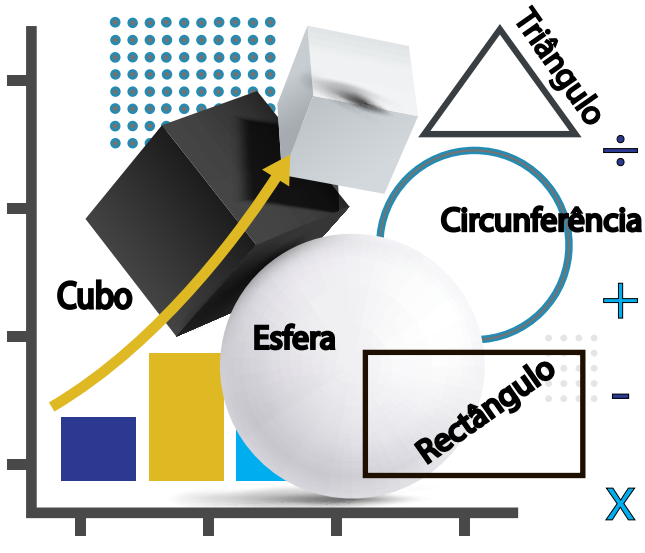
República de Moçambique
Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano
Instituto de Educação Aberta e à Distância

MATEMÁTICA



MÓDULO 2

Venda proibida

Programa do Ensino Secundário à Distância - 1º Ciclo

PESD I

Módulo 2 de Matemática

Venda proibida

Moçambique – 2023

Ficha Técnica

© Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano

Título:

Módulo 2 de Matemática

Direcção Geral:

- Manuel José Simbine (Director Geral)
- Luís do Nascimento Paulo (Director Geral Adjunto)

Coordenação:

- Castiano Pússua Gimo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Elaboração:

- Abel Ernesto Uqueio Mondlane
- Luís do Nascimento Paulo
- Adélia Machaieie
- Gina Guibunda
- Anselmo Chuquela
- Helena Simone
- Onélio da Mena

Revisão Instrucional:

- Simão Arão Sibinde

Revisão Científica:

- Argentino Gonçalves Nunes
- Benedito Tomás

Revisão Linguística:

- Luís Uamusse

Ilustração:

- Dionísio Manjate
- Félix Mindú
- Hermínia Langa

Maquetização:

- Flávio Joaquim Cordeiro
- Hermínio Andrade Banze
- João António Siquisse
- Júlio Ernesto Melo Ngomane

Impressão:

Venda proibida

Caro(a) aluno(a),

Seja bem-vindo/a ao Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD) do primeiro ciclo, abreviadamente designado PESD1.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH) coloca em suas mãos os materiais de aprendizagem, especialmente concebidos e elaborados para que você, independentemente do seu género, idade, condição social, ocupação profissional ou local de residência, possa prosseguir com os estudos do Ensino Secundário, através do Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD), desde que tenha concluído o Ensino Primário.

Este programa resulta da decisão do Governo de Moçambique de oferecer no Sistema Nacional de Educação (SNE) o Ensino Secundário, no país, em duas modalidades: Ensino Presencial e Ensino à Distância, expandindo, assim, o acesso à educação a um número cada vez maior de crianças, jovens e adultos moçambicanos, como você.

Ao optar por se matricular no PESD1, você vai desenvolver conhecimentos, habilidades, atitudes e valores definidos para o graduado do 1 º ciclo do Ensino Secundário, que vão contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do País.

Para a implementação deste programa, o MINEDH criou Centros de Apoio à Aprendizagem (CAA), em locais estrategicamente escolhidos, onde você e os seus colegas dever-se-ão encontrar periodicamente com os tutores, que são professores capacitados para apoiar a sua aprendizagem, esclarecendo as dúvidas, orientando e aconselhando-o na adopção de melhores práticas de estudo.

Estudar à Distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de aprendizagem, estimulando em si a necessidade de muita dedicação, boa organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo, determinação nos estudos. Por isso, fazemos votos de que se empenhe com afinco e responsabilidade para que possa, efectivamente, aprender e poder contribuir para um Moçambique sempre melhor.

Bons Estudos!

Maputo, aos 18 de Janeiro de 2024

CARMELITA RITA NAMASHULUA

MINISTRA DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

ÍNDICE

INTRODUÇÃO **5**

I. SOBRE O PESD 1 5
II. SOBRE A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA 5
III. PROCESSO DE ESTUDO 5
IV. AVALIAÇÃO 6
V. ÍCONES 7

INTRODUÇÃO AO MÓDULO **8**

LIÇÃO Nº 1: EQUAÇÕES LINEARES **10**

LIÇÃO Nº 2: EQUAÇÕES EQUIVALENTES. **16**

LIÇÃO Nº 3: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES LINEARES - CLASSIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES **22**

LIÇÃO Nº 4: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONDUCENTES A EQUAÇÕES LINEARES **26**

LIÇÃO Nº 5: EQUAÇÕES LITERAIS **29**

LIÇÃO Nº 6: PERCENTAGENS **33**

LIÇÃO Nº 7: LITERACIA FINANCEIRA **37**

LIÇÃO Nº 8: LITERACIA FINANCEIRA **42**

LIÇÃO Nº 9: RAZÃO **48**

LIÇÃO Nº 10: PROPORÇÃO **54**

LIÇÃO Nº 11: ESCALAS **61**

LIÇÃO Nº 12: PLANO CARTESIANO **68**

LIÇÃO Nº 13: CORRESPONDÊNCIA **75**

LIÇÃO Nº 14: TABELAS DE CORRESPONDÊNCIA **82**

LIÇÃO Nº 15: PROPORCIONALIDADE DIRECTA **88**

LIÇÃO Nº 16: PROPORCIONALIDADE INVERSA **94**

LIÇÃO Nº 17: INTRODUÇÃO AO CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONAIS **99**

LIÇÃO Nº 18: RELAÇÃO ENTRE OS CONJUNTOS ℕ, ℤ E ℚ **105**

LIÇÃO Nº 19: ADIÇÃO E SUBTRACÇÃO EM ℚ **111**

LIÇÃO Nº 20: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO EM ℚ **119**

LIÇÃO Nº 21: EXPRESSÕES NUMÉRICAS EM ℚ **127**

LIÇÃO Nº 22: POTÊNCIA DE BASE POSITIVA E EXPOENTE INTEIRO **132**

TESTE DE PREPARAÇÃO **137**

CHAVE DE CORRECÇÃO **139**

BIBLIOGRAFIA **140**

Venda proibida

INTRODUÇÃO

Caro (a) aluno (a), seja bem-vindo ao Programa do Ensino Secundário à Distância - PESD, uma opção de aprendizagem que lhe permite prosseguir com seus estudos pós-primários, para concluir o nível secundário.

A seguir apresentamos algumas informações que você deve conhecer antes de iniciar o seu estudo.

I. Sobre o PESD 1

Neste programa, você tem a oportunidade de estudar o primeiro ciclo do Ensino Secundário, mediante a leitura dos módulos auto-instrucionais, de forma individual, respeitando o seu ritmo próprio, para que depois de completar a aprendizagem dos conteúdos programados, seja submetido aos exames nacionais, cujos resultados positivos permitirão que você receba um certificado de conclusão do ciclo.

Neste programa, a sua aprendizagem será feita por ciclo, sendo que irá receber um conjunto de módulos de todas as disciplinas que compõem o primeiro ciclo do ensino secundário (7ª, 8ª ou 9ª classes), não se distinguindo cada uma destas três classes. Por essa razão, ao concluir o estudo deste conjunto de módulos, terá concluído o estudo do ciclo todo, estando habilitado a realizar os exames da 9ª classe.

II. Sobre a disciplina de Matemática

Neste ciclo, os conteúdos de **Matemática** estão estruturados em **5** (cinco**)** módulos. Cada módulo é constituído por um conjunto de lições.

Cada lição tem a seguinte estrutura: o título da lição, os objectivos, o tempo de estudo, o desenvolvimento (no qual encontramos a explicação dos conceitos, a demonstração de experiências e actividades), os exercícios, o resumo e a chave de correcção. Poderá encontrar o glossário, isto é, o significado de algumas palavras, no fim da lição.

III. Processo de estudo

O processo de estudo no PESD inicia depois de você receber um conjunto de orientações sobre o funcionamento da aprendizagem no ensino à distância, que são dadas no Centro de Apoio à Aprendizagem (CAA) pelo respectivo Gestor. Assim, você receberá, no máximo, dois módulos, dando início ao seu estudo. O estudo é de caracter individual e consiste na leitura dos conteúdos existentes nos módulos.

Venda proibida

Para efeitos de registo de notas pessoais (sistematização de informação, resumo das lições, resolução de actividades e exercícios, testes de preparação, incluindo anotação de dúvidas), você deverá usar um caderno. O caderno o ajudará a ser planificado e organizado no seu estudo.

A actividade de leitura faz parte do processo de estudo. Ela prepara a você a ganhar habilidade de leitura observando as regras de entoação, pausa e ritmo adequado.

Sendo assim, a actividade de leitura expressiva nas diferentes tipologias textuais previstas, nesta disciplina, deve ser feita e caberá ao seu tutor, ao longo do processo de seu estudo, a responsabilidade de programar, acompanhar e aferir o nível de atingimento dos objectivos programáticos traçados para este nível.

IV. Avaliação

No Ensino à Distância a avaliação faz parte do processo de aprendizagem. Sabe porquê? Ela estimula o seu interesse pela matéria e ajuda-lhe a medir em que medida está ou não a progredir na aprendizagem.

Por esta razão, ao longo e no final dos módulos aparecem actividades avaliativas, em diferentes formatos ou com diferentes nomes: *exercícios*, *actividades*, *experiências*, *resumos* e *testes de preparação*. Você deve resolver cada uma delas.

Depois de resolver um determinado tipo de actividade avaliativa, para você certificar-se se resolveu bem ou não, deverá consultar a Chave de correcção disponível logo após a actividade ou no fim do módulo.

Nas últimas páginas do módulo, vai encontrar um conjunto de questões denominadas “Teste de Preparação”, que serve para verificar o seu nível de assimilação dos conteúdos aprendidos no módulo e ao mesmo tempo que lhe prepara para a realização do Teste de Fim de Módulo (TFM).

O TFM é o teste ou prova que você irá realizar no fim de cada módulo no CAA, vigiado pelo gestor ou tutor. A nota obtida no TFM serve de base para efeito de admissão ao exame.

No fim do ciclo, realizará um Exame Nacional, com base no qual, tendo aproveitamento positivo, ser-lhe-á emitido um certificado de conclusão do 1º ciclo do Ensino Secundário.

Venda proibida

V. Ícones

Ao longo do módulo, você irá encontrar alguns símbolos gráficos com os quais se deve familiarizar antecipadamente, para a facilitação do seu estudo. Sempre que vir determinado ícone terá conhecimento prévio do que deve acontecer.

Glossário	**Desenvolvimento**	**Exercícios**	**Reflexão**
Tempo	**Resumo**	**Chave de correcção**	**Actividade de grupo**
Objectivos	**Discussão**	**Estudo de caso**	**Teste de preparação**
Note	**Dica**	**Ajuda**	**Experiências**
Vídeo	**Áudio**		

Venda proibida

INTRODUÇÃO AO MÓDULO

Seja bem-vindo, caro (a) aluno (a), ao estudo do módulo **2** da disciplina de **Matemática** do Programa do Ensino Secundário à Distância para o primeiro ciclo, PESD1.

Este módulo é constituído por **7 (sete)** unidades temáticas, subdivididas em lições, respectivamente:

Unidade Temática 1. Álgebra (1)

Unidade Temática 2: NÚMEROS E OPERAÇÕES (3)

Unidade Temática 3: NÚMEROS E OPERAÇÕES (3)

Unidade Temática 4: FUNÇÕES (1)

Unidade Temática 5: FUNÇÕES (1)

Unidade Temática 6: FUNÇÕES (1)

Unidade Temática 7: NÚMEROS E OPERAÇÕES (4)

OBJECTIVOS DO MÓDULO

Quando terminar o estudo deste primeiro módulo, você será capaz de:

- Identificar uma equação linear;
- Aplicar princípios de equivalência na resolução de equações lineares;
- Resolver problemas concretos por meio de equações lineares;
- Identificar os coeficientes de uma equação literal;
- Resolver problemas concretos da vida real que envolvem a determinação de percentagens de quantidade e o uso da moeda;
- Construir gráficos de percentagens;
- Aplicar o princípio fundamental das proporções na resolução de equações;
- Interpretar a escala como procedimento que facilita a representação da realidade, mantendo as proporções.
- Interpretar o plano cartesiano;
- Aplicar o sistema de eixos cartesianos na identificação de pontos no plano.
- Determinar as coordenadas dos pontos dados num sistema de coordenadas;
- Resolver problemas contextualizados sobre proporcionalidade, utilizando diferentes estratégias gráficas ou de cálculo;
- Aplicar a proporcionalidade na resolução de problemas concretos;
- Explicar a necessidade do surgimento de números fraccionários;
- Representar na recta graduada, números racionais;
- Relacionar os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$;
- Efectuar cálculos com os números racionais, envolvendo as todas a operações.

Venda proibida

Recomendações para o estudo

Estimado estudante, para ter sucesso no estudo deste módulo, é necessária muita dedicação, portanto aconselhamos o seguinte:

- Reserve pelo menos 3 horas por dia para o estudo de cada lição e resolução dos exercícios propostos;
- Procure um lugar tranquilo que disponha de espaço e iluminação apropriada, pode ser em casa, no Centro de Apoio à Aprendizagem (CAA) ou noutro lugar perto da sua casa;
- Durante a leitura, faça anotações no seu caderno sobre conceitos, fórmulas e outros aspectos importantes sobre o tema em estudo;
- Aponte também as dúvidas a serem apresentadas aos seus colegas, professor ou tutor de forma a serem esclarecidas;
- Faça o resumo das matérias estudadas, anotando as propriedades e regras a serem aplicadas;
- Resolva os exercícios e só consulte a chave-de-correcção para confirmar as respostas. Caso tenha respostas erradas volte a estudar a lição e resolve novamente os exercícios por forma a aperfeiçoar o seu conhecimento. Só depois de resolver com sucesso os exercícios poderá passar para o estudo da lição seguinte. Repita esse exercício em todas as lições. Ao longo das lições você vai encontrar figuras que o orientarão na aprendizagem.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 1: Equações Lineares

Introdução

Caro aluno, nesta lição vamos estudar equações lineares obedecendo esta sequência: definição do conceito, identificação dos membros de uma equação linear, identificação das incógnitas e solução da equação linear. Vamos igualmente aprender a relação que as equações têm com o nosso dia-a-dia, uma vez que traduzem problemas da linguagem comum para linguagem matemática.

Chamamos desde já a sua maior atenção.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Definir uma equação linear;
- Identificar uma equação linear;
- Indicar os membros de uma equação linear;
- Indicar a incógnita de uma equação linear;
- Identificar a solução ou conjunto solução de uma equação linear, pelo método de tentativas.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Revisão da noção de variável

Para iniciarmos o estudo das equações, vamos rever o conceito de **variável** e de **equação**.

Lembra que **variável** é um símbolo que representa um elemento não especificado de um determinado conjunto. Por exemplo: $\boldsymbol{x}$ é uma variável do conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$. A variável $\boldsymbol{x}$ pode tomar qualquer um desses valores do conjunto, ou seja, pode ser substituída por qualquer número inteiro não negativo menor que 4.

O que será uma equação?

Na 6ª classe definimos equação como sendo *toda igualdade em que figura, pelo menos uma letra e que esta letra é chamada incógnita*. A incógnita representa, sempre, um valor desconhecido.

Exemplos de algumas equações:

a) $\frac{2}{5}x + 4 = 2x - 7;$ b) $x^2 + 3x = 5$; c) $y^5 - 125 = 0.$

Venda proibida

Já revimos a definição de equação, então vamos avançar para o objectivo da nossa lição que é estudo das equações lineares.

Conceito de equação, termos de uma equação e termos semelhantes

O que será então uma equação linear?

Caro aluno, para desenvolver este conteúdo, começaremos com a seguinte actividade:

1. Dadas as seguintes expressões: $7 + 9 = 16$; $3x + 1 = 2$; $7 + 4 > 9$; $x^2 - 2x = 0$; $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$; $z^2 + 3yz = 5$; $\frac{3}{5} + \sqrt{16} < 23$; $3 + \frac{2}{3} = \sqrt{25}$, seleccione de acordo com a indicação na tabela a baixo, e preencha-a:

Igualdades	Equações	Equações cujo expoente máximo é 1

Vamos ao preenchimento da tabela:

Igualdades	Equações	Equações cujo expoente máximo é 1
• $7 + 9 = 16$ • $3x + 1 = 2$ • $x^2 - 2x = 0$ • $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$ • $z^2 + 3z = 5$ • $3 + \frac{2}{3} = \sqrt{25}$	• $3x + 1 = 2$ • $x^2 - 2x = 0$ • $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$ • $z^2 + 3yz = 5$	• $3x + 1 = 2$ • $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$

Olhando para a tabela, podemos verificar que na primeira coluna temos todas as igualdades, incluindo aquelas que não têm nenhuma variável ($7 + 9 = 16$ e $3 + \frac{2}{3} = \sqrt{25}$). Na coluna das equações estão indicadas todas as identidades (igualdades) que contêm pelo menos uma variável. Na coluna das equações cujo expoente máximo é 1 encontramos apenas as equações que "*não apresentam expoente*". Olhando para as equações da última coluna, podemos já responder o que é equação linear.

Equação Linear ou Equação do 1º grau

Definição

É uma equação com uma ou mais variável em que cada variável tem expoente igual a um e não pode existir multiplicação nem divisão entre elas.

Exemplos:

a) $2x + 7 = 0$, onde $a = 2$ e $b = 7$

Venda proibida

b) $\frac{1}{3}x - 5 = 0$, onde $a = \frac{1}{3}$ e $b = -5$

c) Considerando a primeira equação da terceira coluna na tabela, teremos:

$3x + 1 = 2 \Leftrightarrow 3x + 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0$, Logo a equação $3x - 1 = 0$ já está na forma $ax + b = 0$ onde $a = 3$ e $b = -1$.

Forma canónica de uma equação

Caro aluno, uma equação linear diz-se que está escrita na ***forma canónica*** quando está na forma:

$\boldsymbol{ax + b = 0}$.

O sinal de igualdade separa dois membros da equação, onde o 1º membro está antes do sinal de igualdade e o 2º está depois do sinal de igualdade.

Considerando a equação $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$, teremos:

1º Membro: $\frac{2}{3} + y$ (com dois termos, $\frac{2}{3}$ e y)

2º Membro: $3y + 1$(com dois termos $3y$ e 1)

Termos semelhantes são aqueles que apresentam mesma incógnita ou sem incógnita. Na equação: $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$, temos termos semelhantes: y é semelhante a $3y$ e , $\frac{2}{3}$ é semelhante a 1.

Se quisermos escrever esta equação $\frac{2}{3} + y = 3y + 1$ na forma canónica teremos que agrupar (adicionar ou subtrair) os termos semelhantes.

$\frac{2}{3} + y = 3y + 1 \Leftrightarrow y - 3y + \frac{2}{3} - 1 = 0 \Leftrightarrow -2y - \frac{1}{3} = 0$, $\boldsymbol{-2y - \frac{1}{3} = 0}$ Equação já está na forma canónica, com $a = -2$ e $b = -\frac{1}{3}$.

Solução de uma equação linear

O que é solução de uma equação linear?

Para responder a esta questão, vamos considerar a seguinte situação:

Dado o conjunto $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$. qual dos elementos deste conjunto, que, ao substituir na incógnita da equação $x + 1 = 0$ transformar-se-á numa igualdade verdadeira?

Para resolver esta questão, vamos substituir a incógnita pelos elementos do conjunto dado:

Para $x = -2$	$x + 1 = 0$	$-2 + 1 = 0 \Leftrightarrow -1 = 0$ **F**
Para $x = -1$	$x + 1 = 0$	$-1 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ **V**
Para $x = 0$	$x + 1 = 0$	$0 + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0$ **F**
Para $x = 1$	$x + 1 = 0$	$1 + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$ **F**
Para $x = 2$	$x + 1 = 0$	$2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 = 0$ **F**

Venda proibida

Olhando para as igualdades obtidas após a substituição de cada valor na incógnita $\boldsymbol{x}$, notamos que apenas (-1) é que transformou a equação numa igualdade verdadeira, sendo assim, este valor (-1) é considerado solução da equação $(x + 1 = 0)$.

Definição da solução ou raiz de uma equação

Um número racional denomina-se ***solução ou raiz de uma equação do 1º grau*** se ele satisfaz a condição de igualdade, isto é, transforma a equação numa igualdade verdadeira.

Exemplos:

1. -2 É solução da equação $2x + 4 = 0$, pois $2(-2) + 4 = 0 \Leftrightarrow -4 + 4 = 0$
2. 3 Não é solução da equação $2x + 4 = 0$, pois $2(3) + 4 = 0 \Leftrightarrow 6 + 4 = 0 \Leftrightarrow 10 \neq 0$
3. 2 é solução da equação $\frac{x}{2} - 1 = 0$, pois $\frac{2}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - 1 = 0$

Agora é momento de exercitação da aprendizagem aqui, feita.

