P., de bases de topo, sabendo que:

- O diâmetro de frente da base mais próxima de  $v_0$  é o segmento de recta [AC], com seguintes coordenadas, **A** (0; 5; 7) e **C** (4; 5; 1).
- A altura do cilindro é de 6 cm e as projecções frontais das suas geratrizes são perpendiculares ao plano da base.
- As projecções horizontais das geratrizes do cilindro fazem com o eixo  $x$  ângulos de  $45^\circ$ .

### 1º passo

As projecções do diâmetro da base mais próxima do plano horizontal de projecção permite conhecer a amplitude dos ângulos diedros que os planos das bases fazem com o plano horizontal de projecção.

O ponto médio do diâmetro é o centro da circunferência, na base do qual ele é traçado, após o uso de um método geométrico auxiliar.



*Projecções da base do cilindro oblíquo*

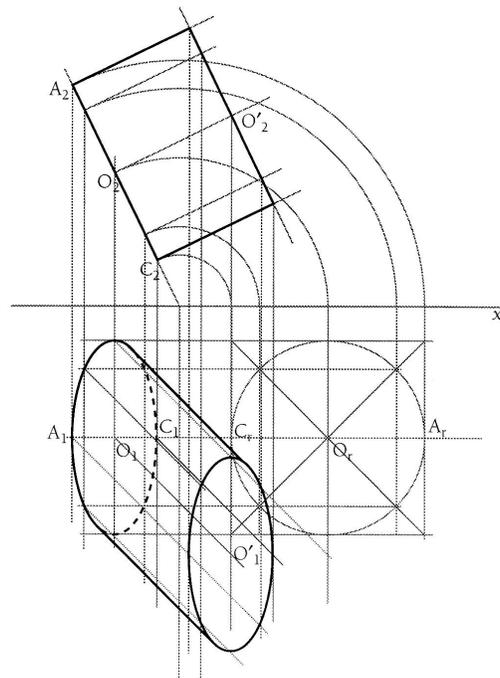
Na verdade você aqui não encontrou nenhuma dificuldades em resolver as projecções da base do cilindro oblíquo porque você domina a matéria. Prossiga com o seu estudo.

### 2º passo

Querido estudante, tal como se fez com o exercício anterior, pelos extremos da projecção frontal do cilindro traça-se duas perpendiculares sobre as quais se marca a altura do sólido e determina-se a projecção frontal da segunda base.

Pelos extremos da projecção frontal dessa segunda base traçam-se duas linhas de chamada que se intersectarão com as tangentes à projecção horizontal a primeira base.

Essas tangentes fazem  $45^\circ$  com o eixo  $x$ . além das tangentes serão projectados os outros pontos que garante o maior rigor no traçado da projecção horizontal da segunda base.



Projeções do cilindro oblíquo.

Assim, caro estudante se obtém a figura desejada. Aí você tem a figura, toda ela bem feita. Agora vamos ao resumo da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Querido estudante, nesta lição você aprendeu que a projecção frontal desse sólido é sempre um quadrilátero que pode ser rectângulo quando se tratar de cilindro de revolução.

O contorno aparente horizontal são dois segmentos de recta que se unem através de dois arcos.

O uso dum método geométrico auxiliar é sempre necessário para garantir o necessário rigor que é característica do desenho geométrico.

Caso tenha cêrces poderá usá-las para garantir maior rigor no traçado das projecções das bases do cilindro.

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

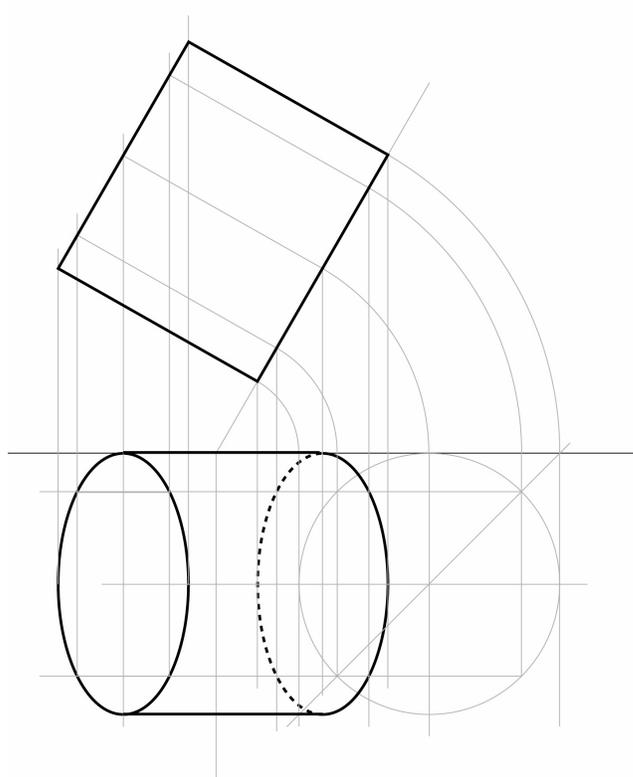
## Actividades



### Actividades

1. Represente pela suas projecções um cilindro de revolução de bases de topo, sabendo que:
  - Os planos projectantes frontais que contêm as bases fazem com o plano horizontal de projecção ângulos diedros de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.
  - O centro de uma das bases do cilindro é o ponto  $O(2,5; 3,5)$  e uma da geratrizes pertence ao plano frontal e projecção.
  - A altura do cilindro é de 6 cm.

Verificando a resolução, concluímos que você representou correctamente pela suas projecções um cilindro de revolução de bases de topo.



A sua resposta está certa.

Agora, resolva no seu caderno as actividades que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções de cilindro oblíquo situado no ID, sabendo:
  - As bases estão assentes em planos projectantes frontais que fazem com  $\nu$  ângulos diedros de  $60^\circ$  de abertura para a direita.
  - O centro de uma das bases é o ponto **O** pertencente ao plano bissector dos quadrantes *imoares* e tem afastamento igual a 3 cm, e o raio mede 2,5 cm.
  - As projecções frontais e horizontais das geratrizes do cilindro fazem com o eixo  $x$ , respectivamente, ângulos de  $45^\circ$  e  $30^\circ$ , de abertura para a direita.
  - A altura do cilindro é de 5 cm

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Sucessos!

## Lição 20

### Cilindros assentes em planos verticais ou projectantes horizontais

#### Introdução

Estimado estudante, a determinação da projecções de cilindros com bases assentes em planos projectantes horizontais é o que vamos tratar nesta lição.

Nesta lição, você poderá aplicar vários conhecimentos, incluindo ao traçado de tangentes e de concrdâncias entre rectas e curvas.

É interessante imaginar um cilindro com bases verticais e representá-lo no plano do desenho usando correctamente todo o tipo de taçados necessários.

Ao concluir esta lição você será capaz de:



#### Objectivos

- Construir as projecções de cilindros assentes em planos projectantes horizontais.
- Desenhar as projecções cilindros de revolução e cilindros oblíquos de bases verticais.
- Definir o contorno aparente das projecções de prismas de bases projectantes horizontais.

#### Projecções de cilindros de bases verticais

Querido estudante, desenhemos as projecções, um cilindro oblíquo com bases assentes em planos projectantes horizontais.

O cilindro oblíquo que vamos projectar posiciona-se da seguinte maneira:

- Os planos das bases fazem com o plano frontal de projecção ângulos diedros de  $60^\circ$  de abertura para a direita.
- O centro de uma das bases tem afastamento e cota iguais a respectivamente 4,5 cm e 4 cm e o raio é igual a 4 cm.
- As geratrizes do cilindro são de frente e fazem com plano horizontal ângulos de  $40^\circ$  de abertura para a esquerda.