Exercícios

Caro aluno, depois de aprendermos o conceito de equação, termos de uma equação e solução de uma equação, já é momento para a consolidação dos seus conhecimentos adquiridos nesta lição resolvendo os exercícios abaixo propostos:

1. Considere as igualdades: $3x + 5 = 2$; $y^3 - 27 = 0$; $\sqrt[3]{27} - \frac{1}{2} = 6$; $\frac{2}{5}z + 3 = z - 1$; $y - 3 = 2\sqrt{3}y + 7$; $7x - 2 = 0$, preencha a tabela abaixo de acordo com o que se indica por cada coluna:

Igualdade numérica	Equações	Equações lineares	Equações lineares		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita

2. Dada a equação $x - 3 = 2\sqrt{3}x + 7$, indica:
   a) Termos da equação;
   b) Termos semelhantes.

3. Dada a equação $3x + 5 = 2x - 3$, escreva-a na forma canónica.

4. Verifique em cada alínea se $x = 3$ é solução de cada equação:
   a) $2x = 6$
   b) $x + 5 = 8$
   c) $3x + 1 = 7$
   d) $\frac{2x}{3} - 2 = x - 3$

Venda proibida

5. Dadas as equações a baixo, encontre por método de tentativa a solução de cada uma:

a) $x + 4 = 0$ b) $\frac{x}{2} = 4$ c) $3x - 1 = 5$

A lição chegou ao fim, caro aluno. Agora apresente o seu resumo, no seu caderno**.**

Resumo da lição:

Nesta lição, você aprendeu que a equação é toda igualdade em que figura, pelo menos uma letra, que é chamada incógnita. Aprendeu igualmente que equação linear ou equação do 1° grau é uma equação do tipo $ax + b = 0$, em que ($\boldsymbol{ax + b = 0}$) diz-se que é a forma canónica da equação linear e o sinal de igualdade numa equação separa os dois membros, onde o 1º membro está antes do sinal de igualdade e o 2º está depois do sinal de igualdade.

E por fim, que a **solução ou raiz de uma equação do 1º grau** é o número que transforma a equação numa igualdade verdadeira.

Muito bem! Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de correcção

1. Confira as suas respostas.

Igualdade numérica	Equações	Equações lineares	Equações lineares		
			1º Membro	2º Membro	Incógnita
$\sqrt[3]{27} - \frac{1}{2} = 6$	$3x + 5 = 2$	$3x + 5 = 2$	$3x + 5$	2	x
	$7x - 2 = 0\ \frac{2}{5}z + 3 = z - 1$	$\frac{2}{5}z + 3 = z - 1$	$\frac{2}{5}z + 3$	$z - 1$	z
	$y^3 - 27 = 0$	$y - 3 = 2\sqrt{3}y + 7$	$y - 3$	$2\sqrt{3}y + 7$	y
	$y - 3 = 2\sqrt{3}\,y + 7$	$7x - 2 = 0$	$7x - 2$	0	x

2. a) x , $-3, 2\sqrt{3}x$ e 7

   b) x é semelhante a $2\sqrt{3}x$; -3 é 7

3. A forma canónica da equação $3x + 5 = 2x - 3$ é: $x + 8 = 0$.

4. a) $x = 3$ É solução da equação $2x = 6$, pois $2.3 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6$

b) $x = 3$ É solução da equação $x + 5 = 8$, pois $3 + 5 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$

Venda proibida

c) $x = 3$ não é solução da equação $3x + 1 = 7$, pois $3.3 + 1 = 7 \Leftrightarrow 10 \neq 7$

d) $x = 3$ É solução da equação $\frac{2x}{3} - 2 = x - 3$, pois

$\frac{2.3}{3} - 2 = 3 - 3 \Leftrightarrow \frac{6}{3} - 2 = 3 - 3 \Leftrightarrow 2 - 2 = 3 - 3 \Leftrightarrow 0 = 0$

5. a) $x + 4 = 0$ A solução desta equação é -4, pois $-4 + 4 = 0$

b) $\frac{x}{2} = 4$ A solução desta equação é 8, pois $\frac{8}{2} = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$

c) $3x - 1 = 5$ A solução desta equação é 2, pois $3.2 - 1 = 5 \Leftrightarrow 6 - 1 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 2: Equações equivalentes.

Introdução

Estimado aluno, depois ver a equação do 1º grau, nesta lição vamos falar sobre equações equivalentes, princípios que nos permitem resolver equações do 1º grau.

Preste bem atenção!

Objectivos da lição

Ao terminar o estudo desta lição o nosso querido estudante deverá ser capaz de:

- Identificar equações equivalentes;
- Aplicar princípios de equivalência na resolução de equações simples.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Equações equivalentes

Para iniciarmos o estudo desta lição, vamos recordar o conteúdo sobre solução de uma equação linear. Lembra que falamos de **solução ou raiz** de uma equação, e vimos que é um número racional que transforma a equação numa igualdade verdadeira.

Exemplo:

- ✓ 2 é solução da equação $2x + 1 = 5$, pois, $2 \times 2 + 1 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5$ **V**
- ✓ 3 Não é solução da equação $2x + 1 = 5$, pois $2 \times 3 + 1 = 5 \Leftrightarrow 6 + 1 = 5 \Leftrightarrow 7 = 5$ **F**
- ✓ 2 é solução da equação $\frac{x}{2} - 1 = 0$, pois $\frac{2}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ **V**

Recordado o que é solução de uma equação, estão criadas as condições para você perceber o que são equações equivalentes.

Agora repara as seguintes equações:

Equação 01: $x - 2 = 3$

Equação 02: $x = 3 + 2$

A solução da equação 01 é 5 pois: $5 - 2 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3$ **V**

A solução da equação 02 também é 5 pois: $5 = 3 + 2 \Leftrightarrow 5 = 5$ **V**

Nessas condições, podemos afirmar que a equação 01 e a equação 02 são equivalentes pois as duas têm a mesma solução.

Venda proibida

O que são equações equivalentes?

Definição

Equações equivalentes, são aquela que têm a mesma solução.

Exemplos:

- ✓ $2x = 1$ é equivalente a $x = \frac{1}{2}$
- ✓ $3x - 2 = 0$ é equivalente a $3x = 2$ e ainda é equivalente a $x = \frac{2}{3}$

Querido aluno, repare que nessas equações equivalentes, houve uma transformação de uma das equações para se chegar à outra.

Por exemplo, na equação $3x - 2 = 0$ para se chegar à equação $3x = 2$, podemos dizer que adicionamos em ambos membros da equação o número $(+2)$, isto é:

$$3x - 2 + 2 = 0 + 2 \Leftrightarrow 3x = 2\ .$$

Este processo de transformação das equações é feito na base de princípios de equivalência das equações que são:

1º Princípio:

Adicionando ou subtraindo a ambos os membros de uma equação um mesmo número, obteremos uma equação equivalente à dada.

Exemplo*:*

- Na equação $x + 3 = 2$, se formos a subtrair em ambos os membros por $(-\mathbf{3})$ com objetivo de isolar a incógnita $(\boldsymbol{x})$ teremos:

  $x + 3 - 3 = 2 - 3$, efectuando as operações, teremos:

  $x = -1$. Logo o -1 é solução da equação dada.

Porém, podemos resolver esta equação duma maneira mais curta e prática:

$x + 3 = 2 \Leftrightarrow x = 2 - 3 \Leftrightarrow x = -1$

Caro aluno, nota que em vez de subtrairmos ambos membros por (-3), passamos **3** para o segundo membro a direita, trocando-lhe o sinal operacional, de mais $(+)$ para o menos $(-)$ e chegamos ao mesmo resultado.

2º Princípio:

Multiplicando ou dividindo ambos os membros de uma equação por um número diferente de zero, obtém-se uma equação equivalente à dada.

Exemplo:

- Na equação $2x = 4$. Se formos a multiplicar em ambos membros por $\frac{1}{2}$ com objetivo de isolar o **x**, teremos:

Venda proibida

$2x \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2}$, efectuando as operações, teremos:

$x =$ 2. Logo o 2 é solução da equação dada.

Repare que, neste caso, ao em vez de dividir ambos membros por **2**, podemos passar o **2** para o segundo membro, à direita, como divisor de **4**. Assim teremos o mesmo resultado.

$$2x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow x = 2$$

Querido aluno, nota que os princípios de equivalência das equações, nos permitem isolar a incógnita da equação, obtendo assim a solução da mesma.

No geral, podemos dizer que para resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, podemos aplicar os princípios de equivalência das equações, e obedecendo os seguintes passos:

- Desembaraçar de parêntesis, caso existam;
- Reduzir as fracções ao mesmo denominador, caso haja fracções;
- Eliminar os denominadores;
- Efectuar as operações indicadas;
- Isolar a incógnita num dos membros por aplicação dos princípios de equivalência;
- Verificar a solução.

Exemplo 01*:*

Vamos resolver a seguinte equação: $x + (x - 1) = 0$, aplicando o princípio de equivalência.

1º Desembaraçar de parêntesis: Já que os parêntesis estão precedidos pelo sinal mais (+) é só retirar parêntesis e manter os termos que estão dentro destes com os respectivos sinais.

$$x + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x + x - 1 = 0$$

2º Agrupar os termos semelhantes:

$$x + x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0$$

3º Aplicar o primeiro princípio para isolar $2x$:

$$2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1$$

4º Aplicar o segundo princípio para isolar x:

$$2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Venda proibida

5º Verificar a solução: é substituir o valor da incógnita $\boldsymbol{x}$ obtido na equação dada.

$x = \frac{1}{2}$ substituindo na $x + (x - 1) = 0$ teremos:

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0\ \mathbf{V}$$

logo: $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$ **é a solução da equação dada.**

Exemplo 02:

Vamos resolver a seguinte equação: $\frac{3x}{2} + 4 = 2x + 5$

1º Reduzir as fracções ao mesmo denominador:

$$\underset{(1)}{\frac{3x}{2}} + \underset{(2)}{4} = \underset{(2)}{2x} + \underset{(2)}{5} \Leftrightarrow \frac{3x}{2} + \frac{8}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{10}{2} \Leftrightarrow 3x + 8 = 4x + 10$$

2º Eliminar os denominadores:

$$3x + 8 = 4x + 10$$

3º Agrupar os termos semelhantes aplicando o primeiro princípio:

$$3x - 4x = 10 - 8 \Leftrightarrow -x = 2$$

4º Isolar a incógnita x:

$$-x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-1} = -2$$

$$x = -2$$

5º Verificar a solução:

$$x = -2$$

Substituindo na $\frac{3x}{2} + 4 = 2x + 5$ teremos:

$$\frac{3 \times (-2)}{2} + 4 = 2 \times (-2) + 5 \Leftrightarrow \frac{-6}{2} + 4 = -4 + 5 \Leftrightarrow -3 + 4 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1\ \mathbf{V}$$

logo, $\boldsymbol{-2}$ é solução da equação dada.

Caro aluno, agora é momento de você avaliar o quanto já aprendeu sobre relação entre conjuntos, resolvendo as actividades a baixo:

Venda proibida

Exercícios

1. Mostre que:
   a) 3 é solução de $2x = 6$
   b) -6 é solução de $-2x = 12$
   c) 9 é solução de $2(x - 5) = x - 1$
   d) 12 é solução de $3x - 4 = 2x + 8$

2. Resolva as seguintes equações:
   a) $18x - 43 = 65$
   b) $23x - 16 = 14 - 17x$
   c) $10y - 5(1 + y) = 3(2y - 2) - 20$
   d) $\frac{x-5}{10} + \frac{1-2x}{5} = \frac{3-x}{4}$

3. Verifique se as equações a baixo são equivalentes:
   a) $2x + 3 = 5$ e $x + 2 = 3$
   b) $10y - 15 = 5y$ e $5y = 20$

4. Dada a equação: $3x - 7 + 2x = 13$, obtenha uma equação mais simples equivalente a esta.

Resumo da Lição

Caro aluno, nesta aula aprendeu que:

Duas equações são equivalentes quando tem a mesma solução.

Para resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, podemos aplicar os princípios de equivalência das equações, e obedecendo os seguintes passos: Desembaraçar de parêntesis, caso existirem; reduzir as fracções ao mesmo denominador, caso haja fracções; eliminar os denominadores; efectuar as operações indicadas; isolar a incógnita num dos membros por aplicação dos princípios de equivalência e verificar a solução.

É chegado o momento de comparar as suas respostas com as da chave de correcção a seguir apresentada.

Chave de correcção

1. a) para $x = 3$ faz $-$ se subistituicao na $2x = 6$ e obtém-se $6 = 6$ V
   b) para $x = -6$ faz $-$ se subistituicao na $-2x = 12$ e obtém-se $12 = 12$ V
   c) para $x = 9$ faz $-$ se subistituicao na $2(x - 5) = x - 1$ e obtém-se $8 = 8$ V
   d) para $x = 12$ faz $-$ se subistituicao na $3x - 4 = 2x + 8$ e obtém-se $32 = 32$ V

Venda proibida

2. a) 6 b) $\frac{3}{4}$ c) 21 d) -21

3. a) A equação $2x + 3 = 5$ é equivalente a $x + 2 = 3$ pois ambas tem mesma solução, isto é:

$$2x + 3 = 5 \Leftrightarrow 2x = 5 - 3 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

$$x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 3 - 2 \Leftrightarrow x = 1$$

b) A equação $10y - 15 = 5y$ não é equivalente a $5y = 20$, pois as duas não tem a mesma solução, isto é:

$$10y - 15 = 5y \Leftrightarrow 10y - 5y = 15 \Leftrightarrow 5y = 15 \Leftrightarrow y = \frac{15}{5} = 3$$

$$5y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{20}{4} = 5$$

4. Para obter uma equação mais simples que seja equivalente a equação $3x - 7 + 2x = 13$, devemos resolver essa equação e obter a sua solução, isto é:

$$3x - 7 + 2x = 13$$

$$3x + 2x = 13 + 7$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

$$x = 4$$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 3: Resolução de equações lineares - Classificação de equações

Introdução

Caro aluno, nesta lição vamos resolver equações lineares, bem como, fazer a classificação das mesmas.

Chamamos desde já a sua atenção a esta importante aprendizagem.

Objectivos da lição

Ao terminar a lição você deverá ser capaz de:

- Aplicar os princípios de equivalência de equações na resolução de equações de vários tipos $\boldsymbol{ax = b; a\,x \pm b = 0;\ a\,x + b = c\,x + d}$;
- Classificar as equações quanto as soluções.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 180 minutos no mínimo.

Resolução de equações lineares do tipo: $\boldsymbol{ax = b; ax \pm b = 0;}$ $\boldsymbol{a\,x + b = cx + d}$, sendo $\boldsymbol{a, b, c}$ e $\boldsymbol{d}$ racionais e $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{c}$ diferente de zero

Você, já sabe que para resolver uma equação do tipo $\boldsymbol{ax = b}$ e $\boldsymbol{ax \pm b = 0}$, primeiro deve **achar o valor da incógnita**, aplicando os princípios de equivalências das equações para isolar a incógnita.

Equações do tipo $\boldsymbol{ax = b}$

Para resolver este tipo de equações basta passar o coeficiente que está a multiplicar no primeiro membro para o segundo membro, para passar a dividir.

Exemplos:

- $2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$
- $0{,}2\,x = 10 \Leftrightarrow x = 10 \div 0{,}2 = 50$

Equações do tipo $\boldsymbol{ax + b = 0}$ e $\boldsymbol{ax - b = 0}$

Para a resolução de equações deste tipo há que respeitar o procedimento seguinte:

1º Passar para o segundo membro o coeficiente $\boldsymbol{b}$, se no primeiro membro estava a adicionar passa para o segundo membro a subtrair, se no primeiro membro estava a subtrair passa para o segundo membro a adicionar.

2º Isolar a incógnita, passando o coeficiente $\boldsymbol{a}$ do primeiro membro para o segundo membro a dividir.

Venda proibida

Exemplos:

- $3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$
- $5x - 15 = 0 \Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{5} = 3$

Equações do tipo $ax + b = cx + d$

Para este tipo de equações, a sua resolução resume se no agrupamento dos termos semelhantes aplicando igualmente os princípios de equivalências de equações.

Exemplos:

- $2{,}5x - 3 = 1{,}5x + 5 \Leftrightarrow 2{,}5x - 1{,}5x = 5 + 3 \Leftrightarrow x = 8$
- $2x + 5 = 15 + x \Leftrightarrow 2x - x = 15 - 5 \Leftrightarrow x = 10$

Classificação de equações

Para melhor compreender este tópico resolva os seguintes exercícios:

a) $2x + 5 = 15$ b) $5x - 2 = -2 + 5x$ c) $3x + 5 = 3x + 7$

Aplicando os conhecimentos já aprendidos sobre a resolução das equações fica:

a) $2x + 5 = 15 \Leftrightarrow 2x = 15 - 5 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$ Esta equação tem como solução única $x = 5$. Nessas condições, a equação é classificada em **possível determinada**.

b) $5x - 2 = -2 + 5x \Leftrightarrow 5x - 5x = -2 + 2 \Leftrightarrow 0x = 0$ A equação tem infinidade de soluções, pois qualquer número que ficar no lugar da incógnita x, a partir dele vai-se obter uma igualdade verdadeira. Neste caso, a equação é classificada como **possível indeterminada.**

c) $3x + 5 = 3x + 7 \Leftrightarrow 3x - 3x = 7 - 5 \Leftrightarrow 0x = 2$ Esta equação não tem solução, pois não existe nenhum número que substituindo na variável x nos vá dar uma igualdade verdadeira. Nessas condições, a equação é classificada como impossível.

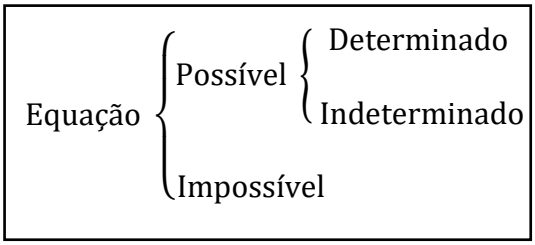
Note que no âmbito da resolução das equações lineares, podemos encontrar duas situações, uma em que a equação linear é possível obter solução e a outra em que não é possível (Impossível) obter solução. Na situação em que a equação linear é possível, também pode-se constatar que uma equação linear é determinada e a outra equação linear é indeterminada.

No geral, de acordo com a natureza da solução, uma equação linear pode ser:

- **Equação linear possível determinado**, quando possui uma e única solução;
- **Equação linear possível indeterminado,** quando possui infinitas soluções;
- **Equação linear impossível,** quando não possui nenhuma solução.

Venda proibida

Para melhor fixar a classificação das equações, caro aluno poderá apoiar-se no seguinte esquema:



É chegado o momento de exercitação, para que mais seguro possa prosseguir.

Exercícios

1. Resolva as seguintes equações do primeiro grau.
   a) $4x + 2 = 38$
   b) $9x = 6x + 12$
   c) $5x - 1 = 3x + 11$
   d) $2x + 8 = x + 13$
   e) $3 + x = 0$
   f) $23x + 2 = 2$
   g) $12 - 7 + 4x = 25$
   h) $5x - 3x = 30$
   i) $4x + 10 = 45 - 3x$

2. Determine o número "a" para que as expressões $\frac{3a+6}{8}$ e $\frac{2a+10}{4}$ sejam iguais.

3. Resolva as seguintes equações e classifique-as quanto à natureza das soluções:
   a) $2x + 5 = 15$
   b) $5x - 2 = -2 + 5x$
   c) $3x + 5 = 3x + 7$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada

Resumo Lição

Nesta lição, você aprendeu que:

A base fundamental de resolução das equações lineares, é aplicação dos princípios de equivalências das equações, respeitando sempre que for a mudar um termo de um membro para o outro a mudança de sinal.

Aprendeu, igualmente, a classificar as equações em:

- **Equação linear possível determinado**, quando possui uma e única solução;
- **Equação linear possível indeterminado,** quando possui infinitas soluções;
- **Equação linear impossível,** quando não possui solução.

Venda proibida

É chegado o momento de comparar as suas respostas com as da chave de correcção a seguir apresentada.

Chave de correcção

1. a) $x = 9$ c) $x = 6$ e) -3 g) 5 i) 5
   b) $x = 4$ d) $x = 5$ f) 0 h) 15

2. a $= -14$

3. a) Sol $x = 5$ Equação possível determinada.
   b) Equação possível indeterminada.
   c) Equação impossível.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 4: Resolução de problemas conducentes a equações lineares

Introdução

Caro aluno, feita a resolução e classificação das equações lineares com sucesso, vamos agora passar para a resolução dos problemas, aplicando equações lineares. Nesta lição vai aprender traduzir os problemas, da linguagem corrente para linguagem matemática.

Chamamos desde já a sua maior atenção.

Objectivos da lição

Ao terminar a lição você deverá ser capaz de:

- Traduzir na linguagem algébrica situações dadas na linguagem comum, vice-versa;
- Resolver problemas concretos por meio de equações lineares;
- Analisar a solução de uma equação no contexto do problema.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo

O que serão problemas conducentes à equações lineares?

São problemas que para se chegar à sua solução é possível através do uso das equações lineares (equações do 1º grau). Neste caso, para resolver este tipo de problemas, para além de ser necessário o domínio da resolução das equações lineares, é necessário:

1. Ler atentamente o problema, identificar a incógnita e escolher uma letra para representá-la;
2. Equacionar o problema;
3. Resolver a equação obtida;
4. Analisar a solução (verificar se a solução da equação é ou não a solução do problema, tendo em conta as condições dadas);
5. Dar resposta ao problema.

Exemplo 01:

A Tânia tinha uma certa quantia de dinheiro e recebeu ainda da sua mãe o dobro da quantia que tinha e passou a ter 1860 MT. Quanto dinheiro a Tânia tinha no início?