- A altura do cilindro é de 2,5 cm.

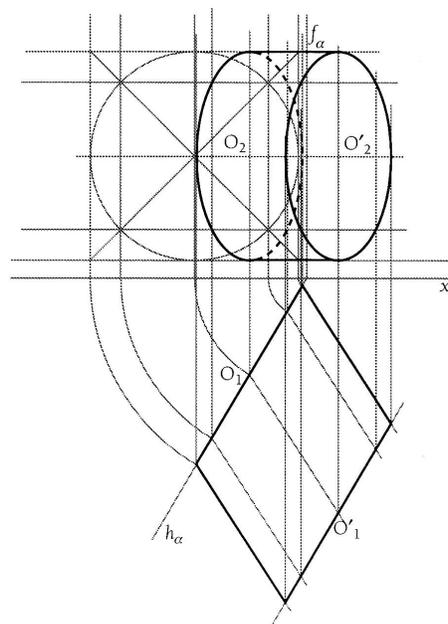
**1º passo**

A projecção da base do cilindro, caro estudante, é uma tarefa fácil, pois já foi dito a quando das projecções de figuras planas bem como quando se falou de projecções de cones com bases projectantes horizontais.

Antes da determinação da projecções da base dada do cilindro, é necessário ter em consideração que deverá estar em verdadeira grandeza para garantir o necessário rigor que caracteriza o desenho geométrico no geral e a geometria descritiva no caso específico.

Pelos extremos da projecção horizontal da base mais próxima do plano horizontal traçam-se linhas paralelas ao eixo  $x$ , em que aos 2,5 cm de altura determinam a segunda base do cilindro que obviamente é paralela a primeira.

Seguidamente, pela projecção frontal da base traçam-se linhas que fazem  $60^\circ$  co o eixo  $x$  que ao se cruzarem com as linhas de chamada da segunda base determinam a projecção frontal dessa base. Aí está a figura!



Projecções do cilindro oblíquo.

Agora, vamos ler o resumo da lição, para você fixar aspectos importantes da lição.

## Resumo da lição



### Resumo

Nesta lição, caro estudante, você aprendeu que o contorno aparente horizontal de qualquer cilindro de base projectante horizontal é sempre um quadrilátero. O contorno aparente frontal é composto por dois segmentos rectilíneos que concordam com dois arcos.

Na construção da primeira base projectante horizontal de um cilindro é quase sempre necessário e mais rigoroso o uso de um método geométrico auxiliar.

Após à construção das projecções dum cilindro podem traçar-se tangentes à base ou à superfície do cilindro. Podem também ser marcados que pertencem ao cilindro.

Querido estudante, estamos no fim do estudo de mais uma lição, agora vamos realizar as actividades que se seguem para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquirir.

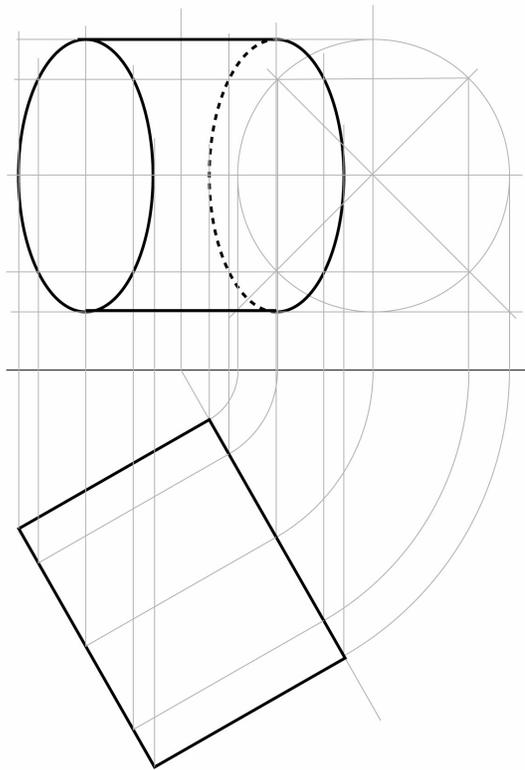
## Actividades



### Actividades

1. Desenhe as projecções de um cilindro de revolução situado no primeiro diedro de projecção tendo em conta os seguintes dados:
  - As bases do cilindro situam-se em planos projectantes horizontais que fazem com com  $\varphi_0$  ângulos diedros de  $60^\circ$  de abertura para a direita.
  - O centro de uma das bases é o ponto **O** (3; 3,5) e o raio mede 2,5 cm.
  - A altura do cilindro é igual a 4 cm.

Bravo, você acertou. A resposta está correcta.



Desenheou correctamente as projecções de um cilindro de revolução situado no primeiro diedro de projecção tendo em conta os dados do enunciado.

Agora, resolve no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

---

## Avaliação



### Avaliação

1. Construa as projecções dum cilindro oblíquo, sabendo que:
  - As bases são verticais e fazem com o plano frontal de projecção ângulos de  $30^\circ$  de abertura para a esquerda
  - Uma das bases do cilindro tem um ponto em  $\varphi_0$  e outro em  $\nu_0$  e o raio mede 2,5 cm.
  - As geratrizes do cilindro são de nível e fazem com o plano frontal de projecção ângulos de  $30^\circ$  graus de abertura para a direita.
  - Os planos da base distam 5 cm entre si.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo na próxima lição. Lembre-se, em caso de dificuldades, o seu tutor está disponível para lhe ajudar a esclarecê-las, também não hesite em dirigir-se ao grupo de estudo.

# Lição 21

## Esfera

### Introdução

Querido estudante, esfera é um sólido geométrico constituído por uma superfície esférica.

Para a sua representação basta conhecer o seu raio.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

- Representar pelas suas projecções uma esfera.
- Determinar o contorno aparente de uma esfera.



#### Objectivos

### Projecções de uma esfera

Estimado estudante, uma esfera é o sólido geométrico mais simples de projectar.

Qualquer que seja o plano onde ela se situe, as suas projecções são invariavelmente círculos, quer sobre o plano frontal de projecção quer sobre o plano horizontal de projecção.

Sendo assim, não serão feitas as suas projecções em diferentes planos como temos vindo a fazer com outros sólidos geométricos, pois, como já se disse, independentemente do plano onde ela se assente, as suas projecções serão sempre círculos.

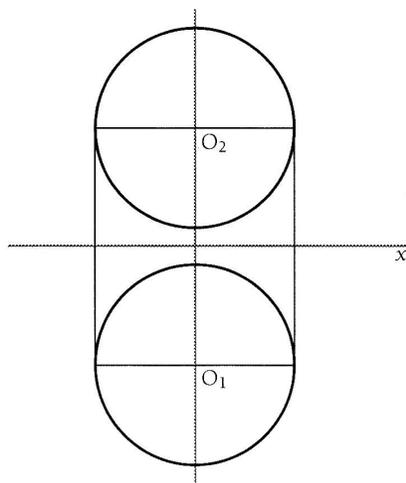
Portanto, daremos apenas um exemplo de um exercício de representação pelas suas projecções duma esfera, que neste caso apresenta os seguintes dados:

- A esfera situa-se no primeiro diedro de projecção, o seu centro tem cota igual a 5 cm e pertence ao plano bissector dos quadrantes ímpares.
- O seu raio é de 4 cm.

**1 passo**

Representam-se pelas suas projecções o centro da esfera que como se pode entender a sua cota e o seu afastamento são iguais entre si e iguais a 5 cm.

Com a abertura do compasso igual a 4 cm, medida do raio da esfera traçam dois círculos, o primeiro com centro na projecção frontal do centro e o segundo com centro na projecção horizontal do centro da esfera, projecção horizontal da esfera.