Resolução:

Vamos interpretar o problema:

- Tânia tinha uma quantia que não sabemos qual é, portanto, vamos chamá-la de $\boldsymbol{x}$.

Venda proibida

Tânia recebeu o dobro do que tinha, ou seja, ela recebeu $\mathbf{2} \times \boldsymbol{x}$. Logo, ela agora tem $\boldsymbol{x} + \mathbf{2} \times \boldsymbol{x}$. Tânia passou a ter 1860 MT, isso é, $\boldsymbol{x} + \mathbf{2} \times \boldsymbol{x} = \mathbf{1860}$. Vamos calcular, então, o valor de $\boldsymbol{x}$:

$$\boldsymbol{x} + \mathbf{2} \times \boldsymbol{x} = \mathbf{1860}$$

$$3 \times \boldsymbol{x} = \mathbf{1860}$$

$$\mathbf{3}\boldsymbol{x} = \mathbf{1860}$$

$$\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{1860}}{\mathbf{3}} = \mathbf{620}$$

Logo, antes a Tânia tinha 620 MT.

Exemplo 02:

Certos candidatos a emprego numa empresa, compareceram para um teste e foram divididos em três grupos: no primeiro grupo só havia $\frac{2}{3}$ de candidatos; no segundo grupo havia $\frac{1}{4}$ e no terceiro grupo os restantes 15 candidatos. Quantos candidatos eram no total?

Resolução:

- O Problema fala de certos candidatos que foram a entrevista numa empresa que nós não sabemos quantos eram, para tal vamos chamar $\boldsymbol{y}$.
- No primeiro grupo havia $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} \times \boldsymbol{y}$ no segundo havia $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \times \boldsymbol{y}$, e, no terceiro, havia 15 candidatos.
- Se somarmos todos os três grupos, teremos o resultado $\boldsymbol{y}$, que é o total de candidatos, isto é:
  $\frac{2y}{3} + \frac{y}{4} + 15 = y$
- Resolvendo esta equação, teremos o valor da variável y que corresponde ao total dos candidatos.
  $\frac{2y}{3} + \frac{y}{4} + 15 = y$ Calculando *m.m.c* para eliminar os denominadores, teremos:

$$\underset{(4)}{\frac{2y}{3}} + \underset{(3)}{\frac{y}{4}} + \underset{(12)}{\frac{15}{}} = \underset{(12)}{\frac{y}{}} \Rightarrow \frac{8y}{12} + \frac{3y}{12} + \frac{180}{12} = \frac{12y}{12} \Leftrightarrow 8y + 3y + 180 = 12y$$

$$\Leftrightarrow 8y + 3y + 180 = 12y \Leftrightarrow 12y = 8y + 3y + 180$$

$$\Leftrightarrow 12y - 8y - 3y = 180$$

$$\Leftrightarrow 12y - 11y = 180$$

$$\Leftrightarrow y = 180$$

Logo, no total, havia 180 candidatos para entrevista.

Feita a aprendizagem, agora resolva o exercício, para testar a sua compreensão.

Venda proibida

Exercícios

1. Existem três números inteiros consecutivos cuja soma é igual a 393. Determine esses números.

2. A idade da Maria é o triplo da idade da sua filha Ana e a soma das idades de ambas é 52 anos. Qual é a idade de cada uma?

3. O João pensou num número. Dividiu a soma desse número com 8 por 5 e, subtraiu o dobro da diferença desse número com 2, tendo obtido 2, como o resultado das operações feitas. Em que número o João pensou?

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada

Resumo da Lição

Nesta lição, você aprendeu que:

Para resolver um problema que envolve equações lineares, é importante que:

1. Leia bem o problema e perceba;
2. Identifique a incógnita e escolha uma letra para representá-la;
3. Equacione o problema;
4. Resolva a equação obtida;
5. Verifique a solução da equação;
6. Dê a resposta ao problema.

Agora, caro aluno, compare sua resposta com resolução a seguir apresentada.

Chave de correcção

1. 130; 131 e 132
2. A Maura tem 13 anos e a sua mãe tem 39.
3. O número que o João pensou é 2.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 5: Equações literais

Introdução

Caro aluno, depois de você aprender a resolução de certos problemas conducentes a obtenção de equações lineares, tendo como foco as situações da vida real, nesta lição vamos aprender as equações literais, começando por defini-las e por fim aprender os procedimentos de resolução.

Tenha uma boa aprendizagem!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você devera ser capaz de:

- Identificar as equações literais;
- Identificar os coeficientes de uma equação literal;
- Resolver equações literais.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 120 minutos no mínimo.

O que são equações literais?

Para responder a esta questão, vamos começar por rever a definição de equação. Certamente que se lembra que equação é uma igualdade que apresenta pelo menos uma incógnita.

Exemplos:

- $2x + 3 = 7$
- $y - 5 = 2y + 7$
- $x + y = 3$
- $x + y - z = 2$

Analisando estes exemplos de equações acima referenciadas, você pode notar que as primeiras duas, para além de terem uma e única variável, são do 1º grau, logo são **equações lineares**. As duas últimas apresentam duas e três incógnitas respectivamente, por isso são chamados Equações Literais.

Como podemos definir este tipo de equações?

Definição de Equações literais

Chama-se equação ***literal*** a toda equação que tenha mais de uma incógnita, isto é, pelo menos 2 incógnitas.

Veja mais exemplos de equações literais:

- $x + 2y = 3x$
- $P = 2C + 2L$
- $A = \frac{b \times h}{2}$
- $z - y = y + 2z$

Venda proibida

Como resolver equações literais?

A seguir veja como se procede para resolver este tipo de equações, passo a passo.

As regras para resolver equações lineares, também são aplicáveis à resolução das equações literais. Certamente se lembra das regras de resolução das equações lineares. Não é, amigo? Pois, é isso mesmo. É necessário dar estes passos:

- Desembaraçar de parêntesis, caso existam;
- Reduzir as fracções ao mesmo denominador, caso haja fracções;
- Eliminar os denominadores;
- Efectuar as operações indicadas;
- Isolar a incógnita num dos membros por aplicação dos princípios de equivalência.

Você, já está recordado das regras de resolução de uma equação. Está de parabéns por isso!

Mas o que, então, o diferencia a resolução de uma equação linear da resolução de uma equação literal?

Simples! Enquanto as equações lineares só têm uma e única solução, as equações literais apresentam várias soluções. Daí que a sua resolução é feita em ordem a qualquer uma das variáveis que nela figuram.

Alguns Exemplos:

1. Consideremos a equação $x + y = 3$, vamos resolvê-la em ordem a $\boldsymbol{y}$.

Resolver esta equação em ordem a $\boldsymbol{y}$, é isolar o $\boldsymbol{y}$ num dos membros da equação. Isto é, aplicando as regras já conhecidas, vamos resolver a equação dada em $\boldsymbol{y}$:

$y = 3 - x \Leftrightarrow y = -x + 3$. Assim a equação está resolvida em ordem a $\boldsymbol{y}$, pois conseguimos isolar o $\boldsymbol{y}$.

Agora, vamos resolvê-la em ordem a x:

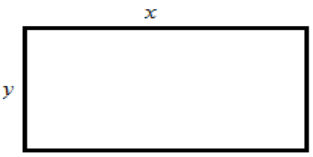
$x + y = 3 \Leftrightarrow x = 3 - y \Leftrightarrow x = -y + 3$. Desta forma, digamos que a equação está resolvida em ordem a $\boldsymbol{x}$.

2. Dado o rectângulo ao lado com o perímetro de $16cm$ pretende-se determine a medida dos lados.

a) Equacione o problema.

b) Resolva a equação em ordem a x.

c) Resolva a equação em ordem a y.



Resolução:

a) Caro aluno, para responder a esta questão, lembre-se da fórmula do cálculo do perímetro de um rectângulo que é dada por: $\boldsymbol{P = 2(c + l)}$, onde $\boldsymbol{c}$ representa comprimento e $\boldsymbol{l}$ a largura.

Venda proibida

Olhando para a figura, o comprimento é dado por $\boldsymbol{x}$, a largura dada por $\boldsymbol{y}$ e o perímetro já se sabe que é de 16 cm. Substituindo na fórmula do cálculo de perímetro, teremos:

$\boldsymbol{P = 2(c + l)}$

$16 = 2(x + y)$ Desembaraçando de parêntesis teremos:

$16 = 2x + 2y \Leftrightarrow 2x + 2y = 16$ Esta é a equação do problema.

b) Vamos resolver a equação em ordem a $\boldsymbol{x}$, isto é, isolarmos o $\boldsymbol{x}$:

$2x + 2y = 16 \Leftrightarrow 2x = 16 - 2y$

$\Leftrightarrow x = \frac{16-2y}{2}$ Simplificando a fracção do 2º membro teremos:

$\Leftrightarrow x = 8 - y \Leftrightarrow x = -y + 8$

c) Vamos resolver a equação em ordem a $\boldsymbol{y}$, isto é, isolarmos o $\boldsymbol{y}$:

$2x + 2y = 16 \Leftrightarrow 2y = 16 - 2x$

$\Leftrightarrow y = \frac{16-2x}{2}$ Simplificando a fracção do 2º membro teremos:

$\Leftrightarrow y = 8 - x \Leftrightarrow y = -x + 8$

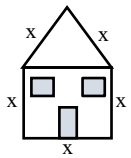
Depois de abordarmos o conteúdo sobre resolução das equações literais, agora é momento de exercitação, para medir o nível da sua compreensão desta matéria:

Exercícios

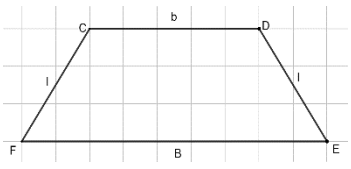
1. Das equações a baixo, marque com X apenas as equações liteiras:
   a) $ax + bc = 2$ ( )
   b) $x + 3 = 4$ ( )
   c) $A = 2\pi r^2$ ( )
   d) $xy - z + x$ ( )
   e) $P = 2l + B + b$ ( )

2. Dadas as equações literais abaixo, resolva-as em ordem a x.
   a) $2x + z = x + 3z$
   b) $\frac{x}{3} = x - y$
   c) $3y + 2x = 2y$

3. Escreva a fórmula para determinar o perímetro da linha que delimita a figura ao lado.



4. Dada a figura abaixo:
   a) Escreva a fórmula para determinar o seu perímetro.
   b) Se $l = 3\ cm, b = 5\ cm$ e $B = 8\ cm$, determine o perímetro da figura.



Venda proibida

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Você aprendeu que **a Equação literal** é aquela que apresenta mais de uma incógnita, isto é, que tem pelo menos 2 incógnitas e pode ter várias soluções dependendo das incógnitas patentes, cuja resolução implica efectuar todas as operações possíveis na equação para isolar uma das incógnitas.

Agora confronte suas respostas com as da chave dada a seguir.

Chave de correcção

1. a) $ax + bc = 2$ (X) c) $A = 2\pi r^2$ (X) e) $P = 2l + B + b$ (X)
   b) $x + 3 = 4$ ( ) d) $xy - z + x$ (X)

2. a) $x = 2z$ b) $x = -\frac{3}{2}y$ c) $x = -\frac{y}{2}$

3. $P = x + x + x + x + x = 5x$

4.
   a) $P = B + b + l + l = B + b + 2l$
   b) $P = B + b + 2l$
   $P = 8cm + 5cm + 2 \times 3cm = 13cm + 6cm = 19cm$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 6: Percentagens

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender a definir e calcular percentagens. Este conceito é de muita utilidade na nossa vida diária. A noção de **percentagem** ou **percentagem** permite-nos efectuar comparações, partindo do estabelecimento da relação entre os dados a comparar em cada 100 unidades, tomados como um denominador geral.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Transformar fracções em percentagens;
- Resolver problemas, onde se determinam percentagens de quantidade;
- Resolver problemas simples, aplicando percentagens.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos.

Caro aluno, esta lição aborda algo que já lhe é familiar, mesmo não parecendo. Temos certeza que até aqui já domina conteúdos como números fraccionários por isso não terá dificuldade de compreender este novo conceito. Pode estar a questionar o que tem a ver fracção e percentagem? É natural que se questione. Vamos tratar disso, agora, e perceberá da relação.:

Repare para o Exemplo:	**Resolução:**
Problema: Num armazém da Escola Secundaria Bonifácio Gruveta encontra-se 100 caixas de giz, sendo 4 caixas de giz de cor vermelha, 6 caixas de giz de cor verde e 90 caixas de giz de cor branca. Como podemos representar por via de fracções cada cor de giz que esta escola armazenou.	**Dados**: Número total de caixas 100 Número de caixas de cor vermelha 4 Número de caixas de cor verde 6 As fracções que representam: Giz vermelho será $\frac{4}{100}$ Giz verde será $\frac{6}{100}$ Giz branco será $\frac{90}{100}$

Fazendo a leitura das fracções do exemplo que acabamos de analisar podemos dizer que no armazém, a escola tem ***quatro por cem*** caixas de giz vermelho, ***seis por cem*** caixas de giz verde e ***noventa por cem*** caixas de giz branco.

Venda proibida

Ora, quatro por cem, como bem sabe, significa que em cada 100 temos 4, e seis por cem significa que em cada cem temos seis e por último noventa por cem significa que em cada cem temos noventa.
A este tipo de fracções que nos indicam o que temos em cada cem chamamos de percentagem.

Definição: Percentagem é uma medida de razão com base 100. É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores a partir de uma fracção cujo denominador é 100,

Uma percentagem representa uma comparação entre um determinado número e o número 100. O símbolo de percentagem é (%) e lê-se por cento. Por isso podemos dizer que uma fracção em que o denominador é 100, chama-se percentagem. Voltando ao exemplo,

Teremos: $\frac{4}{100} = 4\%$ Quatro por cento;

$\frac{6}{100} = 6\%$ Seis por cento;

$\frac{90}{100} = 90\%$ Noventa por cento.

Qualquer dado expresso em percentagem pode ser substituído por um número decimal.

$34\% = \frac{34}{100} = 34 \div 100 = 0{,}34$ $\qquad 4{,}5\% = 4{,}5 \div 100 = 0{,}045$

Depois de aprender a transformação de uma percentagem em um número decimal ou numa fracção, é momento de realizar actividades de fixação.

Actividade

1. Escreva na forma de percentagem.
   a) $0{,}45$ **Resolução:**
   $0{,}45 = 45 \div 100 = 45\%$
   b) $\frac{3}{20}$ **Resolução:**
   $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100} = 15\%$ Ou $\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0{,}15 = 15\%$

2. Numa Empresa Agrícola de Marere há 60 trabalhadores, dos quais 24 são do sexo feminino.
   a) Quantos homens há na Empresa? **Resolução:** Número total de trabalhadores 60
   Número total de mulheres 24
   Número de homens será $60 - 24 = 36$
   b) Qual é a percentagem de homens? E de mulheres? **Resolução:** Número total de trabalhadores 60
   Número total de homens 36
   Número total de mulheres 24

Venda proibida

Então:

$$\frac{36}{60} = 36 \div 60 = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{6 \times 10}{10 \times 10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{24}{60} = 24 \div 60 = 0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{4 \times 10}{10 \times 10} = \frac{40}{100} = 40\%$$

Resposta: Homens 60%

Mulheres 40%

Cálculo de percentagem de quantidades

Para calcular uma percentagem de uma determinada quantidade, basta multiplicar a quantidade pela percentagem. A percentagem pode ser expressa na forma decimal ou na forma de fracção com denominador 100.

Exemplo: $35\%\ de\ 400kg$ de Milho

Primeira forma

$$35\% \times 400kg = 0{,}35 \times 400kg = 140kg$$

Segunda forma

$$35\% \times 400kg = \frac{35}{100} \times 400kg = \frac{35 \times 400}{100} = 140kg$$

Agora vamos exercitar, caro amigo.

Exercícios

1. Escreva na forma de percentagem.
   a) 0,65 c) 0,08 e) 0,0345
   b) $\frac{9}{20}$ d) $\frac{25}{32}$ f) $\frac{7}{40}$

2. Na disciplina de Geografia, os alunos de uma turma da 8ª classe conseguiram estas classificações:
   Muito Bom – 6 alunos; Suficiente – 21 alunos;
   Bom – 18 alunos; Medíocre – 5 alunos.
   a) Calcule o número total de alunos da turma.
   b) Calcule a percentagem de alunos que obteve cada classificação.

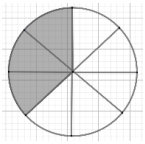
3. Os 81 alunos da 8ª classe de uma escola da província de Cabo-Delgado correspondem a $\frac{3}{5}$ do número total dos alunos ali matriculados.

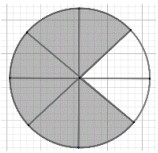
Venda proibida

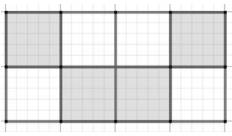
a) Quantos alunos tem a escola?

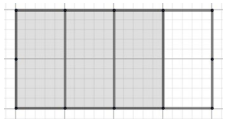
b) Qual é a percentagem de alunos da 8ª classe?

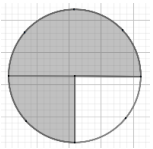
4. Qual é a percentagem da parte pintada nas figuras seguintes?

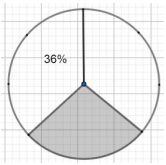
a) 

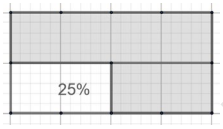
c) 

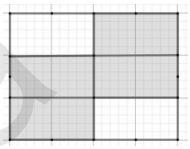
e) 

g) 

b) 

d) 

f) 

h) 

5. Calcule

a) $8\%\ de\ 700Kg$ b) $3{,}5\%\ de\ 124m$ c) $65\%\ de\ 20h$ d) $25\%\ de\ 1h$

A sua lição chegou ao fim. Apresente o seu resumo.

Resumo da Lição

Nesta lição, você aprendeu definir a percentagem e a fazer a sua representação por meio de uma fracção de denominador 100 e por um número decimal, bem como fazer o respectivo cálculo, aplicando este conhecimento na resolução de problemas práticos do seu dia-a-dia.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de correcção.

Chave de correcção

1. a) 65% b) 45% c) 8% d) 78,1% e) 3,5% f) 17,5%
2. a) 50
   b) Muito Bom 12 Bom 36 Suficiente 42 Medíocre 10
3. a) Tem 135 alunos b) 60%
4. a) 37,5% c) 75% e) 50% g) 75%
   b) 75% d) 28% f) 75% h) 66,7%
5. a) $56Kg$ b) $4{,}34m$ c) $13h$ d) $15min$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 7: Literacia financeira

Introdução

Caro aluno, nesta primeira lição, faremos uma abordagem sobre percentagem, mas com foco em elementos ou aspectos de literacia financeira. A literacia financeira é a educação para o consumo, que permite ao cidadão adquirição e desenvolver conhecimentos e capacidades fundamentais, que lhe permitem tomar as melhores decisões sobre as suas finanças.

Tenha uma boa concentração nesta aprendizagem!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Representar os aumentos em forma de percentagens
- Representar as diminuições na forma de percentagens;
- Aplicar percentagens para resolver problemas concretos da vida real;

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos.

Caro aluno, na lição anterior aprendeu a calcular percentagem de uma quantidade. Por isso já sabe que para calcular uma percentagem de uma quantidade, basta multiplicar essa quantidade pela percentagem. A percentagem pode ser expressa na forma decimal ou na forma de fracção com denominador 100.

Exemplo:

a) $43\%\ de\ 300kg$ de Milho $= 129$kg de Milho
b) $100\%\ de\ 300kg$ de Milho $= 300$kg de Milho

Este conhecimento vai ser útil para o que vai aprender nesta lição.

Mãos á obra.

Como nesta lição vamos aprender calcular as percentagens de **aumento** e **diminuição**, então, caminhemos passo a passo.

Vamos começar por definir aumento e diminuição.

Definição: O aumento é o valor que é obtido subtraindo do valor final o valor inicial.

Exemplo:

O custo de uma bola era de 250Mt e passou a ser de 300Mt. Qual foi o aumento?

venda proibida

$A = V_f - V_i$ Dados: $V_i = 250Mt$

$V_f = 300Mt$

$A = V_f - V_i = (300 - 250)Mt = 50Mt$

Definição: A diminuição é o valor que é obtido subtraindo do valor final e o valor inicial. A diferença entre o aumento e a diminuição é de que o aumento é um valor positivo, mas a diminuição é um valor negativo.

Exemplo:

O custo de uma bola era de 300Mt e passou a ser de 250Mt. Qual foi o aumento?

$D = V_f - V_i$ Dados: $V_i = 300Mt$

$V_f = 250Mt$

$D = V_f - V_i = (250 - 300)Mt = -50Mt$

Como calcular o aumento percentual?

Primeiro método

1. Escreva o valor inicial (V_i) e o valor final (V_f);
2. Determine a diferença desses valores, $V_f - V_i$;
3. Divida o resultado pelo valor inicial; $\frac{V_f - V_i}{V_i}$;
4. Multiplique o resultado por 100; $\frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$.

Exemplo:

a) O custo de uma bola era de 250Mt e passou a ser de 300Mt. Calcule o aumento percentual ocorrido.

Resolução:

Escreva o (V_i) e (V_f); $V_i = 250 \quad V_f = 300$

Determine a diferença desses valores; $V_f - V_i = 300 - 250 = 50$

Divida o resultado pelo valor inicial; Multiplique o resultado por 100. $\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{50}{250} = 0{,}2$

Resposta: O aumento percentual foi de 20%. $A\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = 0{,}2 \times 100 = 20\%$

b) O custo de gás doméstico era de 950Mt e passou para 1125Mt. Calcule o aumento percentual ocorrido.