Projecções da esfera.

Não foi nada difícil, pois não? Projectar esfera é simples demais para si. Agora, vamos ao resumo da lição.

---

## Resumo da lição



### Resumo

Caro estudante, nesta lição você aprendeu que a esfera é o mais simples sólido de projectar pois quando se trata dele nem sequer há necessidade de nos referirmos dos planos em que ele estiver assente.

Qualquer que seja o plano onde está assente uma esfera, as suas projecções são sempre círculos.

Portanto para determinar as suas projecções basta conhecer as coordenadas do seu centro e o seu raio.

Agora, resolve no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

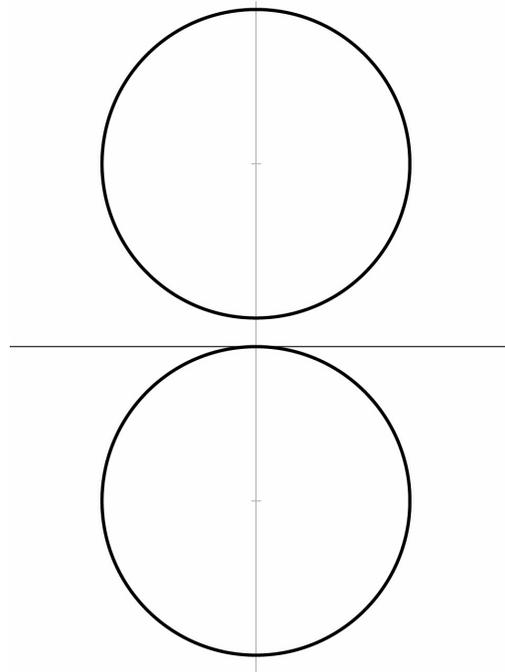
## Actividades



### Actividades

1. Desenhe as projecções de uma esfera situada no primeiro diedro de projecção, cujo centro é o ponto  $O(2,5,3)$ . A esfera tem um ponto no plano frontal de projecção.

Vamos verificar a resolução. O que te parece?



Sabemos que você está aí a dizer que este foi o exercício mais simples do módulo.

Agora, resolva no seu caderno os exercícios que lhe propomos para que possa avaliar o seu progresso.

---

## Avaliação



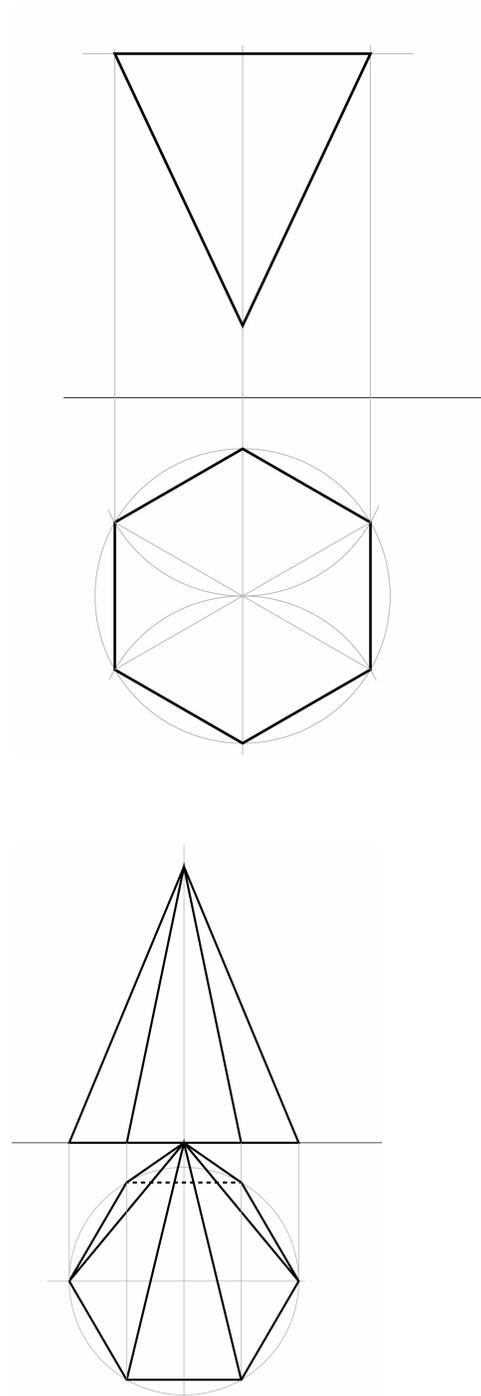
### Avaliação

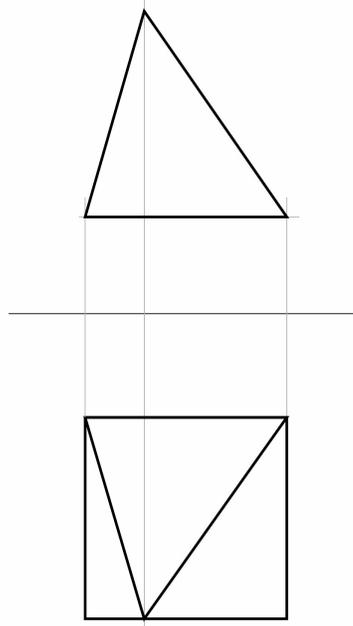
1. Represente pelas suas projecções uma esfera situada no primeiro diedro de projecção, sabendo que:
  - A esfera tem um ponto no plano frontal de projecção e outro no plano frontal de projecção.
  - O seu raio mede 2,5 cm.

Agora compare as suas soluções com as que lhe apresentamos no final do módulo. Acertou todas as respostas? Ótimo, prossiga com o seu estudo resolvendo o teste de preparação que aparece no fim do módulo que irá conferir os conhecimentos sobre a matéria do módulo 7. Sucessos!

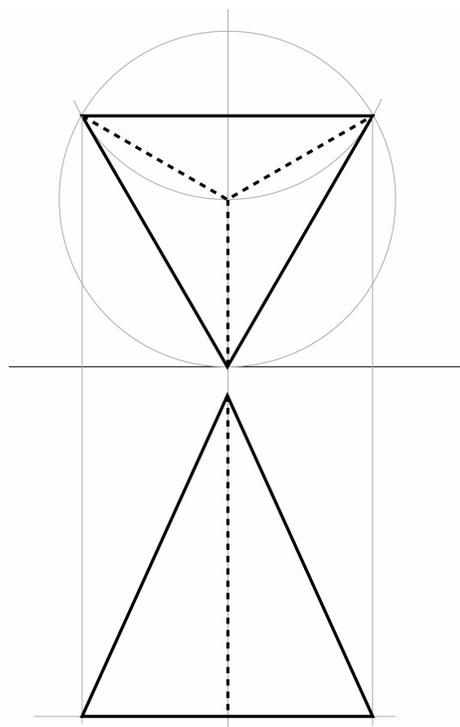
# Soluções

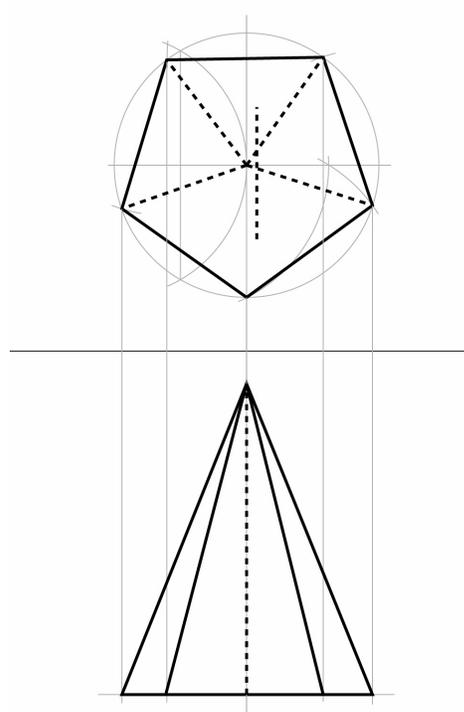
## Lição 1



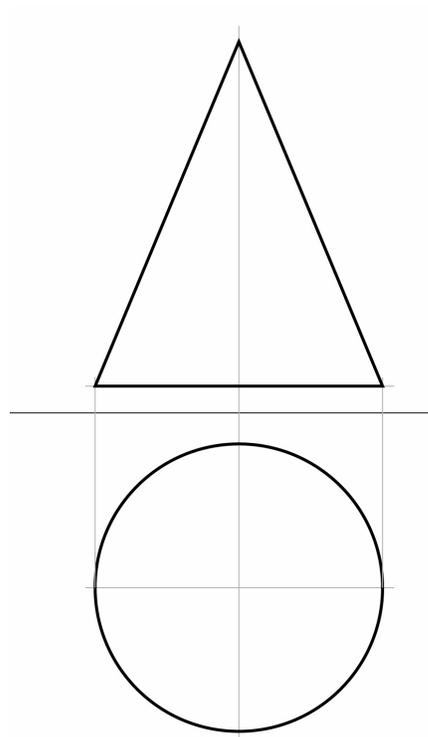


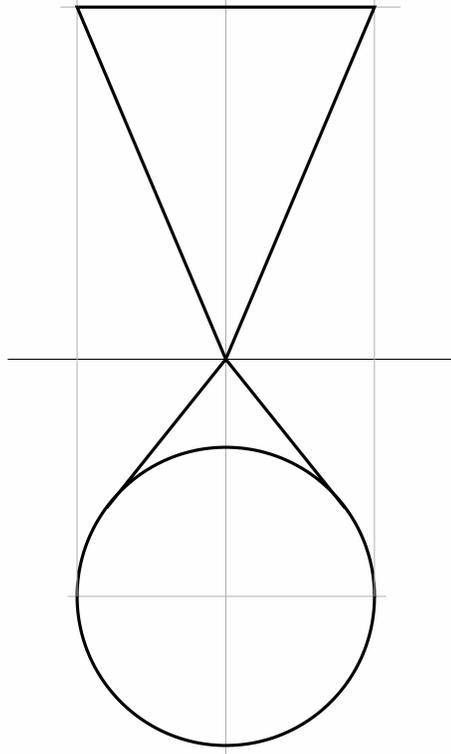
## Lição 2



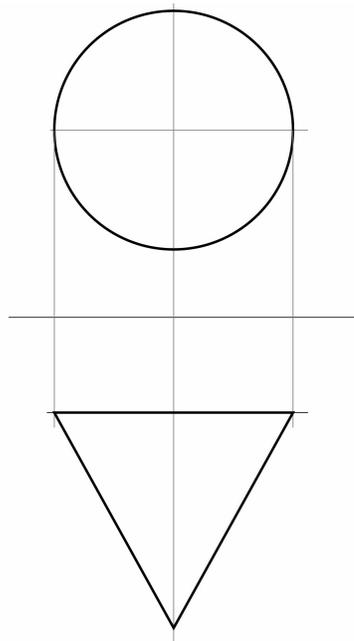


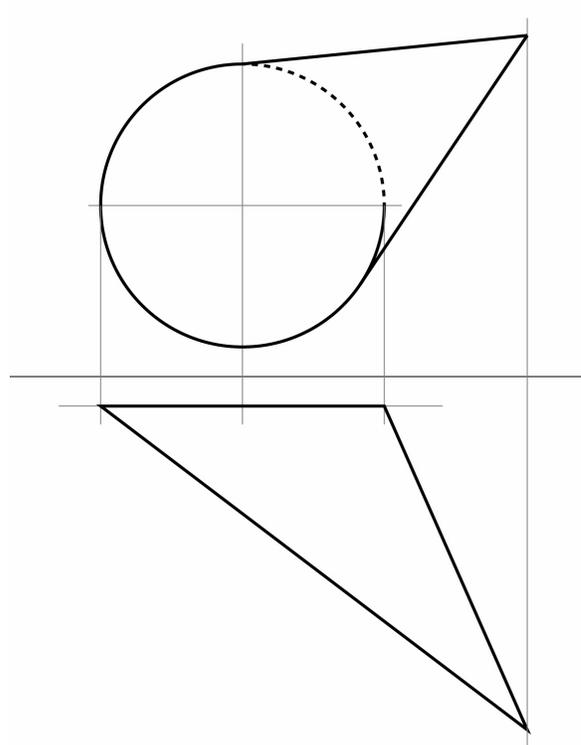