Venda proibida

Resolução:

Escreva o (V_i) e (V_f);	$V_i = 950 \quad V_f = 1125$
Determine a diferença desses valores;	$V_f - V_i = 1125 - 950 = 175$
Divida o resultado pelo valor inicial;	$\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{175}{950} = 0{,}1842105$
Multiplique o resultado por 100.	
Resposta: O aumento percentual foi de 18,4%.	$A\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = 0{,}1842105 \times 100 = 18{,}42105$ $\approx 18{,}4\%$

Segundo método

1. Escreva o valor inicial (V_i) e o valor final (V_f);
2. Divida o valor final (V_f) pelo valor inicial (V_i), $\frac{V_f}{V_i}$;
3. Multiplique o resultado por 100, $\frac{V_f}{V_i} \times 100$;
4. Subtraia 100 por último.

Exemplo:

O custo de gaz doméstico era de 950Mt e passou para 1125Mt. Calcule o aumento percentual ocorrido.

Resolução:

Escreva o (V_i) e (V_f);	$V_i = 950 \quad V_f = 1125$
Divida (V_f) pelo (V_i)	$\frac{V_f}{V_i} = \frac{1125}{950} = 1{,}1842105$
Multiplique o resultado por 100.	$1{,}1842105 \times 100 = 118{,}42105$
	$118{,}42105 - 100 = 18{,}42105 \approx 18{,}42\%$

Resposta: O aumento percentual foi de 18,4%.

O aumento percentual nos mostra a variação relativa, ou seja, de quanto foi o aumento em relação ao valor inicial.

Assim, para calcular o aumento percentual recorremos a seguinte fórmula no primeiro método $A\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$ e no segundo método $A\% = \frac{V_f}{V_i} \times 100 - 100$.

Como calcular a diminuição percentual?

Para calcular a diminuição percentual recorre-se a uma fórmula semelhante àquela do cálculo do aumento percentual. A diferença está no resultado pois é negativo.

Venda proibida

$D\% = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$ ou $D\% = \frac{V_f}{V_i} \times 100 - 100$.

A diminuição percentual nos mostra, de quanto foi a diminuição em relação ao valor inicial.

Primeiro método

Exemplo: O custo de gás doméstico era de 1125Mt e passou para 950Mt. Calcule a diminuição percentual ocorrida.

Resolução:

Escreva o (V_i) e (V_f);	$V_i = 1125 \quad V_f = 950$
Determine a diferença desses valores;	$V_f - V_i = 950 - 1125 = -175$
Divida o resultado pelo valor inicial;	$-175 \div 1125 = -0{,}155555$
Multiplique o resultado por 100.	$-0{,}15555 \times 100 = -15{,}555 \approx -15{,}6\%$

Resposta: A diminuição percentual foi de 15,6%.

Segundo método

Escreva o (V_i) e (V_f);	$V_i = 1125 \quad V_f = 950$
Divida (V_f) pelo (V_i)	$\frac{V_f}{V_i} = \frac{950}{1125} = 0{,}844444$
Multiplique o resultado por 100.	$0{,}844444 \times 100 = 84{,}4444$
	$84{,}44444 - 100 = -15{,}55555 \approx -15{,}6\%$

Resposta: A diminuição percentual foi de 15,6%.

Caro aluno, depois de aprender como calcular aumento e diminuição, convide um estudante que esteja a estudar ou não no seu CAA e, tentem encontrar soluções nas questões que se seguem.

Exercícios

1. O custo da gasolina em Janeiro de 2022 era de 75Mt e passou para 89Mt no fim de Junho do mesmo ano.

a) Calcule o aumento ocorrido;

b) Calcule o aumento percentual ocorrido.

2. Com o aumento da oferta de tomate no mercado do Zimpeto, o preço da caixa de tomate passou de 300Mt para 170Mt.

a) Calcule a diminuição ocorrida;

b) Calcule a diminuição percentual ocorrida

Venda proibida

3. No mês de Julho a indústria de vestuário produziu cerca de 480 peças de roupa diversa. No mês de Agosto a produção subiu para 585 peças.

a) De quanto foi o aumento?

b) De quanto foi o aumento em percentagem?

A lição já terminou. Agora apresente o seu resumo.

Resumo da Lição

Nesta lição sobre literacia financeira, abordamos o conceito de aumento e diminuição como também o seu cálculo.

Dissemos que diminuição é o valor que é obtido subtraindo do valor final o valor inicial. No cálculo dessa diferença entre valor final, o valor final podemos obter um valor positivo ou negativo. O sinal que obtemos ajuda a estabelecer a diferença entre o aumento e a diminuição, pois o aumento tem um valor positivo, mas a diminuição um valor negativo.

Aprendemos ainda o aumento e diminuição percentual e realizamos cálculos aplicando dois métodos.

Compare as suas soluções com as que são propostas na Chave de correcção.

Chave de correcção

1. a) 14
   b) 18,6%
2. a) 130
   b) 43%
3. a) 105
   b) 58,3%

Venda proibida

LIÇÃO Nº 8: Literacia financeira

Introdução

Caro aluno, nesta segunda lição sobre literacia financeira vamos dedicar a nossa atenção à resolução de problemas referentes ao cálculo de descontos, de impostos, de juros, operações que envolvem dinheiro e fazem parte de situações do dia-a-dia de qualquer cidadão. Esperamos que esta seja uma oportunidade para que você se prepare de forma conveniente para lidar com estes aspectos da vida financeira.

Bom proveito!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Resolver problemas, usando as quatro operações, envolvendo a moeda;
- Construir gráficos de percentagens.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 60 minutos.

Caro aluno, depois de ter aplicado a percentagem para calcular o aumento e a diminuição, nesta lição, vamos dar continuidade à aplicação da percentagem, mas desta vez no cálculo de descontos, imposto e taxas de juro.

Cálculo do Desconto

Como se procede para calcular um certo desconto?

Como bem sabe, as lojas oferecem descontos dos seus produtos, e esses descontos são normalmente expressos em percentagem. Logo, saber calcular o desconto é um exercício de extrema importância.

- Para calcular o desconto no preço de um certo bem, basta multiplicar a percentagem dada pelo valor do custo da própria mercadoria.

Exemplo:

O custo de um livro é de 1600Mt. Sabendo que este custo sofreu um desconto de 15%, calcule o valor actual do mesmo.

Resolução: Se o preço inicial era de $1600Mt$, o desconto seria de $15\% \times 1600Mt = 15/100 \times 1600Mt = 0{,}15 \times 1600Mt = 240Mt$.

Venda proibida

O desconto seria de $240Mt$ e o custo actual seria $1600Mt - 240Mt = 1360Mt$

A maneira mais fácil de calcular o preço final seria:

$Preço\ final = Preço\ inicial \times (1 - Taxa\ em\ \%)$

No exemplo anterior teríamos:

$Preço\ final = 1600Mt \times (1 - 15\%) = 1600Mt \times (1 - 0{,}15) = 1600Mt \times 0{,}85 = 1360Mt$

Agora vamos ver a operação de cálculo do imposto.

Cálculo do Imposto

O que será um imposto?

O imposto é uma quantia que as pessoas têm de pagar para que o Estado possa fazer face às despesas públicas. O IVA (Imposto sobre o Valor Acrescentado), é um exemplo de imposto em que o comerciante acrescenta ao preço dos produtos, e que entregará posteriormente ao Estado.

Ilustração 1-Ministério das Finanças

Exemplo:

Um pescador de Inhassoro vende o peixe ao preço de 200Mt o *Kg* acrescido do valor de IVA de 17%.

a) Qual será o valor que este pescador terá de entregar ao Estado por cada quilograma vendido de peixe?

Resolução: Se o preço base é de $200Mt$, o preço final seria de $17\% \times 200Mt = 17/100 \times 200Mt = 0{,}17 \times 200Mt = 34Mt$.

b) Qual será o preço final de cada quilograma de peixe?

Resolução: Se o preço base é de $213{,}67Mt$ e o valor acrescido é de $36{,}32Mt$, o preço final de cada kg de peixe será de $213{,}67Mt + 36{,}32Mt = 249{,}99Mt \approx 250Mt$

A maneira mais fácil de calcular o preço final com o IVA incluído seria:

$Preço\ final = Preço\ base \times (1 + IVA)$

No exemplo anterior teríamos:

$Preço\ final = 213{,}67Mt \times (1 + 17\%) = 213{,}67Mt \times (1 + 0{,}17) = 213{,}67Mt \times 1{,}17 = 249{,}99Mt \approx 250M$Aqui você já vai aprender calcular os juros.

Cálculo de Juros

Antes de mais o que entende por juro?

Juro é a remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro. Ele (o juro) é sempre cobrado em forma de taxa. Daí que se fala sempre taxa de juro.

Venda proibida

E o que vem a ser esta taxa? A taxa de juro é a percentagem de dinheiro que o banco terá de pagar, ao fim de certo tempo, pelo dinheiro depositado, ou a percentagem de dinheiro que se deve pagar ao banco, ao fim de um certo tempo, pelo empréstimo pedido.

Exemplos:

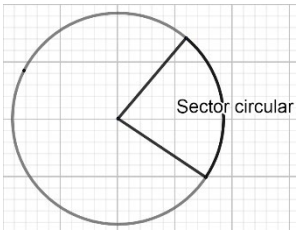
O Carlos depositou 12000Mt num determinado banco na sua cidade. Ao fim de um ano levantou todo o dinheiro, sabendo que a taxa anual de juro é de 22%.

O Carlos depositou 12000Mt. Ao fim de um ano levantou todo o dinheiro, sabendo que a taxa anual de juro é de 22%.

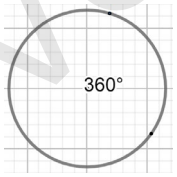
a) Quanto recebeu o Carlos de juros?	**Dados:** $V_i = 12\,000Mt$ $t = 22\%$ Pedido: $J =?$	**Resolução**: $Juro = taxa \times valor\ depositado$ $J = 22\% \times 12\,000Mt \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow J = 0{,}22 \times 12\,000Mt$ $\Leftrightarrow J = 2\,640Mt$ **Resposta:** O Carlos recebeu de juros $2\,640Mt$
b) Com quanto dinheiro ficou depois de receber o juro?	**Resolução:** $Valor\ total = juro + valor\ inicial$ $V_t = J + V_i$ $V_t = 2\,640MT + 12\,000Mt \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow V_t = 14\,640Mt$ **Resposta**: O Carlos ficou com $14\,640Mt$	

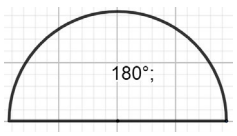
Gráfico circular

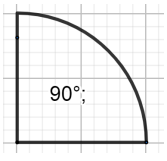
Para representar percentagem de forma gráfica usa-se frequentemente o círculo. O círculo aparece dividido em sectores circulares. O ângulo de cada sector representa uma percentagem.



Exemplo:







Para construir gráficos circulares é necessário:

- desenhar um círculo de raio qualquer;
- traçar, a partir do centro, um raio;
- converter as percentagens em graus, multiplicando a % por 360°;
- marcar no círculo os ângulos que correspondem às percentagens, sem sobreposição.

Exemplo:

Venda proibida

Construa um círculo e represente 25%, 45%, 30%.

$A = 25\%$	$B = 45\%$	$C = 30\%$
$A = 25\% \times 360°$	$B = 45\% \times 360°$	$C = 30\% \times 360°$
$\Leftrightarrow A = 0{,}25 \times 360°$	$\Leftrightarrow B = 0{,}45 \times 360°$	$\Leftrightarrow C = 0{,}30 \times 360°$
$\Leftrightarrow A = 90°$	$\Leftrightarrow B = 162°$	$\Leftrightarrow C = 108°$

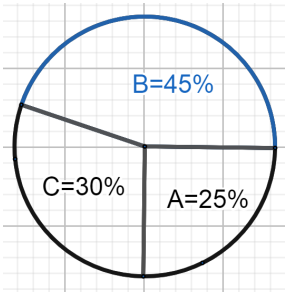


Gráfico rectangular

Para construir gráfico rectangular é necessário:

- desenhar um rectângulo, dadas as dimensões;
- converter as percentagens em centímetros, multiplicando a percentagem pelo comprimento do rectângulo;
- marcar no rectângulo a parte correspondente à percentagem calculada, sem sobreposições.

Exemplo:

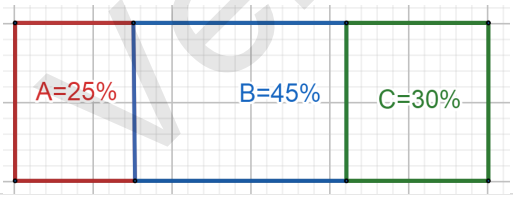
Represente num gráfico rectangular de 6cm de comprimento e 2 cm de largura as seguintes percentagens 25%, 45%, 30%

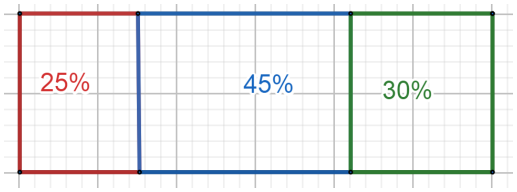
$A = 25\%$	$B = 45\%$	$C = 30\%$
$A = 25\% \times 6cm$	$B = 45\% \times 6cm$	$C = 30\% \times 6cm$
$\Leftrightarrow A = 0{,}25 \times 6cm$	$\Leftrightarrow B = 0{,}45 \times 6cm$	$\Leftrightarrow C = 0{,}30 \times 6cm$
$\Leftrightarrow A = 1{,}5cm$	$\Leftrightarrow B = 2{,}7cm$	$\Leftrightarrow C = 1{,}8cm$

ou simplesmente

Gráfico de barras

As percentagens também se podem representar em gráficos de barras como ilustra o gráfico a baixo.





Caro aluno, você está no momento de exercitação!

Venda proibida

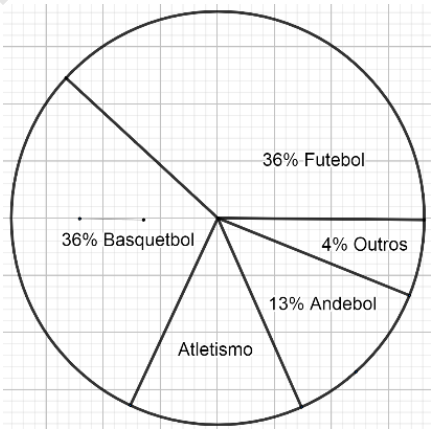
Exercícios

1. Um camião transportava 400 sacos de açúcar. Durante o percurso começou a chover, tendo-se molhado 30 sacos. Cada saco de açúcar custou 600Mt.
   a) Calcule em Meticais o prejuízo sofrido.
   b) Calcule a percentagem do prejuízo sofrido.
   c) Se cada saco for vendido por 750Mt, qual será o lucro?

2. Determina os juros produzidos pelo capital de 9.600Mt, a taxa anual de 22%, em um ano e nove meses.

3. O Senhor Arouca pediu um empréstimo de 65.500Mt, a taxa de juro anual é de 20%. Quanto pagou ao banco, de juros, ao fim de um ano?

4. Numa turma de 50 alunos, fez-se um inquérito sobre a modalidade desportiva preferida de cada um. Os resultados, em percentagem, foram afixados no gráfico circular ao lado.
   a) Quantos alunos têm o futebol como modalidade preferida?
   b) Calcule a percentagem de alunos que têm o atletismo como modalidade preferida.
   c) Quanto mede o ângulo do sector ocupado pelo andebol?



5. Construa um rectângulo com as medidas de $8cm$ por $3cm$ e pinta as seguintes percentagens: 15%; 30%, 45%.

Agora, vai resumir a sua lição.

Resumo da Lição

Nesta segunda lição sobre literacia financeira, abordamos cálculos sobre descontos, impostos, juros, como operações que envolvem dinheiro.

Venda proibida

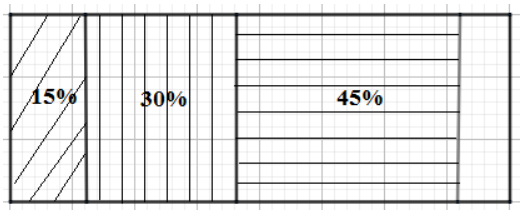
Aprendemos ainda a construção de gráficos circular, rectangular e de barras para representar percentagens.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. $a)$ $18\,000Mt$ $b)$ $7{,}5\%$ $c)$ $55\,000Mt$ 2. 3 3. $13\,100Mt$
4. a) 18 alunos $b)$ 11% $c)$ $46{,}8°$

5.



Venda proibida

LIÇÃO Nº 9: Razão

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender conceito de razão. Este conceito será abordado por meio de problemas simples e exemplos quotidianos da vida.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar uma razão;
- Interpretar o significado de uma razão.

Para a melhor compreensão desta lição precisa estudar 90 minutos.

Caro aluno, você vai começar esta aprendizagem vendo a noção de razão.

Noção de razão

Já ouviu falar da palavra razão? Certamente que sim. No nosso dia-a-dia é frequente usarmos a palavra razão. Veja este caso: O João tem **razão** de chorar, porque feriu-se.

O termo razão, neste contexto, tem um sentido de motivo.

Em Matemática, a palavra **razão** tem um outro sentido. Pode-se estar a questionar: que sentido é esse? A esta questão responder-se-á mais a frente.

Portanto, a palavra razão, em Matemática, tem um significado de *relação*. Por exemplo, num carro existem 5 lugares, então pode-se dizer que um carro está para 5 pessoas.

Acreditamos que já esteja em condições de imaginar outros exemplos relacionados com a palavra razão.

A expressão "um carro está para 4 Pessoas" representa uma relação que pode ser escrita em forma de razão: $1 : 4$; onde a expressão "está para" é representada por ":" (**dois pontos**).

Representando o "**1**" pela letra "**a**" e o "**4**" pela letra "**b**", podemos escrever a razão na forma geral: **a**: **b**, que se lê "**a está para b**".

Partindo do exemplo anterior, podemos definir a razão, em matemática,

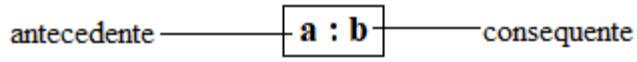
relação existente entre dois valores.

Venda proibida

Esta relação, geralmente é expressão por $\boldsymbol{a}$: $\boldsymbol{b}$ e lê-se "**a está para b**"

Note que quando comparamos duas medidas, dois valores ou até duas grandezas, estamos a determinar a relação entre dois números que os representam.

Uma razão é constituída por dois números. O primeiro número é denominado **antecedente** e o segundo número é denominado **consequente**.



Então, você compreendeu o conceito de razão? Está de parabéns, por estar a assimilar esta matéria!

A seguir, vamos resolver um exercício, como forma de medir o seu nível de compreensão.

Considerando uma situação em que numa sala de aulas há 17 alunas e 18 alunos, qual é a razão existente entre o número de alunas e o número de alunos?

De certeza conseguiu determinar a razão de $17:18$, o que significa que 17 alunas estão para 18 alunos.

Tem alguma dúvida? Não guarde dúvidas consigo. Se tiver, contacte imediatamente o seu tutor para dissipá-las.

Bravo! Agora que compreendeu o conceito de razão, vamos passar para a determinação do valor da razão.

Valor da razão.

No início da lição, foi dito que 1 carro está para 4 pessoas. E a razão foi representada por $1:4$. Então, o valor desta razão será expresso por $\frac{1}{4}$, isto é, $1:4=\frac{1}{4}$.

No segundo exemplo, temos 17 alunas estão para 18 alunos, e a razão foi representada por $17:18$. O valor desta razão será $\frac{17}{18}$, isto é, $17:18=\frac{17}{18}$.

Você compreendeu a diferença entre razão e o valor da razão?

Para tal, vamos resolver os seguintes exercícios como forma de verificar o seu nível de compreensão da matéria.

1. Escreva as seguintes razões.
   a) 1 litro de sumo concentrado está para 6 litros de água.
   b) 2 laranjas estão para 4 crianças.
2. Determine os valores das razões acima apresentadas.

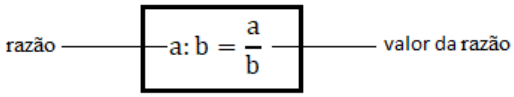
Certamente que para o exercício 1, alínea a) a razão é $1:6$ e alínea b) a razão é $2:4$.

Para o exercício 2, a resolução fica para a alínea a) $1:6=\frac{1}{6}$ e alínea b) $2:4=\frac{2}{4}$.

Com base nesta resolução, nota que:

Venda proibida

O valor da razão $a:b$ é expressa por $\frac{a}{b}$, ou seja, $a:b=\frac{a}{b}$.



Bravo! Agora que já compreendeu a diferença entre a razão e o valor da razão, vamos passar para a equivalência de razões tendo em conta o valor comum entre o antecedente e o consequente.

Equivalência de razões

Caro aluno, lembra que quando falamos de equivalência de equações, para se obter duas equações equivalentes tínhamos que multiplicar ou dividir os seus termos pelo mesmo número.

Assim, este processo é válido para determinar razões equivalentes. Ora vejamos:

Partindo do exemplo anterior "1 litro de sumo concentrado está para 6 litros de água" é possível obtermos uma razão equivalente à esta, basta para tal multiplicarmos o antecedente e o consequente pelo mesmo número.