### Lição 3



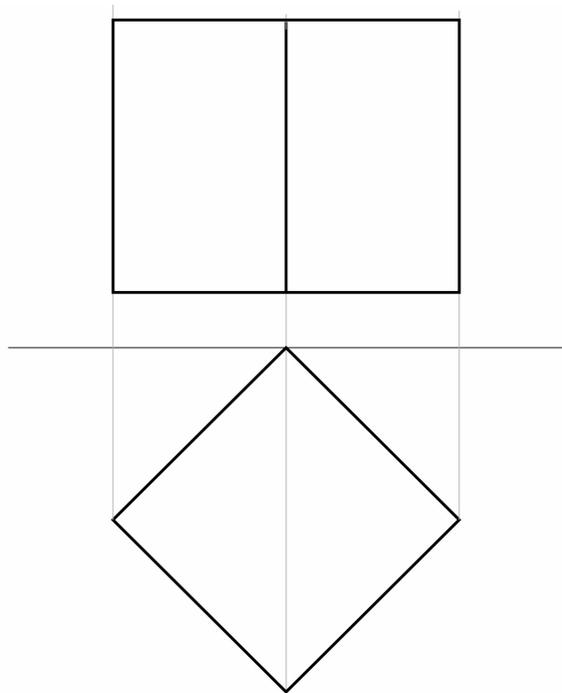


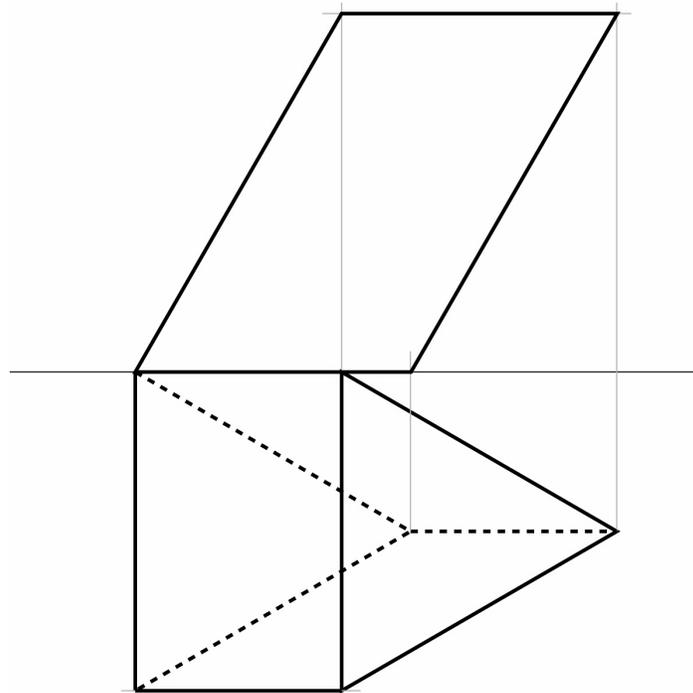
### Lição 4



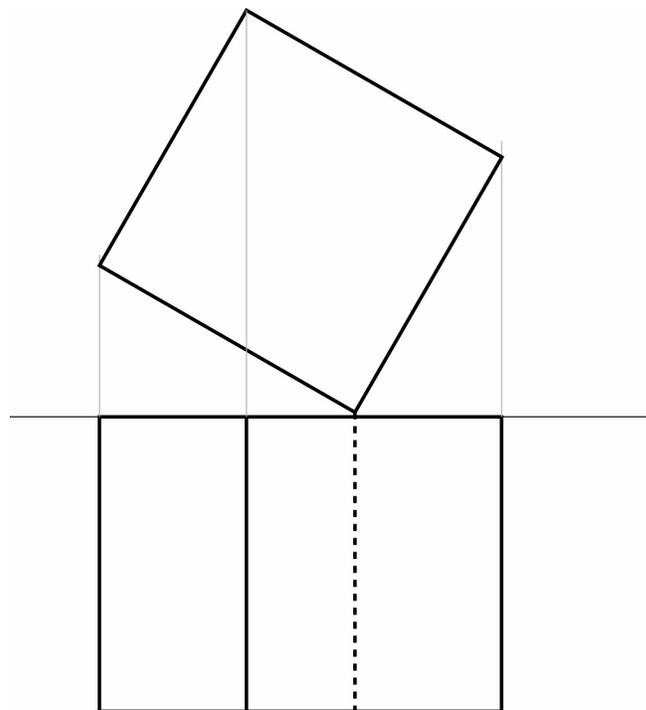


**Lição 5**

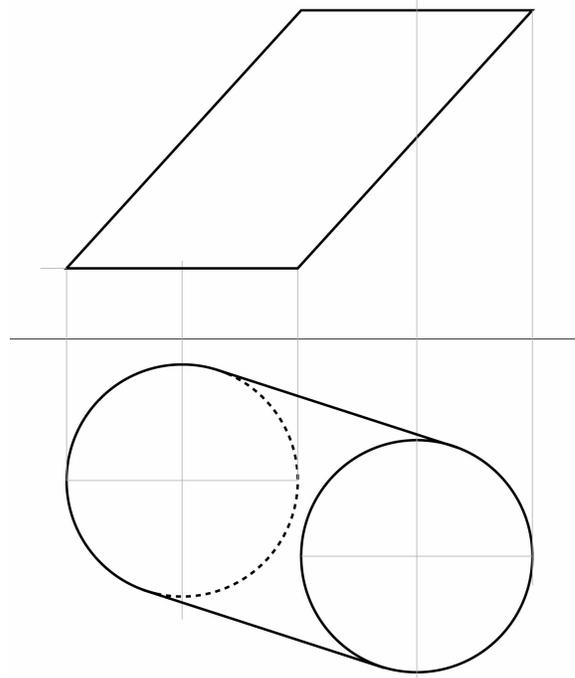
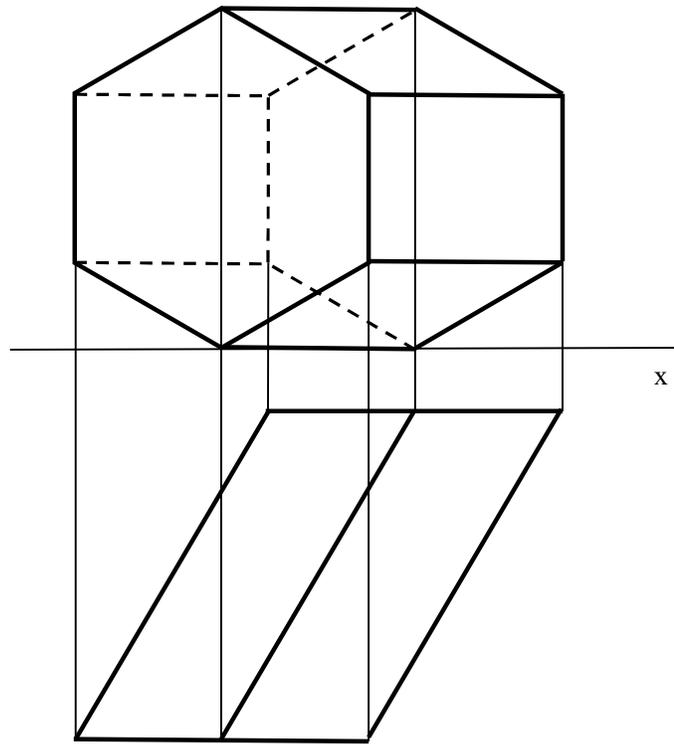