Assim, multiplicando cada termo da razão $1:6$ por 2, por exemplo, pode-se obter a razão $2:12$. Esta é considerada equivalente à razão $1:6$. Na linguagem simbólica, escreve-se:

$$1:6=1\times 2:6\times 2$$
$$=2:12$$
$$\Rightarrow \mathbf{1:6=2:12}$$

Por outro lado, no exemplo de "2 laranjas estão para 4 crianças" é possível obtermos uma razão equivalente à esta, basta para tal dividirmos o antecedente e o consequente pelo mesmo número.

Assim, dividindo a razão $2:4$ por 2, por exemplo, pode-se obter a razão $1:2$. Esta é considerada equivalente à razão $2:4$. Na linguagem simbólica, escreve-se:

$$2:4=2\div 2:4\div 2$$
$$=1:2$$
$$\Rightarrow \mathbf{2:4=1:2}$$

A partir dos exemplos acima citados nota-se que:

Quando multiplicamos ou dividimos os termos de uma razão pelo mesmo número (diferente de zero), obtemos uma **razão equivalente**.

Exemplos:

$\mathbf{5:6=15:18}$

A razão $15:18$, obteve-se a partir da razão $5:6$, multiplicando os seus termos por 3. Portanto, $5:6$ e $15:18$ são razões equivalentes.

$\mathbf{40:30=4:3}$

Venda proibida

Aqui é possível notar que a razão $4:3$ obteve-se à partir da divisão dos termos da razão $40:30$ por 10. Assim, $4:3$ e $40:30$ são razões equivalentes.

Você compreendeu o conceito de equivalência de razões?

De certeza, compreendeu que ao se determinar as razões equivalentes ocorrem dois processos: amplificação e simplificação de razões.

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Actividade

Caro aluno, depois de abordar o conteúdo sobre equivalência de razões, você pode estar em condições de resolver os seguintes exercícios abaixo proposto:

1. Determine as razões equivalentes a:
   a) A Maria tem 6 laranjas e o João tem 2.
   b) Um concurso de emprego possui 2000 candidatos para 50 vagas.
   c) Numa capoeira há 6 galinhas e 5 patos.

Certamente que para a alínea a) obteve a razão $\mathbf{6:2}$, e como razão equivalente a esta obteve $\mathbf{3:1}$, o que significa que dividindo os dois números da razão por 2, obteve o seguinte: $\mathbf{6:2 = 3:1}$.

Para a alínea b) obteve a razão $2000:50$, e como razão equivalente a esta obteve $40:1$, o que significa que dividindo os dois números da razão por 50, obteve o seguinte: $\mathbf{2000:50 = 40:1}$.

Para a alínea c) obteve a razão $6:5$, e como razão equivalente a esta obteve $30:25$, o que significa que multiplicando os dois números da razão por 5, obteve o seguinte: $\mathbf{6:5 = 30:25}$.

Estes exercícios deixam bem claro que na determinação de razões equivalentes ocorrem dois processos: de amplificação (multiplicação) e de simplificação (divisão) de razões.

Bravo! Agora que já sabe determinar a equivalência de razões, vamos passar para a aplicação de razão, trazendo exemplos práticos.

Aplicação de razão

A seguir, apresentam-se razões entre grandezas diferentes considerando situações práticas do dia-a-dia como: velocidade média, potência eléctrica e densidade.

- **Velocidade média –** é a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto em percorrê-la.

Exemplo: $\mathbf{60}\ \boldsymbol{km/h}$ (60 quilómetros por hora), significa que em média, a cada hora foram percorridos 60 km.

Venda proibida

- **Potência eléctrica –** é a razão entre a energia eléctrica utilizada e o tempo do uso.

Exemplo:

$100\ W$ (100 Watts) $100W = 100\frac{J}{s}$ (100 Joules por segundo), significa que a cada segundo usou-se a energia eléctrica de 100 J.

- **Densidade –** é a razão entre a massa do corpo e o volume por este ocupado.

Exemplo: $25\frac{Kg}{m^3}$ (25 quilograma por metro cúbico), significa que a cada metro cúbico o corpo tem uma massa de 25 quilogramas.

Tem alguma dúvida? Acredito que não!

Caso tenha, volte a fazer uma revisão cuidadosa da matéria e dos exercícios resolvidos.

Agora chegou o momento de testar os seus conhecimentos. Resolva os exercícios no caderno, e caso tenha alguma dificuldade recorra aos apontamentos, às actividades resolvidas e até mesmo ao tutor.

Bom trabalho!

Venda proibida

Exercícios

1. Numa turma há 15 meninos e 20 meninas. Qual é a razão entre o número de meninos e o número de meninas dessa turma?
2. Uma equipa de futebol que participa num torneio, realizou 4 jogos e marcou 12 golos. Qual é a relação entre o número de jogos e o número de golos?
3. Quais são os valores das razões obtidas nos exercícios 1 e 2.
4. Determine os números usados na multiplicação ou na divisão das razões para achar os seus equivalentes:

a) $20:35 = 4:7$ b) $3:2 = 24:16$ c) $2:5 = 8:20$

5. Determine o antecedente de uma razão equivalente a 3:5 cujo consequente seja 20.
6. A densidade demográfica de uma região do país é definida como a razão entre o número de habitantes e a área da região. Qual é a região menos densamente povoada entre as citadas no quadro?

Região	Área (km^2)	Número de habitantes
X	30000	1,5 milhão
Y	1500	120 mil
Z	20000	0,8 milhão

7. Qual é o significado de:

a) $35m/s$? b) $15\frac{kg}{m^3}$? c) $250W$?

Como forma de marcar o fim da lição, resuma a lição, no caderno.

Resumo da lição

- **Razão** é a relação existente entre dois valores de uma mesma grandeza. Expressa-se geralmente como "a está para b", $a:b$;
- Os constituintes de uma razão $a:b$ são: **a** – antecedente e **b** – consequente;
- O valor da razão $a:b$ é expressa por $\frac{a}{b}$, ou seja, $a:b=\frac{a}{b}$;
- Quando multiplicamos ou dividimos os termos de uma razão pelo mesmo número (diferente de zero), obtemos uma razão equivalente.

Agora que resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os da correcção.

Chave da correcção

1. A razão entre o número dos meninos e o número das meninas é de $15:20$.
2. A razão entre o número de jogos e o número de golos é de $4:12$.
3. Os valores das razões são: 1. $\frac{15}{20}$ 2. $\frac{4}{12}$
4. a) $20:35=4:7$, isto significa que $4:7$ obtém-se dividindo os termos de $20:35$ por 5.
   b) $3:2=24:16$, isto significa que $24:16$ obtém-se multiplicando os termos de $3:2$ por 8.
   c) $2:5=8:20$, isto significa que $8:20$ obtém-se multiplicando os termos de $2:5$ por 4.
5. $3:5=x:20$. Para obtermos o número 20, a partir de 5, temos que multiplicar o 5 por 4. Então, o antecedente da razão equivalente $\boldsymbol{x}$, obtem-se multiplicando o 3 por 4. Logo, o antecedente da razão equivalente é 12.
6. A região menos densamente povoada é a Z, pois a densidade é de 40 habitantes por km2.
7. a) $35m/s$, significa que a cada segundo o móvel percorreu 35 metros;
   b) $15\frac{kg}{m^3}$, significa que a cada metro cúbico o corpo tem a massa de 15 kg;
   c) $250W$, significa que a cada segundo usou-se a energia eléctrica de 250 J.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 10: Proporção

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender aplicar o conceito de proporção, que será abordado por meio de problemas simples e exemplos do quotidiano.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Interpretar problemas, envolvendo razões
- Interpretar problemas, envolvendo proporções;
- Resolver problemas, envolvendo razões
- Resolver problemas, envolvendo proporções;
- Aplicar o princípio fundamental das proporções na resolução de equações.

Para a melhor compreensão desta lição precisa de estudar durante 90 minutos.

Proporção

Caro aluno, agora que já aprendeu o conceito de razão, agora vamos falar da proporção.

Pode estar a se perguntar *o que é isso de proporções?* Terá alguma relação com razões que acabamos de aprender?

Claro que sim. Tem relação.

Na lição passada aprendeu que razão é a relação existente entre dois valores, e expressa-se por $\boldsymbol{a}:\boldsymbol{b}$, que se lê "**a está para b**". Lembra-se?

De certeza conseguiu lembrar-se. Conseguiu lembrar igualmente que o valor da razão $a:b$ é expressa por $\frac{a}{b}$, ou seja, $a:b=\frac{a}{b}$.

Também, aprendeu que quando multiplicamos ou dividimos os termos de uma razão pelo mesmo número (diferente de zero), obtemos uma razão equivalente.

Exemplo:

Na razão "1 carteira está para 2 alunos" é possível obtermos uma razão equivalente à esta se multiplicarmos os seus termos por 3. Isto é $\mathbf{1:2=1\times3:2\times3\Rightarrow1:2=3:6.}$

Venda proibida

A partir do exemplo anterior, é possível notar que entre as razões equivalentes existe o sinal de igualdade. A esta igualdade dá-se o nome de **proporção**.

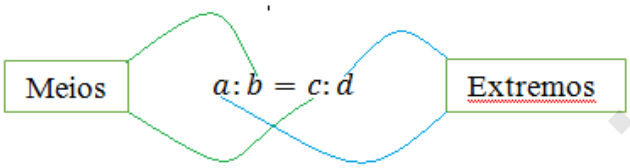
Assim, podemos definir proporção como:

igualdade entre duas razões. Expressa-se por: $\mathbf{a}:\mathbf{b}=\mathbf{c}:\mathbf{d}$, e lê-se: "**a** está para **b**, assim como **c** está para **d**".

Numa proporção, os termos têm a seguinte designação:

a – Primeiro termo **b** – segundo termo **a** e **d** são extremos

c – Terceiro termo **d** – quarto termo **b** e **c** são meios



Representando as razões pelos seus valores, podemos escrever as proporções da seguinte maneira: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, ou seja:

$$\mathbf{a}:\mathbf{b}=\mathbf{c}:\mathbf{d} \Leftrightarrow \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}.$$

Você compreendeu o conceito de proporção?

Acredito que sim. Mas, antes de seguirmos em diante, vamos resolver esta actividade como forma de verificar o seu nível de compreensão.

Actividades

1. Escreva proporções, a partir das seguintes razões:
   a) 1 carro está para 4 passageiros.
   b) 4 bananas estão para 8 macacos.
2. Escreva os valores das divisões dos antecedentes pelos consequentes das razões que constituem as proporções acima apresentadas.

Certamente que a solução para o exercício 1, alínea a) $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$ e alínea b) $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Para o exercício 2, a solução fica para alínea a) $1 \div 4 = 3 \div 12 = 0{,}25$ e alínea b) $4 \div 8 = 1 \div 2 = 0{,}5$.

Venda proibida

Com base na solução do exercício 2, note que:

Numa proporção $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$, a divisão do antecedente (**a** e **c**) pelo consequente (**b** e **d**) de cada razão é dada por $\mathbf{a} \div \mathbf{b} = \mathbf{c} \div \mathbf{d}$. Esta divisão dá-nos um valor **k** denominado **constante de proporcionalidade**.

O que entende por Constante de Proporcionalidade?

Conceito

Considera se constante de proporcionalidade ao valor da razão correspondentes a duas igualdades da proporção. Isto é, se o valor da razão de a: b for igual a de c ÷ d .

Exemplo:

O valor da razão (divisão) de $a \div b = 4$ e isso implica que $a = 4 \times b$. Assim como $c \div d = 4$ então $c = 4 \times d$. E estas igualdades ($\mathbf{a} \div \mathbf{b} = \mathbf{c} \div \mathbf{d}$) significam que os antecedentes **a** e **c** são 4 vezes maiores aos consequentes **b** e **d**, respectivamente. Portanto, a constante de proporcionalidade é 4.

Você compreendeu o conceito de constante de proporcionalidade?

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Actividade

Considere a proporção $15 : 3 = 10 : 2$. Qual é a constante de proporcionalidade?

De certeza, conseguiu determinar a constante de proporcionalidade de 5. E isso significa que os antecedentes são 5 vezes maiores que os consequentes.

Agora que já compreendeu o conceito de constante de proporcionalidade, vamos conhecer as propriedades das proporções.

Propriedades das proporções

As proporções apresentam algumas propriedades fundamentais, a saber:

1. Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos."

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} \Leftrightarrow \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{d}$$

Exemplo:

A proporção $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ equivale $2 \times 9 = 3 \times 6 = 18$.

2. "A soma (ou a diferença) dos antecedentes está para a soma (ou a diferença) dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente."

Venda proibida

Numa proporção $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ temos: $\frac{\mathbf{a+c}}{\mathbf{b+d}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ ou $\frac{\mathbf{a+c}}{\mathbf{b+d}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ ou $\frac{\mathbf{a-c}}{\mathbf{b-d}} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ ou $\frac{\mathbf{a-c}}{\mathbf{b-d}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$

Exemplo:

Na proporção $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ temos: $\frac{9+3}{6+2} = \frac{9}{6}$ ou $\frac{9+3}{6+2} = \frac{3}{2}$ ou $\frac{9-3}{6-2} = \frac{9}{6}$ ou $\frac{9-3}{6-2} = \frac{3}{2}$

Mas, onde e como podemos usar as propriedades das proporções?

A resposta desta questão pode ser encontrada, a seguir, na resolução de equações do tipo proporção.

Equações do tipo proporção

Equação do tipo proporção é uma equação que envolve quatro valores dos quais conhecemos três deles.

Exemplo:

Considera a proporção $2:7 = 6:x$. Qual deve ser o valor de x na proporção?

Constata-se que nesta proporção, um dos seus valores é desconhecido (x). Para calcular o valor de x podemos usar um processo prático chamado **regra de três simples**. Portanto, o valor de x na proporção determina-se da seguinte maneira:

$\frac{2}{7} = \frac{6}{\mathrm{x}} \Leftrightarrow 6 \times 7 = 2 \times x \Leftrightarrow 42 = 2 \times x \Leftrightarrow 2 \times x = 42 \Leftrightarrow x = 42 \div 2 \Leftrightarrow x = 21$

Na prática, $\begin{matrix} 2\ está\ para\ 7 \\ 6\ está\ para\ x \end{matrix} \Leftrightarrow 6 \times 7 = 2 \times x \Leftrightarrow 42 = 2 \times x \Leftrightarrow 2 \times x = 42 \Leftrightarrow x = 42 \div 2 \Leftrightarrow x = 21$

Logo, o valor de x na proporção é 21.

Tem alguma dúvida? Não guarde dúvidas consigo. Se tiver, contacte imediatamente o seu tutor para dissipá-las.

Note que **a regra de três simples** é uma técnica para a resolução de problemas (ou equações) que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Para aplicar a regra de três simples temos que recorrer a três passos:

- **Primeiro passo:** construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e, na mesma linha, as grandezas de espécies diferentes em correspondência;
- **Segundo passo:** identificar se as grandezas são directas ou inversamente proporcionais;
- **Terceiro passo:** montar a proporção para determinar o valor desconhecido.

Compreendeu a regra de três simples?

Ainda não? Não se preocupe. Vamos resolver as actividades que se seguem para clarificar a matéria.

Venda proibida

Actividades

1. O Mateus comprou 2 bolas iguais e pagou 1400 Mt, quanto pagaria se comprasse 5 bolas do mesmo tipo e preço?

De certeza já notou que neste problema são conhecidos 3 valores, 2 bolas, 5 bolas e 1400 Mt, ficando por se conhecer um dos valores. Assim, para resolver este problema, vamos recorrer à **regra de três simples**:

Primeiro passo: Construção da tabela

Número de bolas	Preço
2 ↓	1400 Mt ↓
5 ↓	x ↓

Segundo passo: Identificação das grandezas

Se aumentarmos o número de bolas, o preço também aumenta; logo as grandezas **número de bolas** e **preço** são **directamente proporcionais**.

Repare que as setas têm a mesma direcção e o mesmo sentido. Isto implica que as grandezas envolvidas no problema são directamente proporcionais.

Terceiro passo: Determinação do valor desconhecido

Proporção: $\frac{2}{5} = \frac{1400\ \text{Mt}}{\text{x}}$

Determinação do valor de x:

$1400\ Mt \times 5 = 2 \times x \Leftrightarrow 2x = 7000\ Mt \Leftrightarrow x = \frac{7000Mt}{2} \Leftrightarrow x = 3500\ Mt$

Resposta:

O valor que o Mateus pagaria se comprasse 5 bolas é de 3500 Mt.

2. 15 Operários levam 10 dias para completar um certo trabalho. Quantos operários farão esse mesmo trabalho em 6 dias?

Para resolver este problema, vamos recorrer à **regra de três simples**:

Primeiro passo: Construção da tabela

Número de operários	Dias de trabalho
15 ↓	10 ↑
x ↓	6 ↑

Segundo passo: Identificação das grandezas

Se aumentarmos o número de operários, os dias de trabalho diminuem; logo as grandezas **número de operários** e **dias de trabalho** são **inversamente proporcionais**.

Repare que as setas têm a mesma direcção e sentidos opostos. Isto implica que as grandezas envolvidas no problema são inversamente proporcionais.

Terceiro passo: Determinação do valor desconhecido

Venda proibida

Quando as grandezas são inversamente proporcionais, o problema não se escreve em forma de proporção, mas sim na forma de produto.

$15 \times 10 = x \times 6$

Determinação do valor de x:

$$15 \times 10 = x \times 6 \Leftrightarrow 6x = 150 \Leftrightarrow x = \frac{150}{6} \Leftrightarrow x = 25$$

Resposta:

Para fazerem o mesmo trabalho em 6 dias são necessários 25 operários.

Tem alguma dúvida? Acredito que não!

Caso tenha, volte a fazer uma revisão cuidadosa da matéria e dos exercícios resolvidos.

Agora chegou a momento de testar os seus conhecimentos. Resolve os exercícios, no caderno, e caso tenha alguma dificuldade recorra aos apontamentos e às actividades. Assim que terminar, compare os seus resultados com os que estão na chave de correcção. Bom trabalho!

Exercícios

1. Das igualdades que se seguem, indique as que representam proporções:

   a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ c) $\frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ d) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ e) $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

2. Calcule o valor de x em cada proporção:

   $a)\ 3:5 = 12:4x$ $b)\ x:6 = 10:3$ $c)\ 9:3 = x:2$ $d)\ 3:(x-5) = 2:4$

   $e) 8x:5 = (x+1):2$ $f)\ x:(3-x) = 5:4$

3. Um carro percorre 60 km de estrada em 1h. Circulando do mesmo modo (com a mesma velocidade), quantos km percorrerá em 3h?

4. Dez torneiras iguais enchem uma piscina em 4 horas. Quantas torneiras, com as mesmas características das primeiras, seriam necessárias para encher a mesma piscina em 2 horas?

5. Cinco pedreiros constroem uma casa em 300 dias. Quantos dias seriam necessários para que 10 pedreiros construíssem essa mesma casa?

Agora apresente, o resumo desta lição, no seu caderno.

Venda proibida

Resumo da lição

- Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denominamos razão entre a e b ou razão de a para b, o quociente de $a: b$ ou $\frac{a}{b}$.
- Proporção é a igualdade de duas razões: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a: b = c: d$ (lê-se: a está para b, assim como c está para d).
- Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \times d = c \times b$$

- A regra de **três simples** obedece aos três passos:

Primeiro passo: construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e, na mesma linha, as grandezas de espécies diferentes em correspondência;

j

Terceiro passo: montar a proporção para determinar o valor desconhecido.

Agora que já resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os que estão na chave de correcção.

Chave de correcção

1. b) d) e)
2. $a)\ x = 5$ $b)\ x = 20$ $c)\ x = 6$ $d)\ x = 11$ $e)\ x = \frac{5}{11}$ $f) x = \frac{5}{3}$

3. $x = 180\ km$ 4. $x = 5 dias$ 5. $x = 150$ dias

Venda proibida

LIÇÃO Nº 11: Escalas

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender conteúdos relacionados com a escala. Um conceito muito aplicado na cartografia para a elaboração de mapas.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Interpretar a escala como procedimento que facilita a representação da realidade, mantendo as proporções;
- Interpretar as escalas em mapas
- Interpretar desenhos em mapas.

Para a melhor compreensão desta lição precisa estudar 90 minutos.

Noção de Escala

O que é escala? Onde encontramos as escalas? Para que é que elas servem?

Noção de Escala.

Quando observamos continentes, países, cidades, no mapa, eles são menores. Aquele tamanho menor representa uma situação real, porém, numa proporção menor.

De uma maneira simples e rápida, **escala** pode ser definida como sendo a **razão entre o que está representado no desenho e o que se tem na realidade.**

Sendo assim, $\boxed{Escala = \frac{medida\ no\ desenho\ ou\ do\ modelo}{medida\ real\ correspondente} = \frac{1}{n} = 1:n}$ (lê-se: 1 está para n).

Medida no desenho ou no modelo — **1 : n** — Medida na realidade

Suponha que a fotografia de um objecto está na Escala 1:50. O que isto significa?

Isto significa que se a medida na fotografia é 1 cm, então a medida na realidade é 50 cm.

Isto é, a fotografia do objecto é 50 vezes menor que o tamanho real do mesmo.

Que tal, deu para perceber o significado de escala? Certamente que sim!

Portanto, escala **é a razão entre o que está representado no desenho e o que se tem na realidade.**

Venda proibida

Depois de compreender o significado da escala, provavelmente ainda se questiona: **onde podemos utilizar as escalas?**

Continue a ler os próximos parágrafos e achará a resposta que pretende.

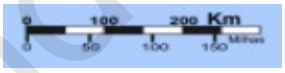
Leitura de mapas e desenhos

No nosso dia-a-dia as escalas são utilizadas para expressar as distâncias nos mapas e plantas de casas, o esquema de compartimentos que a casa vai ter, e essas distâncias são equivalentes às distâncias na realidade. Os mapas e as plantas de casas representam a realidade de forma reduzida, mantendo as relações entre tamanho no desenho ou do modelo e tamanho na realidade.

Todo mapa ou planta possui uma legenda com uma escala que informa a relação existente entre o tamanho no desenho ou do modelo e o tamanho na realidade.

Existem, basicamente, dois tipos de escalas: **escala numérica e escala gráfica.**

O primeiro mapa tem a escala numérica de 1:275 000 000, o que significa que a distância de 1cm no mapa corresponde a 275 000 000 cm na realidade.

Observando a escala gráfica  é possível observar valores em Km e valores em Milhas (a). A distância entre dois intervalos corresponde à 100 Km.

Note que **milha** é uma unidade de medida de comprimento que equivale a 1609,344 metros.

Para sabermos qual é a distância real entre dois pontos no mapa, tempos que usar uma régua graduada. Primeiro medimos, com régua, a distância que corresponde aos intervalos de 100 Km, na escala, e depois medimos a distância que separa esses dois pontos no mapa, e fazemos a devida correspondência.

Por exemplo, se a distância entre os dois intervalos da escala for 1 cm e a distância entre Maputo e Xai-xai, no mapa, for de 2 cm, deduzimos a distância real da seguinte maneira:

Primeiro: montamos uma proporção para determinarmos o valor desconhecido.

$$\frac{1\ cm}{100\ km} = \frac{2\ cm}{x}$$

Segundo: determinamos o valor desconhecido, usando a regra de três simples.

Venda proibida

$$1\ cm\ \times x = 100\ km \times 2\ cm \Longrightarrow x = (2\ cm \times 100\ km) \div 1cm\ \ \Rightarrow x = 200\ km$$

Assim, podemos concluir que a distância entre Maputo e Xai-Xai é de 200 Km.

Percebeu qual é a aplicação da escala?

Acredito que sim. Percebeu, também, como é feita a leitura dos mapas e dos desenhos, e que existem dois tipos de escalas, a numérica e a gráfica.

Até então, vimos que a escala foi usada para representar, no mapa ou no desenho, realidades de grandes dimensões. E, como seria a representação no desenho de uma realidade de dimensões menores, como por exemplo uma formiga?

Continue estudando esta lição, e vai encontrar a resposta para esta questão.

Escala natural, de redução e de ampliação de objectos

Agora que você sabe onde utilizamos as escalas, há mais uma coisa importante que vale a pena saber. **Nem sempre as escalas representam a realidade de forma reduzida.** Assim, quanto a representação a escala pode ser: **natural, de redução e de ampliação.**

Preste atenção na tabela abaixo, e perceberá as características de cada escala.

Tipo de escala	**Escala natural**	**Escala de redução**	**Escala de ampliação**
Definição	É aquela utilizada quando o tamanho do desenho do objecto é igual ao tamanho real do mesmo, isto é, do tamanho que o objecto for construído, será também feito o seu desenho.	É a utilizada para representar um objecto em tamanho menor do que o tamanho real.	É utilizada para representar um objecto em tamanho maior do que o tamanho real.
Representação	Escala 1:1 (lê-se, escala um por um).	Escala 1:2, 1:4, 1:10, 1:30, 1:50, 1:100, e outras.	escala 2:1, 3:1, 4:1, 5:1, 10:1, 20:1, e outras.
Aplicação	Esta escala é usada para representar objectos cujos tamanhos não precisam ser ampliados ou reduzidos.	Esta escala é bastante utilizada em mapas e em plantas de construções civis. Se, por exemplo, a escala for de 1:10, significa que o desenho é 10 vezes menor que o objecto.	Por exemplo, se a escala do desenho for de 5:1, significa que o desenho é 5 vezes maior que o objecto.

Venda proibida

Tem alguma dúvida? Não guarde dúvidas consigo. Se tiver, contacte imediatamente o seu tutor.

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Actividades

1. Considere que a distância entre duas cidades no mapa é de 4 cm, e que a escala do mapa é 1:3.000.000. Qual é a distância real entre estas cidades?

Para encontrarmos a distância real entre as duas cidades temos que considerar a definição da escala segundo a qual, $escala = \frac{medida\ no\ desenho\ ou\ do\ modelo}{medida\ real\ correspondente}$. Assim, podemos escrever a seguinte proporção: $\frac{4\ cm}{x} = \frac{1}{3.000.000}$

Assim, determinar o valor de x significa encontrar a distância real entre as duas cidades.

$\frac{4\ cm}{x} = \frac{1}{3.000.000} \Longrightarrow x = 4cm \times 3.000.000 \Longrightarrow x = 12.000.000\ cm.$

Lembre-se que 1 km corresponde a 1000 m, e 1 m corresponde a 100 cm. Portanto, 1 Km corresponde a 100.000 cm.

$1\ Km \rightarrow 100.000cm \qquad x = (1\ Km \times 12.000.000\ cm) \div 100.000\ cm$

Assim, $x \rightarrow 12.000.000cm \qquad x = 120\ Km$

Portanto, a distância real entre as duas cidades é de 120 Km.

Muito fácil, pois não? Passemos à outra resolução para dissipar qualquer tipo de dúvida!

2. Calcular a distância entre duas localidades no mapa cuja escala é 1:25.000.000, sabendo que na realidade estão separadas por 400 Km.

Para resolver este exercício podemos escrever a seguinte proporção: $\frac{x}{400\ km} = \frac{1}{25.000.000}$ e recorrer à regra de três simples para determinar o valor de x:

$\frac{x}{400\ km} = \frac{1}{25.000.000} \Longrightarrow x \times 25.000.000 = 400\ km \times 1$

$\Rightarrow x = 400\ km \div 25.000.000 \Longrightarrow x = 0{,}000016\ km.$

Reduzindo este valor em cm, temos:

$1\ km \rightarrow 100.000\ cm \qquad x = (0{,}000016\ km \times 100.000\ cm) \div 1\ km$

$0{,}000016\ km \rightarrow x \qquad x = 1{,}6\ cm$

A distância entre as duas localidades no mapa é de 1,6 cm.

Venda proibida

3. O mapa retrata a região sul de Moçambique e está representado numa escala gráfica. Supondo que 100 Km, na escala, correspondem a 1,5 cm, e a distância entre a cidade de Maputo e a Vila de Manhiça corresponde a 1 cm, qual é a distância real entre a Cidade de Maputo e a Vila de Manhiça?

Uma vez que 100 Km, na escala, correspondem a 1,5 cm no mapa, e a distância entre a cidade de Maputo e a Vila de Manhiça corresponde a 1 cm no mapa, podemos fazer a seguinte correspondência:

$1{,}5\ cm \rightarrow 100\ km$ $\qquad x = (100\ cm\ \times 100\ km) \div 1{,}5\ cm \implies x = 66{,}7\ km$

$1cm \rightarrow x$

Assim, podemos concluir que distância real entre a Cidade de Maputo e a Vila de Manhiça é de 66,7Km.

Agora chegou a momento de testar os seus conhecimentos. Resolva os exercícios propostos, e caso tenha alguma dificuldade recorra aos apontamentos e às actividades resolvidas.

Exercícios

1. Considere o desenho de um objecto representado na escala 3: 1. Assinale com "V" as afirmações verdadeiras e com "F" as falsas:
   a. O objecto é maior que a imagem. ___
   b. O objecto é igual à imagem. ___
   c. A imagem é 3 vezes maior que o objecto. ___
   d. O objecto é 3 vezes maior que a imagem. ___

2. Um mapa é representado na escala numérica de 1:250 000 000. Qual é o significado da escala?

3. Qual deve ser a escala de uma planta de parede de 20 m de comprimento, que está representada por um segmento de 5 cm?

4. Duas cidades estão separadas por uma distância de 50 km. Qual seria a distância dessas cidades representadas num mapa de escala 1: 1.000.000?

Venda proibida

5. O desenho de um campo tem 4,5 cm de comprimento. Qual é a medida real do comprimento do campo, sabendo que a escala do desenho é de 1: 5.000?
6. O mapa da região Norte e parte da região Centro de Moçambique está representado na escala gráfica, onde 100 Km corresponde a 1 cm. Sabendo que a distância real entre as cidades de Pemba e de Nampula é de 409,8 Km, qual é a distância, em cm, correspondente no mapa?

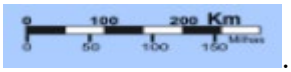
Faça o resumo da lição, no seu caderno, como forma de consolidar o que acaba de aprender.

Resumo da lição

- **Escala** é a razão entre o que está representado no desenho e o que se tem na realidade.

$Escala = \frac{medida\ no\ desenho\ ou\ do\ modelo}{medida\ real\ correspondente} = \frac{1}{n} = 1:n$ (lê-se: 1 está para n)

- Existem, basicamente, dois tipos de escalas: **escala numérica e escala gráfica.**

Exemplo de escala numérica 1:5000 e exemplo de escala gráfica 

.

- Nem sempre as escalas representam a realidade de forma reduzida. Assim, quanto a representação a escala pode ser: **natural, de redução e de ampliação**.

- Escala natural é aquela utilizada quando o tamanho do desenho do objecto é igual ao tamanho real do mesmo. **Escala 1:1** (lê-se, **escala um por um**).

- Escala de redução é a utilizada para representar um objecto em tamanho menor do que o tamanho real. Exemplos: **1:2, 1:4, 1:10, 1:30, 1:50, 1:100.**

Esta escala é bastante utilizada em mapas e em plantas de construções civis.

- **Escala de ampliação** é utilizada para representar um objecto em tamanho maior do que o tamanho real. Exemplos: **2:1, 3:1, 4:1, 5:1, 10:1, 20:1.**

Agora que já resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os que estão nesta chave de correcção.

Venda proibida

Chave de correcção

1. a. F b. F c. V d. F
2. A escala numérica de 1:250.000.000 significa que 1 cm no mapa corresponde a 250.000.000 cm na realidade.
3. A escala da planta é de 1:400.
4. A distância dessas cidades representadas num mapa de escala 1:1.000.000 é de 5cm.
5. A medida real do comprimento do campo é de 22,5m.
6. A distância correspondente no mapa é 4,1 cm.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 12: Plano Cartesiano

Introdução

Caro alno, nesta lição vai aprender conteúdos relacionados com o plano cartesiano, bem como com a representação e localização de um ponto no plano. São conteúdos de extrema importância, usados na construção de gráficos de funções.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Interpretar o plano cartesiano;
- Traçar o eixo horizontal a partir da origem;
- Traçar o eixo vertical a partir da origem
- Identificar pares ordenados no plano cartesiano;
- Traçar com a régua, o sistema de eixos cartesianos;
- Determinar as coordenadas dos pontos dados num sistema de coordenadas;
- Aplicar o sistema de eixos cartesianos na identificação de pontos no plano.

Para a melhor compreensão desta lição você precisa de estudar durante 90 minutos.

O Plano Cartesiano

Você sabia que a localização de qualquer coisa aqui na terra é feita por um sistema de coordenadas?

Sim é isso mesmo! Realmente, a localização de qualquer coisa aqui na terra é feita por um sistema de coordenadas. Por exemplo, a localização de uma cidade no mapa é feita através de um sistema de coordenadas geográficas que representam a latitude e a longitude.

A latitude e a longitude são dois conceitos importantes da geografia, que consideram as linhas imaginárias do Equador e o Meridiano de Greenwich. São conceitos muito importantes para a cartografia e o sistema de localização exacta dos locais do planeta.

Em matemática também é possível localizar pontos. Para localizar pontos em Matemática, usa-se o Plano Cartesiano.

Venda proibida

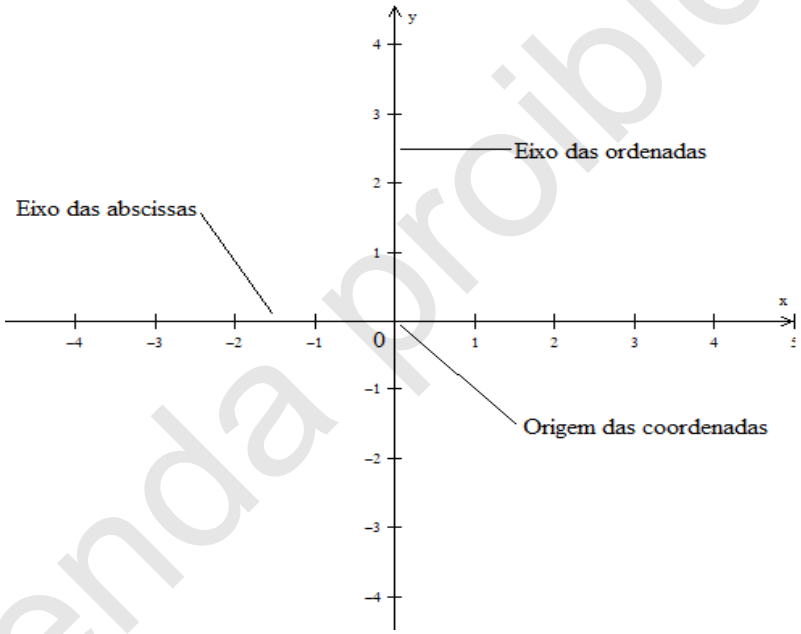
Mas, o que é Plano Cartesiano?

O Plano Cartesiano, também conhecido por Sistema de Coordenadas Cartesianas ou Sistema de Cartesiano Ortogonal (S.C.O.), foi criado pelo matemático e filósofo francês René Descartes com o objectivo de localizar pontos.

O plano cartesiano é formado por uma região geométrica plana cortada por duas rectas perpendiculares entre si, ou seja, o ângulo entre elas é de 90º, e devidamente graduadas.

Mas, como é que o Plano Cartesiano é constituído?

O Plano Cartesiano é constituído por rectas perpendiculares, horizontal e vertical, que recebem o nome de eixos. Portanto, o Plano Cartesiano é constituído por dois eixos perpendiculares: o eixo horizontal, chamado **eixo das abscissas (0x)**, e o eixo vertical, chamado **eixo das ordenadas (0y)**. Os eixos são numerados, conforme se pode ver na figura a seguir, e o encontro dos eixos é chamado de **origem das coordenadas**.



Note que no eixo das abscissas (eixo horizontal) temos números positivos à direita da origem das coordenadas e números negativos à esquerda da origem das coordenadas; no eixo das ordenadas (eixo vertical) temos números positivos acima da origem das coordenadas e números negativos abaixo da origem das coordenadas.

Percebeu o que é Plano Cartesiano?

Acreditamos que sim.

Como já foi dito, o Plano Cartesiano foi criado para representar e localizar os pontos no plano.

Mas, como é que se representa e como é que se localiza um ponto no Plano Cartesiano?

Venda proibida

Representação e localização de pontos no Plano Cartesiano

Um ponto qualquer, no Plano Cartesiano, é representado pelas suas coordenadas, isto é, é representado por um par ordenado, ou seja, um ponto é formado por um conjunto de dois números, a abscissa (x_p) e a ordenada (y_p).

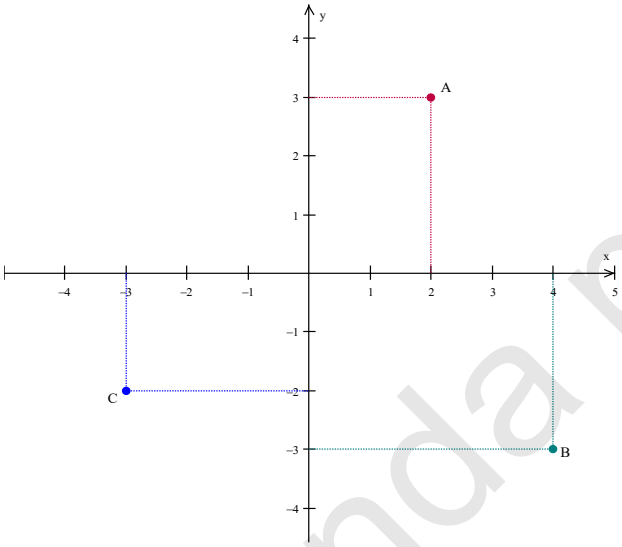
Assim, a notação de um ponto P é: $P(x_p, y_p)$.

Compreendeu como é feita a representação de um ponto?

Se ainda não compreendeu, não se preocupe. Vamos resolver uma actividade com vista a limar qualquer dúvida.

Actividade

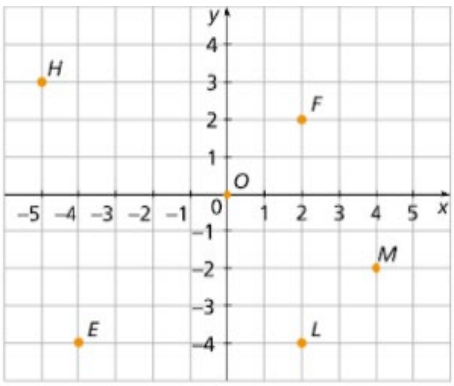
1. Represente, através das suas coordenadas, os pontos indicados no Plano Cartesiano.



Conseguiu chegar à solução? Parabéns, por ter conseguido.

Observando o Plano Cartesiano é possível constatar que os pontos A, B e C estão associados à dois números. Um número no eixo das abscissas e outro no eixo das ordenadas. Assim, os pontos A, B e C são representados da seguinte maneira: $\mathrm{A}(2,3)$, $\mathrm{B}(4,-3)$ e $\mathrm{C}(-3,-2)$.

2. Considere o Plano Cartesiano. Indique as coordenadas de cada ponto representado no plano.



Cada ponto é constituído por um par ordenado (valor de x e valor de y). Portanto, as coordenadas de cada ponto são:

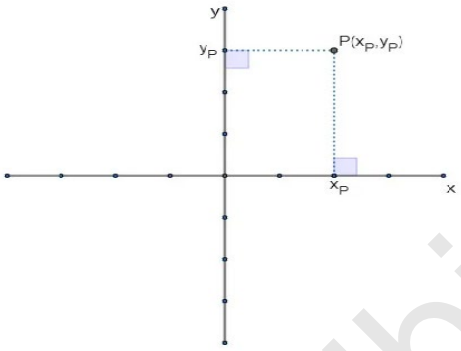
E (-4, -4) F (2, 2) H (-5, 3) L (2, -4) M (4, -2)

E agora, já percebeu? Acredito que sim.

Venda proibida

Agora que já sabe como representar um ponto que se encontra no Plano Cartesiano, pode estar a se questionar: **como podemos localizar um ponto, no Plano Cartesiano, através das suas coordenadas?**

Para localizar um ponto, basta marcar os valores das suas coordenadas nos eixos das abscissas e das ordenadas, respectivamente. A seguir, traçar rectas perpendiculares aos eixos das abscissas e das ordenadas, a partir das coordenadas x e y, marcadas nos eixos. O local onde essas rectas perpendiculares se encontram é onde o ponto P se encontra localizado. Observa a figura a seguir.



É fácil, não é? Claro, que é.

Resolva a actividade, a seguir, como forma de consolidar o que acabamos de abordar.

Actividade

1. Localize, no mesmo Plano Cartesiano, os seguintes pontos:
   A(3, 2) B(-2, 4) C(-3, -2) D(0, -3)

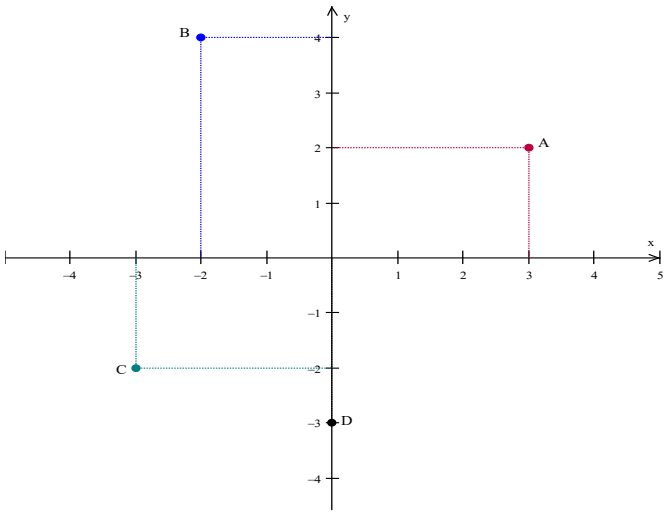
Conseguiu localizar os pontos? Parabéns, por isso!

Se não consegui localizar, preste atenção à dica e à resolução que se seguem.

Cada ponto é constituído por um par ordenado. Portanto, cada ponto tem um valor de x e um de y. Assim, se os valores das coordenadas forem diferentes de zero procede-se da seguinte maneira:

1) Marca-se, primeiramente, o valor de x e, posteriormente, o valor de y no Plano Cartesiano;
2) Traçam-se rectas perpendiculares aos eixos x e y, a partir dos valores de x e y, respectivamente, marcados no Plano Cartesiano;
3) A intersecção das duas rectas paralelas aos dois eixos representa o ponto.

Venda proibida



O ponto D(0, -3) tem como coordenada de x o zero (0). Assim, ele fica representado no eixo y.

Tem alguma dúvida? Acredito que não!

Agora, chegou o momento de testar os seus conhecimentos. Resolva, no seu caderno, os exercícios, que seguem.