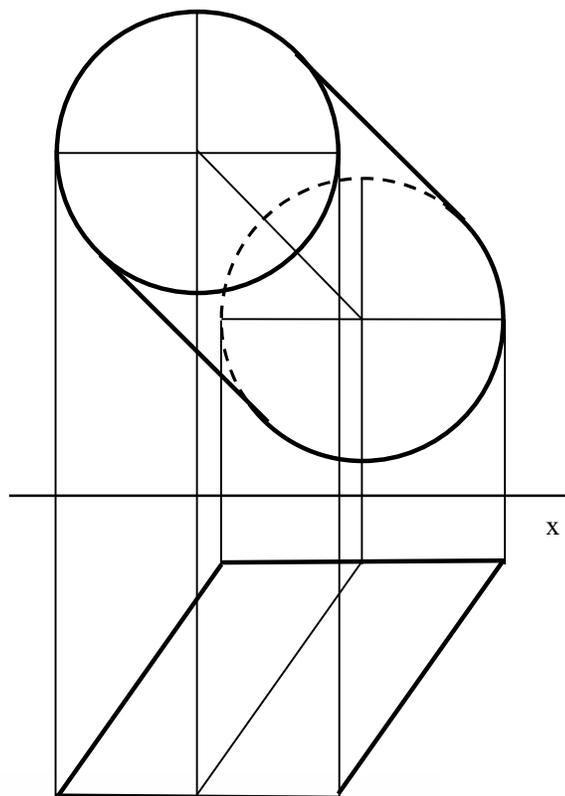
### Lição 6



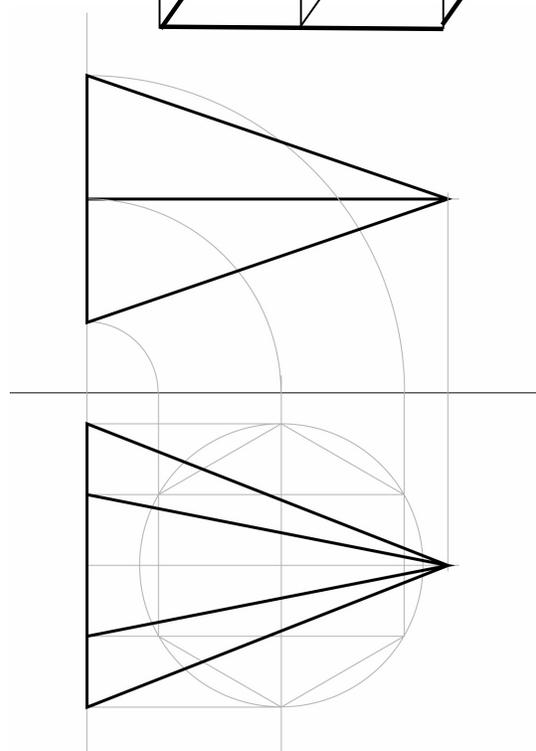
Lição 7



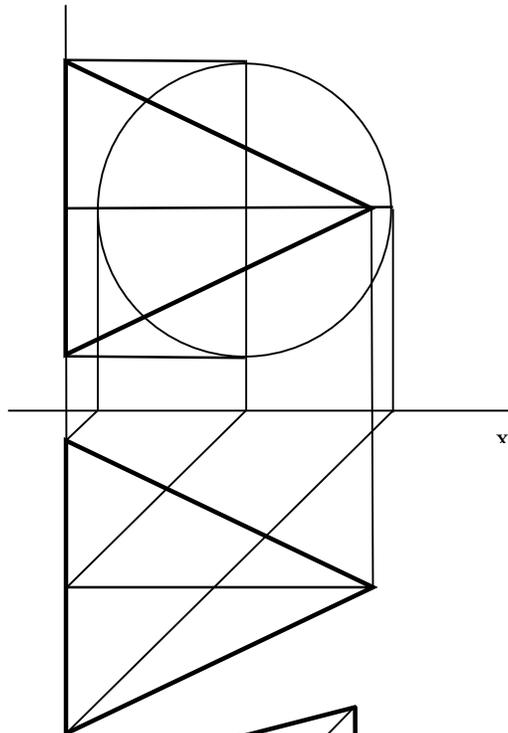
Lição 8



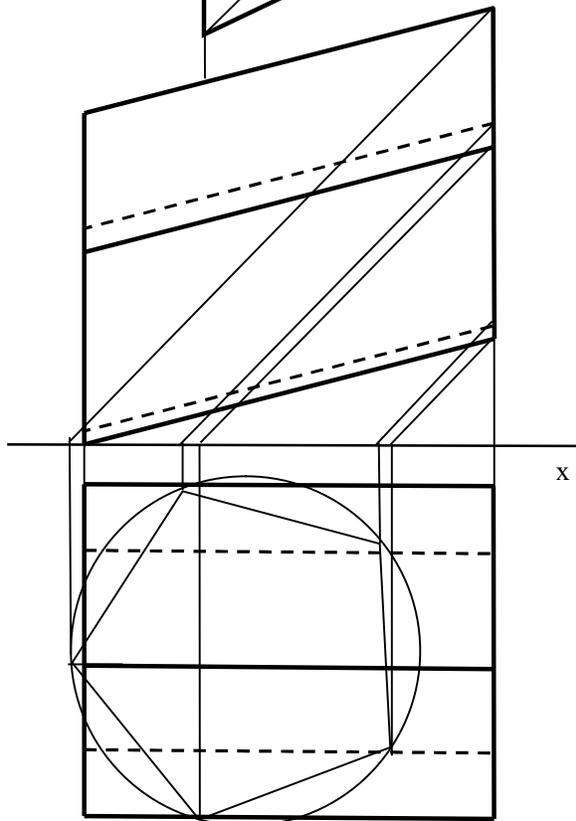
Lição 9



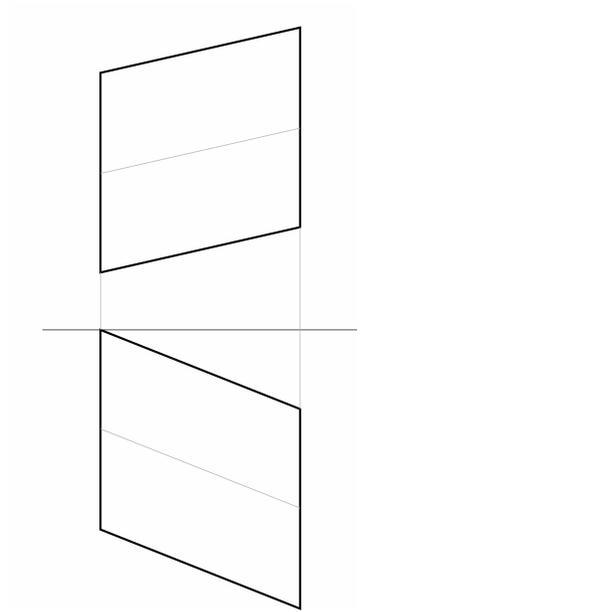
Lição 10



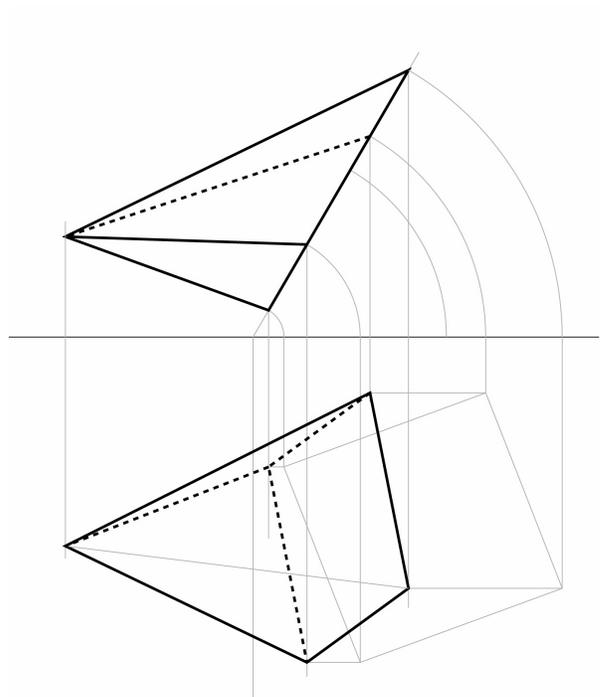
Lição 11



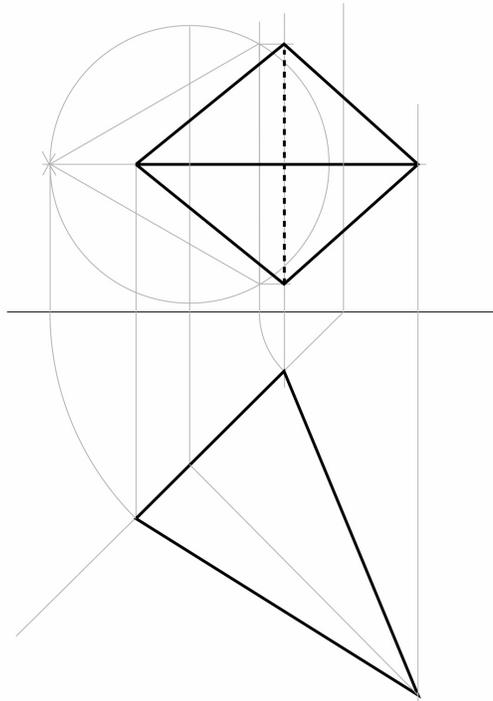
## Lição 12



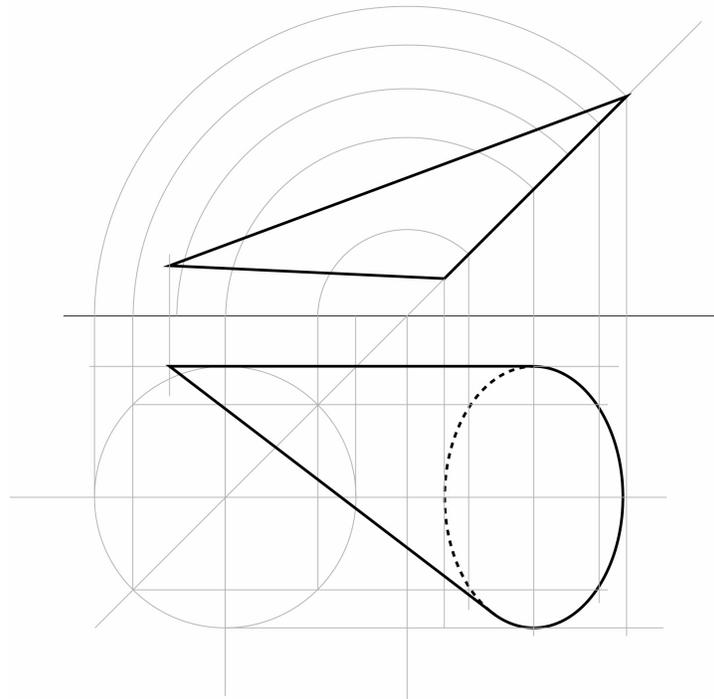
## Lição 13



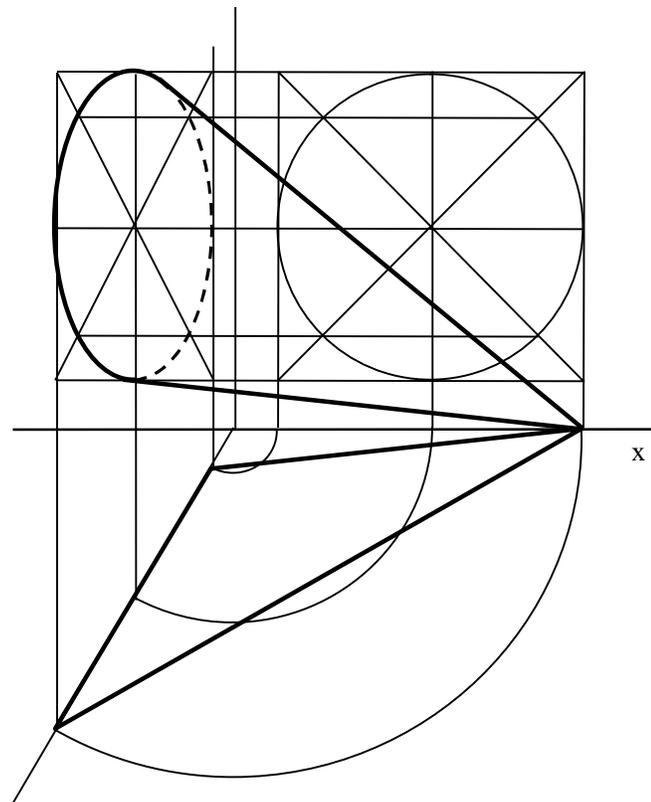
# Lição 14



### Lição 15

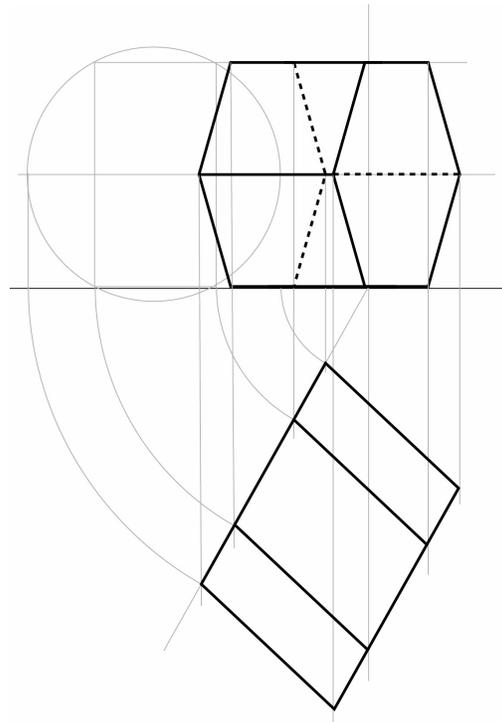


### Lição 16

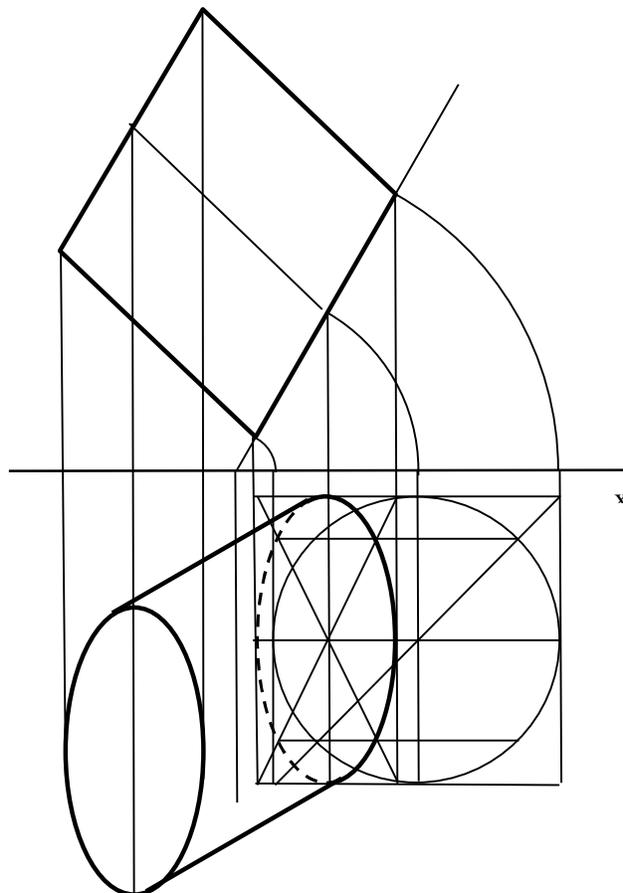




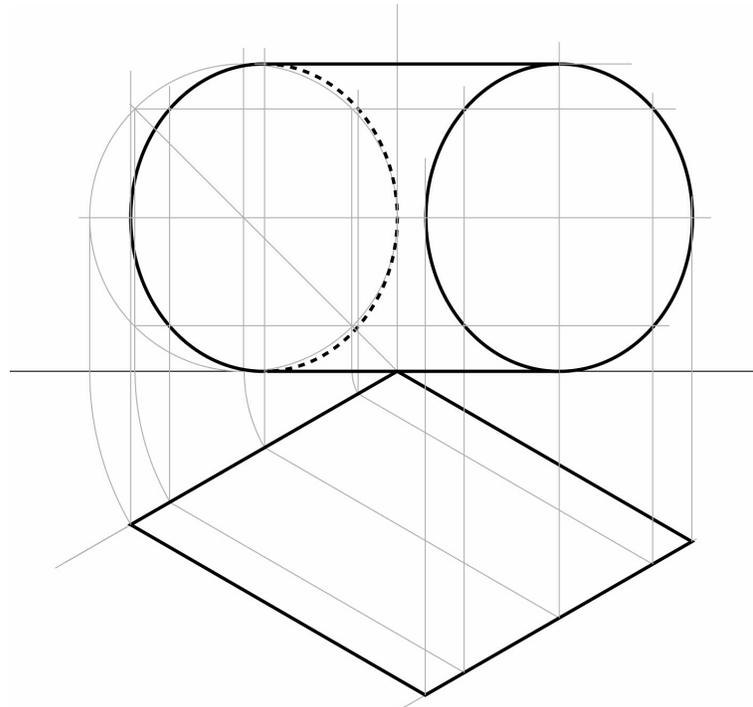
### Lição 18



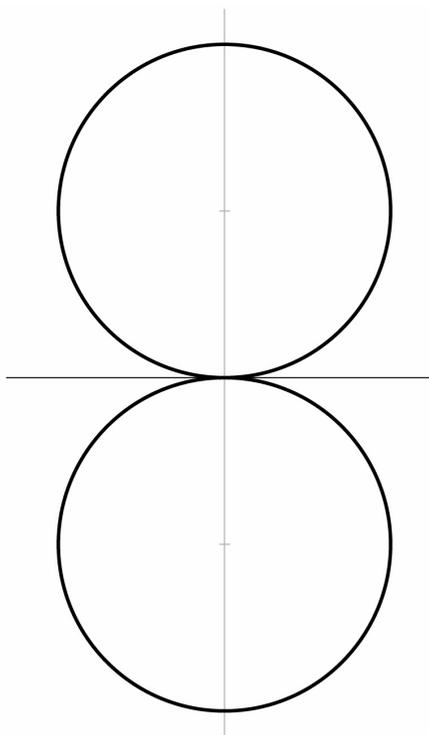
### Lição 19



# Lição 20



## Lição 21





# Módulo 7 de Desenho e Geometria Descritiva

---

## Teste de Preparação de Final de Módulo

### Introdução

Este teste, querido estudante, serve para você se preparar para realizar o Teste de Final de Módulo no CAA. Bom trabalho!