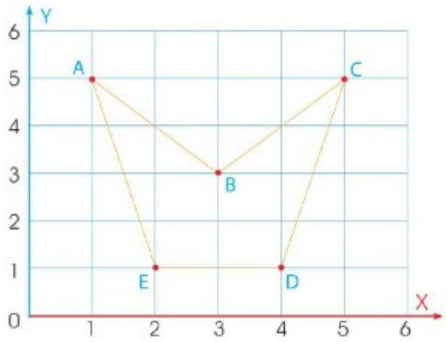
Bom trabalho!

Exercícios

1. Represente, no Plano Cartesiano, os seguintes pontos:

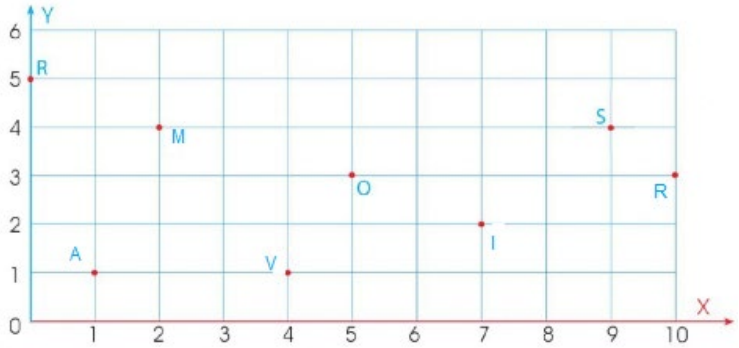
   A (-5, 4) B (3, 1) C (2, 0) D (0, -3)

2. Observe o plano cartesiano, e localize os pontos da figura abaixo.



Venda proibida

3. Observe as letras no Plano Cartesiano e descubra a mensagem oculta, indicada pelos pares ordenados.



(4,1)	(7,2)	(4,1)	(1,1)

(5,3)

(1,1)	(2,4)	(5,3)	(10,3)

4. Localize num dado Plano Cartesiano as seguintes figuras geométricas:
   a) Triângulo ABC, onde: A(1, 2) B(-2, 4) C(-1, -5)
   b) Quadrado ABCD, onde: A(1, 0) B(4, 0) C(4, 3) D(1, 3)
   c) Losango ABCD, onde: A(0, 0) B(2, -4) C(4, 0) D(2, 4)
   d) Paralelogramo ABCD, onde: A(2, -2) B(4, 2) C(-2, 2) D(-4, -2)

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada

Resumo da lição

Nesta lição aprendeu que o Plano Cartesiano, também conhecido por Sistema de Coordenadas Cartesianas ou Sistema de Cartesiano Ortogonal (S.C.O.), foi criado pelo matemático e filósofo francês René Descartes com o objectivo de localizar pontos. Ele é formado por uma região geométrica plana cortada por duas rectas perpendiculares entre si.

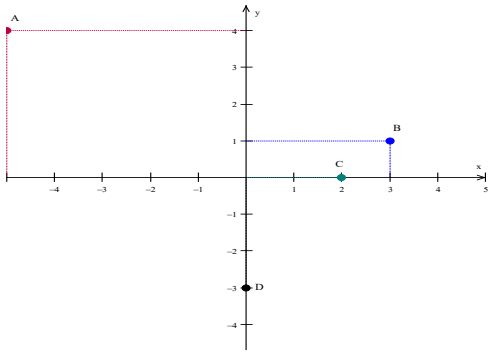
Aprendeu também que o Plano Cartesiano é constituído por dois eixos perpendiculares: o eixo horizontal, chamado **eixo das abscissas (x)**, e o eixo vertical, chamado **eixo das ordenadas (y)**. E que os eixos são numerados e o encontro dos eixos é chamado de **origem das coordenadas**. As coordenadas cartesianas são representadas pelos pares ordenados (x, y), nos quais o primeiro elemento pertence ao eixo das abscissas e o segundo elemento pertence ao eixo das ordenadas.

É chegado o momento de comparar as suas respostas com as da chave de correcção a seguir apresentada.

Venda proibida

Chave de correcção

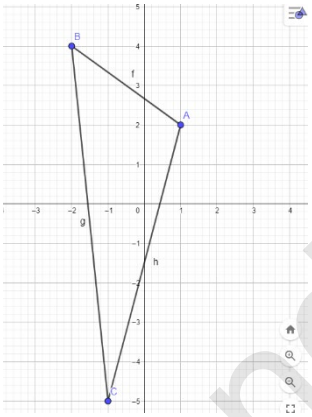
1.



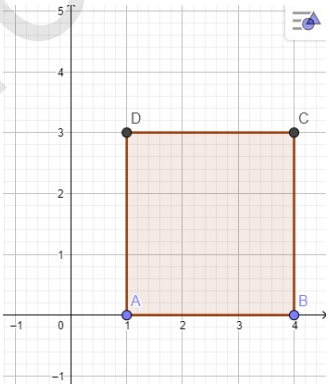
2. A (1, 5) B (3, 3) C (5, 5) D (4, 1) E (2, 1)

3. VIVA O AMOR.

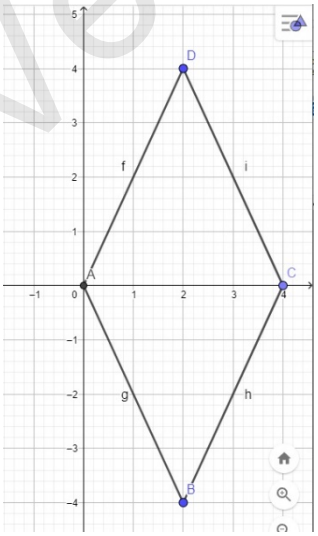
4. a) Triângulo



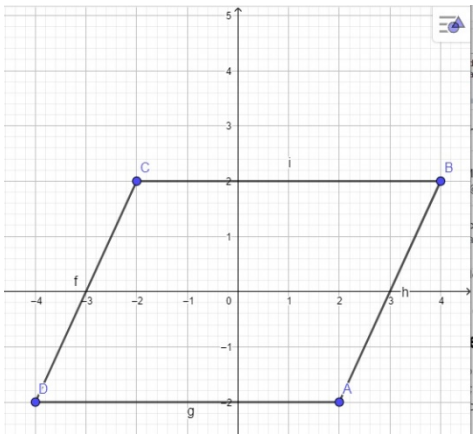
b) Quadrado



c) Losango:



d) Paralelograma



Venda proibida

LIÇÃO Nº 13: Correspondência

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender a representação de uma correspondência através de diagrama sagital, tabelas e de gráficos.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos da lição:

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Representar correspondência através de diagrama sagital, tabelas e gráficos;
- Determinar as coordenadas dos pontos dados num sistema de coordenadas;
- Distinguir a correspondência biunívoca da unívoca;
- Verificar se uma correspondência conserva ou inverte a ordem.

Para a melhor compreensão desta lição precisa de estudar durante 90 minutos.

Conceito de Correspondência

O que é correspondência? Como se usa a correspondência?

Dedique muita atenção às linhas que seguem.

Consideremos os números 2, 3, 4 e 5. Se acharmos os quadrados destes números, teremos 4, 9, 16 e 25.

A partir desta relação, podemos afirmar que 2 corresponde 4, 3 corresponde 9, 4 corresponde 16 e 5 corresponde 25.

Se agruparmos os números em dois conjuntos A e B, podemos escrever os conjuntos da seguinte maneira:

$$A=\{2, 3, 4, 5\} \quad e \quad B=\{4, 9, 16, 25\}.$$

Portanto, **correspondência** é a relação entre dois conjuntos.

Se atribuirmos a letra **x** para cada número do conjunto A e **y** ou **f(x)** para os correspondentes desses números, no conjunto B, podemos concluir que:

$$\boldsymbol{y = x^2} \text{ ou } \boldsymbol{f(x) = x^2}$$

Esta designação lê-se: "**y é igual a x ao quadrado"** ou "**f de x é igual a x ao quadrado"**.

Venda proibida

À designação, acima escrita, damos o nome de **função.** Portanto, função é uma **correspondência** entre elementos de dois conjuntos em que cada elemento do primeiro conjunto **corresponde um**, **e só um, elemento** do segundo conjunto.

Assim, sempre que se falar de **correspondência** entre elementos de dois conjuntos distintos, significa que entre esses elementos há uma relação designada de **função** ou **aplicação**.

Agora que já sabe quando estamos perante uma correspondência entre elementos de dois conjuntos, há necessidade de conhecer as diferentes maneiras que podemos usar para representar uma correspondência. Mas, antes de prosseguirmos às formas de representação de uma correspondência é importante clarificar outros conceitos importantes.

Considere os seguintes conjuntos:

- A={2, 3, 4, 5} (conjunto de números naturais maiores que 2 e menores que 6);
- B={4, 9, 16, 25} (conjunto dos quadrados dos números do conjunto A);
- C={4, 9, 10, 16, 20, 25} (conjunto dos possíveis quadrados dos números do conjunto A}.

Ao conjunto A dá-se o nome de **domínio (D)**, ao conjunto B dá-se o nome de **contradomínio (CD ou D'f)** e o conjunto C recebe o nome de **conjunto de chegada**. Entretanto, podemos ver que nem todos números do conjunto C são correspondentes aos números do conjunto A. Assim, temos o conjunto de chegada maior que o contradomínio.

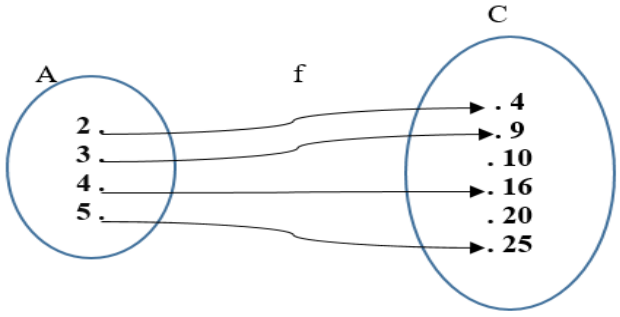
É importante referir, também, que o domínio recebe o nome de **conjunto dos objectos** e o contradomínio, **conjunto das imagens**.

Representação de uma correspondência

Uma correspondência pode ser representada de cinco maneiras diferentes, a saber:

- Diagrama Sagital,
- Tabela,
- Expressão analítica,
- Par ordenado
- Gráfico.

Vamos considerar os conjuntos anteriores A={2, 3, 4, 5} e C={4, 9, 10, 16, 20, 25}, e $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ a aplicação de A para C. Fazendo a correspondência por **diagrama sagital**, podemos obter o seguinte:



Venda proibida

Do diagrama sagital, podemos ver que **cada elemento do conjunto A corresponde um e só um elemento do conjunto C**. Assim, a este tipo de correspondência recebe o nome de **correspondência unívoca**.

Note que aplicação de A para C é dada por $\boldsymbol{f(x) = x^2}$**.** Esta aplicação é designada de **expressão analítica** da correspondência dos conjuntos A e C, visto que:

$x = 2 \rightarrow f(2) = 2^2 = 4$	$x = 4 \rightarrow f(4) = 4^2 = 16$
$x = 3 \rightarrow f(3) = 3^2 = 9$	$x = 5 \rightarrow f(5) = 5^2 = 25$

Veja agora a seguinte aplicação da mesma correspondência dos conjuntos A e C.

x	2	3	4	5
f(x)	4	9	16	25

ou

x	f (x)
2	4
3	9
4	16
5	25

Ao representarmos as correspondências através de **tabelas**, os elementos do domínio apresentam-se numa linha ou coluna e os do contradomínio se apresentam-se na outra linha ou coluna.

Uma outra forma de representarmos as correspondências é através de **pares ordenados**. Este tipo de representação se faz na forma (x, y) onde o primeiro valor corresponde à abscissa (x) e o segundo valor corresponde à ordenada (y). Certamente que ainda se lembra do estudo das coordenadas cartesianas feito na aula anterior.

Assim, se partirmos do exemplo anterior, a correspondência através de **pares ordenados** é feita da seguinte maneira:

$\boldsymbol{f = \{(2,4),(3,9),(4,16),(5,25)\}}$, é

onde: o domínio é $Df = \{2, 3, 4, 5\}$ e o contradomínio é $D'f = \{4, 9, 16, 25\}$.

A última forma de representar uma correspondência é a **representação gráfica**.

Na aula anterior aprendeu a representar os pontos num sistema de coordenadas cartesianas, a partir de pares ordenados escritos na forma (x, y), onde x é a abscissa e y é a ordenada.

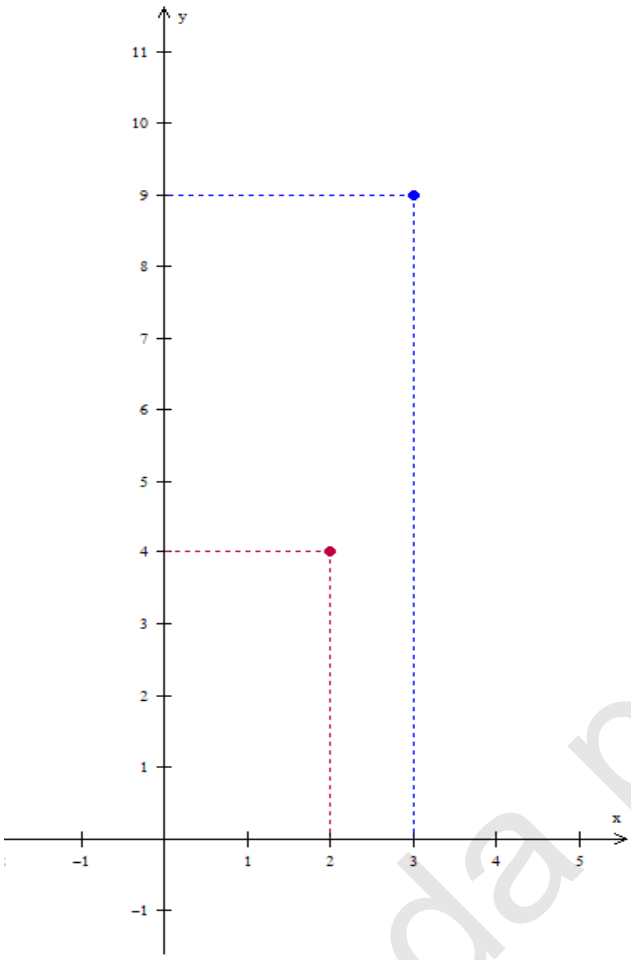
Como ainda se deve lembrar, num sistema cartesiano existem dois eixos:

- O eixo das abscissas ou eixo dos x (horizontal);

Venda proibida

- O eixo das ordenadas ou eixo dos y (vertical).

Assim, para representarmos graficamente uma correspondência precisamos de representar os pares ordenados $\boldsymbol{f = \{(2,4),(3,9),(4,16),(5,25)\}}$, no sistema de coordenadas cartesianas. Por exemplo, podemos demonstrar a representação gráfica dos dois primeiros pares ordenados.



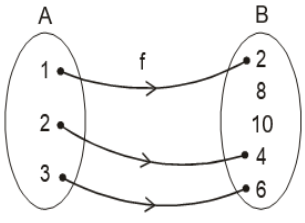
Muito bem, agora percebeu as diferentes maneiras de representar uma correspondência?

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Venda proibida

Actividade

Considere a correspondência de dois conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {2, 4, 6, 8, 10} representados pelo diagrama ao lado:



a) Indique o seu domínio.

O domínio da correspondência é o conjunto dos objectos. Portanto, $Df = \{1, 2, 3\}$.

b) Indique o contradomínio da correspondência.

O contradomínio da correspondência é o conjunto das imagens, e é representado por $D'f = \{2, 4, 6\}$.

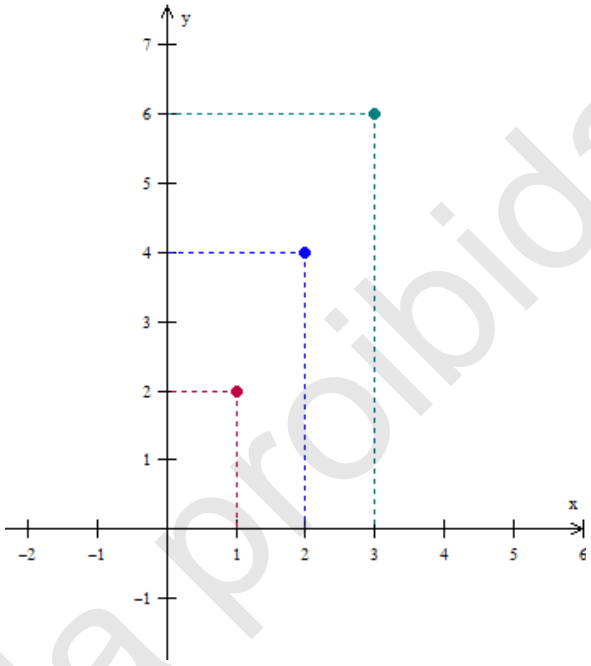
c) Indique o conjunto de chegada.

O conjunto de chegada corresponde ao conjunto $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

d) Represente a correspondência através de pares ordenados e por gráfico.

A representação da correspondência através de pares ordenados é: $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$.

A representação gráfica é:



e) Qual é a expressão analítica da correspondência?

Se considerarmos x, os objectos, e y, as imagens, podemos representar a expressão analítica da correspondência por $y = 2x$, visto que o contradomínio da correspondência é o dobro do seu domínio.

Tem alguma dúvida? Acredito que não!

Caso tenha, faça a uma revisão cuidadosa da matéria e do exercício resolvido.

Agora chegou a momento de testar os seus conhecimentos. Agora, resolva estes exercícios.

Exercícios

1. Uma correspondência tem por domínio: $D = \{0, 1, 2, 3\}$. O conjunto de chegada é definida do seguinte modo: a cada elemento do domínio corresponde o seu quadrado (elemento do domínio elevado a dois).

A. Assinale com um V as afirmações verdadeiras e com um F as falsas:

a) A imagem do objecto 2 é 4. ___

Venda proibida

b) Os objectos 0 e 1 têm a mesma imagem, que é 2. ___

c) O objecto 3 têm como imagem o 6. ____

d) A imagem de zero é zero. ____

B. Indique o contradomínio da função.

2. Considere os conjuntos $D = \{0, 1, 2\}$ e $N = \{0, 1, 2, 3\}$. A correspondência de V para N define-se pela aplicação $y = x + 1$.

a) Desenhe o diagrama sagital de y.

b) Represente y através de uma tabela.

c) Represente a aplicação y na forma de pares ordenados.

d) Represente graficamente a aplicação y.

3. Considera o domínio $D = \{1, 2, 3, 4\}$ da correspondência definida por $h(x) = 3x$. Represente a correspondência:

a) Na forma de diagrama sagital.

b) Na forma de pares ordenados.

c) Graficamente.

Uma vez terminada a lição, apresente o seu resumo, no caderno.

Resumo da lição

Nesta lição aprendeu que:

- Sempre que se falar de correspondência entre elementos de dois conjuntos distintos, significa que entre esses elementos há uma relação designada de função ou aplicação.
- Função é uma correspondência entre elementos de dois conjuntos em que cada elemento do primeiro conjunto corresponde um, e só um, elemento do segundo conjunto.
- O domínio de uma correspondência recebe o nome de conjunto dos objectos e o contradomínio, conjunto das imagens.
- Uma correspondência pode ser representada de cinco maneiras diferentes a saber: diagrama Sagital, tabela, expressão analítica, par ordenado e gráfico.

Confira os resultados na seguinte chave de correcção.

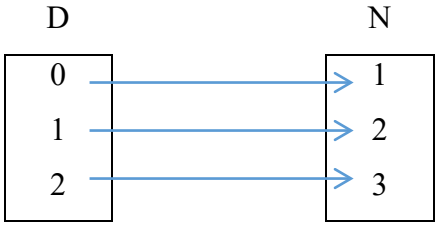
Venda proibida

Chave de correcção

1. A.
   a) V, porque 2 ao quadrado é igual a 4.
   b) F, porque 0 ao quadrado é igual a 0 e 1 ao quadrado também é igual a 1.
   c) F, porque 3 ao quadrado é igual a 9.
   d) V, porque 0 ao quadrado é igual a 0.

   B. O contradomínio é D'={0, 1, 4, 9}.

2.
   a) Diagrama sagital

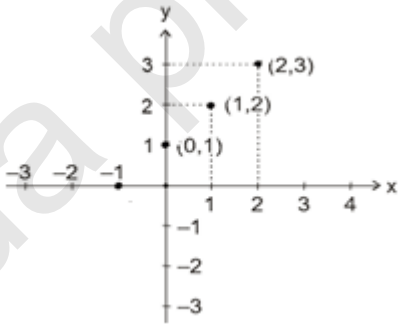


   b) Tabela

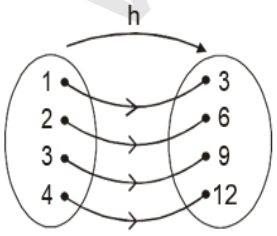
D	N
0	1
1	2
2	3

a) Pares ordenados: h={(0, 1), (1, 2), (2 ,3)}.

b) Representação gráfica:



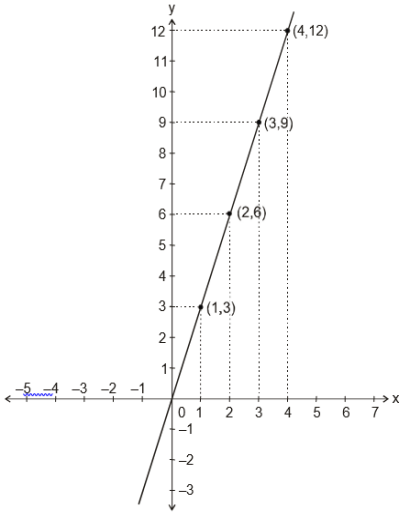
2.
   a) D. sagital:



   b) Pares ordenados:

$h = \{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12)\}$

   c) Gráfico:



Venda proibida

LIÇÃO Nº 14: Tabelas de correspondência

Introdução

Caro aluno, como viu na lição anterior, no nosso dia-a-dia, podemos encontrar situações concretas de aplicação de correspondências. Por exemplo, encher um tanque de água, a partir duma torneira, requer a associação de tempo e o volume de água durante um certo período de tempo, entre outras situações.
Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Construir tabelas de uma correspondência linear;
- Verificar se todas as correspondências lineares conservam a ordem;
- Identificar situações nas quais intervém a proporcionalidade directa
- Identificar situações nas quais intervém a proporcionalidade inversa

Para a melhor compreensão desta lição precisa estudar 90 minutos.