1. Desenhe as projecções duma pirâmide quadrangular recta situado no ID, sabendo que:
  - A pirâmide está assente pela sua base num plano de frente e **A** (0; 5,5; 3,5) e **B** (3; 5,5; 0) são vértices da base [**ABCD**];
  - O vértice da pirâmide é um ponto situado no plano frontal de projecção.
2. Represente pelas suas projecções um prisma rectangular recto, situado no ID, considerando que:
  - O prisma está assente pela base rectangular [**ABCD**] num plano de nível de cota igual a 1,5 cm;
  - A aresta **AD** mede 6 cm, faz com o plano frontal de projecção um ângulo de 45° de abertura para a direita e o extremo **A** tem afastamento nulo.
  - A aresta **AB** mede 4,5 cm.
  - A base de maior cota da pirâmide diasta 6,5 cm de  $v_0$ .
3. Construa as projecções de um prisma hexágono oblíquo situado no ID, tendo em conta que:
  - A base de menor afastamento dista 1 cm do plano frontal de projecção e a de maior afastamento dista 6 cm do mesmo plano.

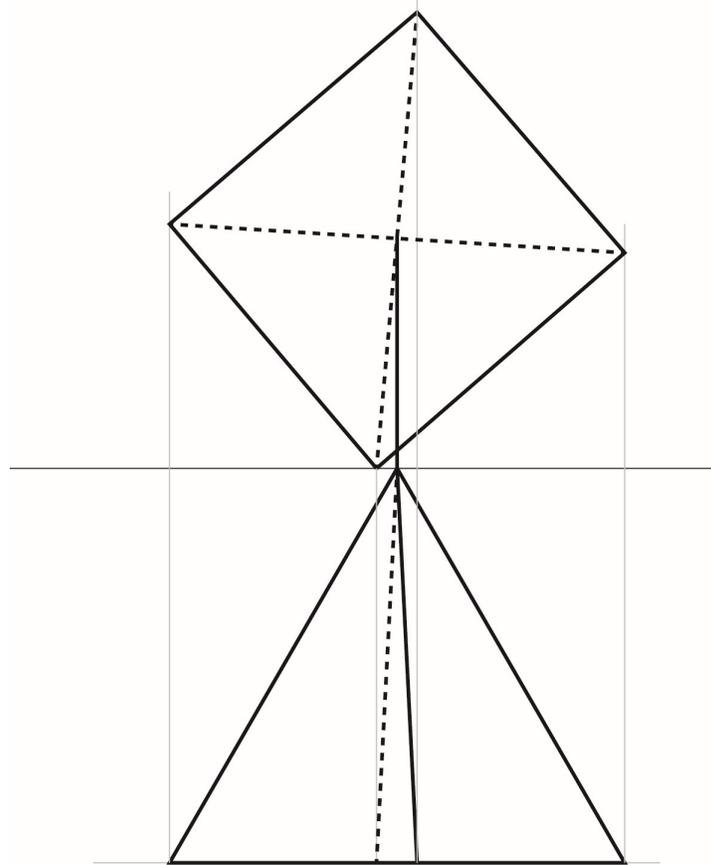
- A aresta da base mede 2,5 cm.

Uma das arestas laterais pertence a  $v_0$  e duas das faces do prisma são projectantes horizontais e fazem com  $\varphi_0$  ângulos de  $60^\circ$  de abertura para a esquerda.

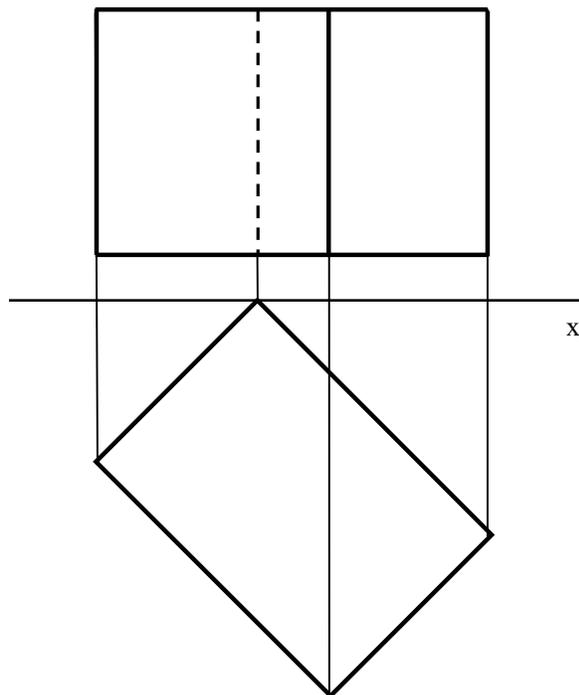
4. Desenhe as projecções dum cone oblíquo situado no ID, sabendo que.
  - A sua base está assente num plano vertical que faz um diedro de  $60^\circ$  com  $\varphi_0$ , de abertura para a esquerda.
  - O raio da base é de 2,5 cm e o seu centro é o ponto **O** (3; 3,5).
  - O vértice é um ponto situado no lugar geométrico em que as cotas e afastamentos são nulos, estando 6 cm a direita do ponto de cruzamento dos traços do plano.

## Chave de Correção do Teste de Preparação do módulo 7

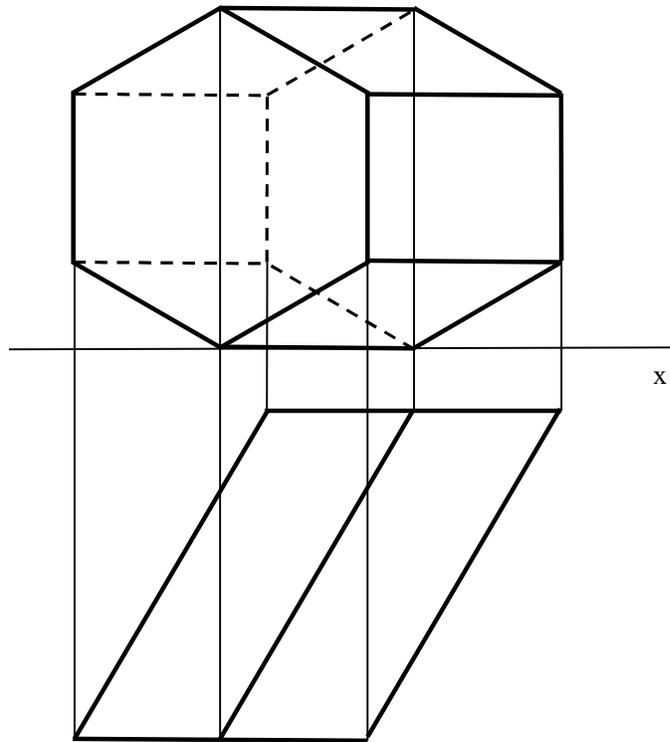
- 1.



2.



3.



4.