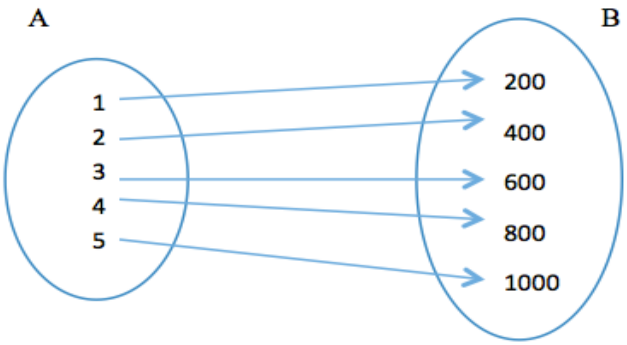
Tabelas de correspondência: grandezas directamente proporcionais

Considere o exemplo descrito na introdução desta lição, que consiste em encher um tanque de água à partir duma torneira. Note que à medida que o tempo passa, o volume da água no tanque aumenta, isto é, à medida que o tempo aumenta, maior é o volume da água no tanque.
Se transcrevermos esse exemplo para uma tabela, obtemos o seguinte:

Tempo (horas)	1	2	3	4	5
Volume de água (litros)	200	400	600	800	1000

Consideremos, neste caso, o tempo como sendo o conjunto A: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
E, o volume de água como sendo o conjunto B: $B = \{200, 400, 600, 800, 1000\}$.
Podemos observar que, para cada tempo, existe em correspondência um único volume de água, ou seja, o volume de água depende do tempo. Assim, dizemos que o volume de água é função do tempo.
A correspondência entre A e B na forma sagital pode ser estabelecida da seguinte maneira:

Venda proibida



Ao observarmos os pares de valores da tabela e do diagrama, percebemos que se dividirmos o valor do volume de água pelo tempo obtemos um número constante, 200. Isto é:

$200 \div 1 = 200 \quad 400 \div 2 = 200 \quad 600 \div 3 = 200 \quad 800 \div 4 = 200 \quad 1000 \div 5 = 200$

Assim, constatamos que as razões entre o volume de água e o tempo são iguais:

$$200:1 = 400:2 = 600:3 = 800:4 = 1000:5$$

Podemos ainda constatar que:

- quando o tempo dobrava, o volume de água também dobrava;
- quando o tempo triplicava, o volume de água também triplicava;
- se o tempo é multiplicado por 5, o volume de água também é multiplicado por 5.

Dos resultados acima demonstrados, podemos concluir que o volume de água e o tempo são **grandezas directamente proporcionais**, e entre os valores destas grandezas há uma **correspondência linear** porque conservam a ordem.

Da divisão entre o volume de água e o tempo obteve-se um número constante 200. Nestas condições, diz-se que o volume de água é **directamente proporcional** ao tempo, e 200 é a **constante de proporcionalidade**.

De um modo geral, quando uma grandeza y é função de uma grandeza x e para cada par de valores (x, y) se observa que $y \div x = k \; ou \; \frac{y}{x} = k$ (com x diferente de zero) é constante, as duas grandezas são ditas **directamente proporcionais**.

Assim, $y = k \times x$ (lei que relaciona a imagem em função do objecto).

Percebeu o que são grandezas directamente proporcionais? Acredito que sim.

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Actividades

1. Quando o João passou do mercado verificou que os preços das mangas estavam colocadas em função da quantidade, segundo a tabela abaixo:

Venda proibida

Número das mangas	1	6	12
Preço das mangas (Mt)	10,00	54,00	108,00

Antes de comprar as mangas, o João quis verificar se existia uma proporcionalidade directa entre o preço das mangas e o número das mangas, de modo a verificar se havia alguma vantagem em comprar uma, seis ou doze mangas sem perder dinheiro. A que conclusão o João chegou?

Se calcularmos os quocientes entre os valores correspondentes (imagem e objecto), na tabela, obtemos o seguinte:

$$10{,}00 \div 1 = 10{,}00 \qquad 54{,}00 \div 6 = 9{,}00 \qquad 108{,}00 \div 12 = 9{,}00$$

Conforme podemos ver, nem todos quocientes são iguais (10,00≠9,00), implica que não há uma correspondência linear entre os valores das duas grandezas. Logo, não existe uma proporcionalidade directa entre o número das mangas e o preço das mesmas.

2. Um técnico, tendo à sua disposição uma balança e alguns recipientes de vidro, mediu a massa de alguns volumes diferentes de azeite e montou a seguinte tabela:

Volume (em mililitros)	100	200	300	400
Massa (em gramas)	80	160	240	320

Nestas condições, qual é a massa correspondente a 140 mililitros de azeite? E, qual é a lei que relaciona a massa e o volume?

Para resolvermos este exercício, temos que verificar se há uma proporcionalidade entre a massa e o volume. Isto é, vamos achar os diferentes quocientes entre a massa e o volume:

$$80 \div 100 = 0{,}8 \quad 160 \div 200 = 0{,}8 \quad 240 \div 300 = 0{,}8 \quad 320 \div 400 = 0{,}8$$

Uma vez que todos os quocientes são iguais, concluímos que existe uma proporcionalidade directa entre a massa e o volume do azeite. Portanto, 0,8 é a constante de proporcionalidade.

Uma vez que $Massa \div Volume = 0{,}8$, e como pretendemos determinar a massa tendo o volume correspondente, procedemos da seguinte maneira:

$$Massa \div 140 = 0{,}8 \Longrightarrow Massa = 140 \times 0.8 \Longrightarrow Massa = 112\ gramas$$

Assim, a massa que corresponde a 140 mililitros de azeite é de 112 gramas.

A lei que relaciona a massa em função do volume é: $Massa = 0{,}8 \times Volume$.

Qual é o nome que recebem as grandezas que não são directamente proporcionais?

Continue a estudar a lição e terá a resposta para esta questão.

Tabelas de correspondência: grandezas inversamente proporcionais

Partamos do exemplo seguinte.

Venda proibida

Um motorista pretende avaliar a relação que existe entre a velocidade de um automóvel e o tempo gasto para percorrer a distância de 10 quilómetros. Desta avaliação, ele constata certos valores e apresenta numa tabela:

Velocidade (em quilómetro por hora)	30	60	90	120
Tempo (em minutos)	20	10	6,66	5

Observando os pares de valores escritos na tabela, é possível notar algumas regularidades:

1) Multiplicando os valores da velocidade e do tempo, obtemos o mesmo resultado:

$$30 \times 20 = 60 \times 10 = 90 \times 6{,}66 = 120 \times 5 = 600$$

2) Dobrando-se a velocidade do automóvel, o tempo se reduz à metade; triplicando-se a velocidade do automóvel, o tempo se reduz à terça parte (o tempo reduz três vezes); quadruplicando-se a velocidade do automóvel, o tempo se reduz à quarta parte (o tempo reduz quarto vezes).

As duas regularidades acima listadas caracterizam **grandezas inversamente proporcionais**.

Se x e y são duas grandezas que se relacionam de modo que para cada par de valores (x, y) se observa que $x \times y = k$ (k é constante), as duas grandezas são ditas **inversamente proporcionais**.

Assim, $y = k \div x$ (lei que relaciona a imagem em função do objecto).

Percebeu o que são grandezas inversamente proporcionais?

Acompanhe a actividade resolvida, para dissipar qualquer dúvida.

Actividade

Uma fábrica apresenta a seguinte tabela de produtividade:

Número de operários	2	6	8	24
Tempo para produzir 100 peças (em horas)	12	4	3	1

Qual é a relação existente entre o número de operários e o tempo para produzir 100 peças?

Como já sabemos o que é uma proporcionalidade directa, vamos verificar a constante de proporcionalidade:

$$12 \div 2 = 6 \qquad 4 \div 6 = 0{,}66 \qquad 3 \div 8 = 0{,}75 \qquad 1 \div 24 = 0{,}0416$$

Repare que todos os quocientes são diferentes, logo, **não é uma proporcionalidade directa**.

Bom, agora vamos verificar o que acontece se multiplicarmos o número de operários pelo tempo para produzir 100 peças:

$$12 \times 2 = 24 \qquad 4 \times 6 = 24 \qquad 3 \times 8 = 24 \qquad 1 \times 24 = 24$$

Podemos verificar que o produto do número de operários pelo tempo para produzir 100 peças é

Venda proibida

constante.

Neste caso, dizemos que o tempo para produzir 100 peças é **inversamente proporcional** ao número de operários (quanto mais operários houver, menos tempo demorará a fazer 100 peças), e 24 é a **constante de proporcionalidade**.

A lei que relaciona o tempo para produzir 100 pecas em função do número de operários é:

$$Tempo = 24 \div Número\ de\ operários$$

Agora, chegou o momento de testar os seus conhecimentos. Resolva os exercícios, no caderno, e caso tenha alguma dificuldade recorra aos apontamentos e às actividades.

Exercícios

1. Em cada tabela, y é directamente proporcional a x. Encontre os valores desconhecidos.

a)

x	1,2	1,5	2,1	0,85	c
y	2,4	3	a	b	4

b)

x	3	6	15	60
y	2	4	a	b

2. Na tabela está representada a relação entre a massa e o volume de certo óleo combustível:

Volume (cm^3)	3	4	6
Massa (g)	7,5	10	15

a) As grandezas massa e volume são directamente proporcionais? Justifique.
b) Qual é a constante de proporcionalidade?
c) Qual é a lei que relaciona a massa (m) em função do volume (V)?
d) Qual é a massa que corresponde ao volume de 10 cm^3?

3. Considere a seguinte tabela:

X	1	2	4
Y	6	3	1,5

Assinale com V as afirmações verdadeiras, e com F as falsas:

a) A tabela dada ilustra uma proporcionalidade directa, porque o quociente entre x e y é constante. ____
b) A tabela dada ilustra uma proporcionalidade inversa, porque multiplicando x e y obtém-se uma constante. ____
c) A tabela dada ilustra uma proporcionalidade directa, porque a constante obtém-se multiplicando x e y. ____

Venda proibida

d) A constante de proporcionalidade é 6. ____

e) A constante de proporcionalidade é 1,5. ____

4. Observe a tabela, abaixo:

X	4	5	10
Y	15	12	6

a) Que relação existe entre y e x? Justifique.

b) Qual é a constante de proporcionalidade?

c) Qual é a lei que relaciona y em função de x?

d) Qual é o valor de y que corresponde a x=6?

Apresente o resumo desta lição, caro aluno.

Resumo da lição

Quando uma grandeza y é função de uma outra grandeza x e para cada par de valores (x, y) se observa que $y \div x = k \; ou \; \frac{y}{x} = k$ (com x diferente de zero) é constante, as duas grandezas são ditas **directamente proporcionais**. k é constante de proporcionalidade, e a lei que relaciona a imagem em função do objecto é $y = k \times x$.

Se x e y são duas grandezas que se relacionam de modo que para cada par de valores (x, y) se observa que $x \times y = k$ (k é constante), as duas grandezas são ditas **inversamente proporcionais**. k é constante de proporcionalidade, e a lei que relaciona a imagem em função do objecto é $y = k \div x$.

Agora que já resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os que estão na chave de correcção.

Chave de correcção

1. $a)\ a = 4{,}2 \quad b = 1{,}7 \quad c = 2 \qquad b)\ a = 10 \;\; b = 40$
2. a) Sim, são directamente proporcionais porque $7{,}5 \div 3 = 10 \div 4 = 15 \div 6 = 2{,}5$

   $b)\ k = 2{,}5 \quad c)\ m = 2{,}5 \times V \quad d) m = 2{,}5 \times 10 = 25g$
3. a) F b) V c) F d) V e) F
4. a) y e x são inversamente proporcionais porque $4 \times 15 = 5 \times 12 = 10 \times 6 = 60$.

   $b)\ k = 60 \qquad c) y = k \div x = 60 \div x \qquad d) y = 60 \div 6 = 10$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 15: Proporcionalidade directa

Introdução

Caro aluno, na lição anterior aprendeu assuntos da correspondência de forma geral. Nesta lição vai aprender, com profundidade, o conceito de proporcionalidade directa a partir de problemas concretos. Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Representar o gráfico de proporcionalidade directa;
- Resolver problemas contextualizados sobre proporcionalidade, utilizando diferentes estratégias gráficas ou de cálculo;
- Aplicar a proporcionalidade directa na resolução de problemas concretos.

Para a melhor compreensão desta lição você precisa de estudar 90 minutos.

Proporcionalidade directa

Neste módulo, você aprendeu tabelas de correspondências, que retractavam grandezas directamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Em relação às grandezas directamente proporcionais, você aprendeu que:

Quando uma grandeza y é função de uma grandeza x e para cada par de valores (x, y) se observa que $y \div x = k \; ou \; \frac{y}{x} = k$ (com x diferente de zero) é constante, as duas grandezas são ditas **directamente proporcionais**.

Assim, $y = k \times x$ (lei que relaciona a imagem em função do objecto).

Vamos partir do exemplo da lição 14 que faz referência ao enchimento de um tanque de água à partir duma torneira.

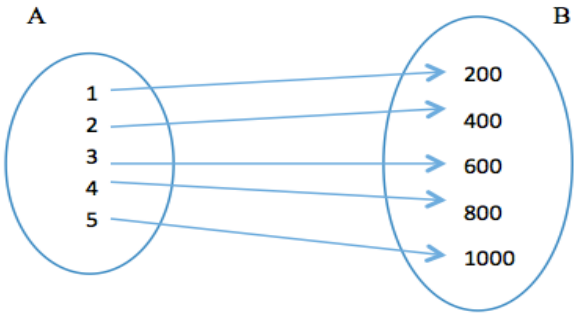
Neste exemplo concluímos que à medida que o tempo passa, o volume da água no tanque aumenta, e isso foi ilustrado na base da tabela, a seguir:

Tempo (horas)	1	2	3	4	5
Volume de água (litros)	200	400	600	800	1000

Como vê, o tempo e o volume são grandezas directamente proporcionais.

Venda proibida

Ao considerarmos o tempo como sendo o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e o volume de água como sendo o conjunto $B = \{200, 400, 600, 800, 1000\}$, obtivemos a correspondência entre A e B, na forma sagital, da seguinte maneira:



Como pode constatar, tal correspondência é uma aplicação f: A para B ou ainda definida pela expressão $y = 200 \times x$.

Ao dividirmos os valores do volume de água pelo tempo, podemos notar que:

$$200 \div 1 = 400 \div 2 = 600 \div 3 = 800 \div 4 = 1000 \div 5 = 200$$

Portanto, o quociente entre a imagem (volume) e objecto (tempo) é sempre igual à mesma constante: 200.

Nestas condições, dizemos que o **volume é directamente proporcional ao tempo** e 200 é a **constante de proporcionalidade**.

Resumindo:

Uma aplicação f de A em B estabelece uma **proporcionalidade directa** entre A e B quando o quociente entre a imagem e o respectivo objecto é sempre constante.

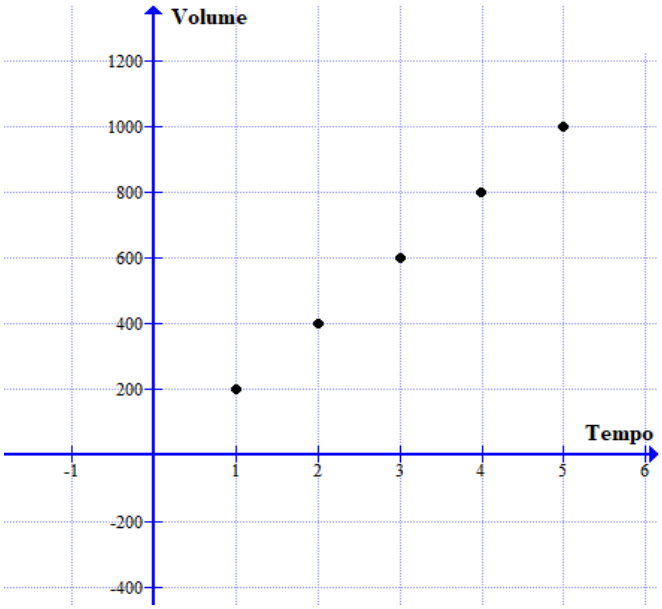
A esta constante chama-se **constante de proporcionalidade**.

Portanto, $f: A \to B \; y = k \times x$ k é a **constante de proporcionalidade.**

Como representar graficamente a proporcionalidade directa?

Se recorrermos aos valores do volume e do tempo, escritos na tabela acima apresentada, podemos construir o gráfico abaixo:

Venda proibida



Do gráfico é possível notar que existem vários pontos alinhados determinando uma recta, a qual passa pela origem do sistema cartesiano. Analisando o gráfico, é possível notar que ele corresponde à uma **sequência crescente de pontos**, isto é, pontos que partem de baixo para cima.

Percebeu o que é proporcionalidade directa? Acredito que sim.

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Exercícios

1. Um técnico, tendo à sua disposição uma balança e alguns recipientes de vidro, mediu a massa de alguns volumes diferentes de azeite e montou a seguinte tabela:

Volume (em mililitros)	100	200	300	400
Massa (em gramas)	80	160	240	320

a) Verifique se entre a massa e o volume há proporcionalidade directa.

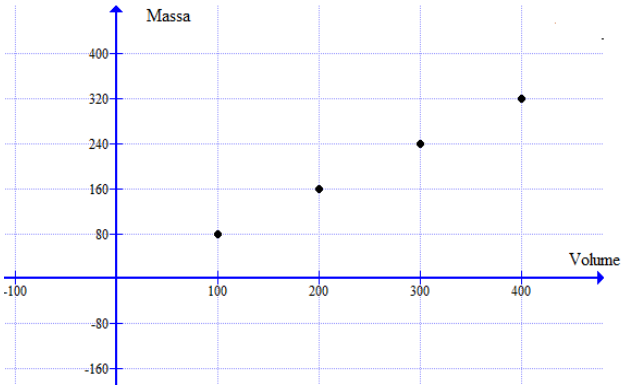
De acordo com a definição, uma aplicação f de A em B estabelece uma **proporcionalidade directa** entre A e B quando o quociente entre as imagens e os respectivos objectos é sempre constante. Assim, para verificarmos se há proporcionalidade directa entre as duas grandezas, temos que determinar o quociente entre a imagem (massa) e o objecto (volume):

$$80 \div 100 = 0{,}8 \quad 160 \div 200 = 0{,}8 \quad 240 \div 300 = 0{,}8 \quad 320 \div 400 = 0{,}8$$

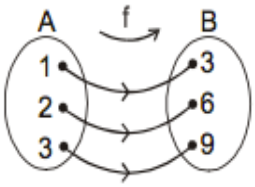
Portanto, o quociente entre a imagem e o objecto é constante (0,8) e recebe o nome de constante de proporcionalidade. Logo, entre a massa e o volume há **proporcionalidade directa**.

b) Desenhe o gráfico que relaciona as grandezas massa e volume.

Venda proibida



2. Considere a aplicação representada pelo seguinte diagrama:



a) Diga, justificando, se há uma proporcionalidade directa entre os conjuntos A e B.

Para verificarmos a proporcionalidade entre os conjuntos A e B temos que determinar o quociente entre os valores do contradomínio e os do domínio. Assim:

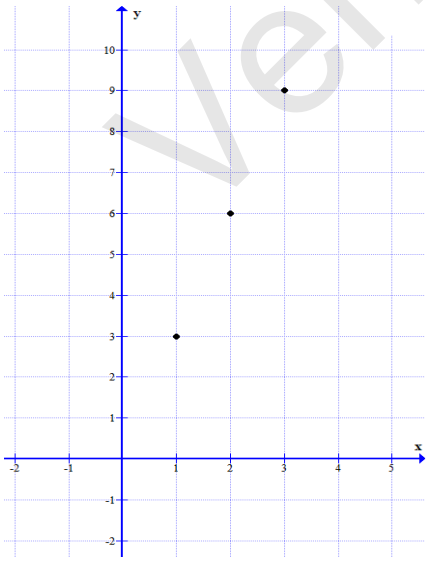
$$3 \div 1 = 3 \qquad 6 \div 2 = 3 \qquad 9 \div 3 = 3$$

O quociente entre o contradomínio e o domínio é uma constante. Portanto, a constante de proporcionalidade é 3.

Logo, entre os conjuntos A e B há uma proporcionalidade directa.

b) Represente o gráfico que descreve a aplicação.

Considerando o domínio e o contradomínio da aplicação, o gráfico é uma sequência crescente de 3 pontos consecutivos.



c) Qual seria o número, no conjunto B, que corresponderia ao número 5, no conjunto A?

Venda proibida

De acordo com o diagrama, podemos constatar que estamos perante uma aplicação f: A para B definida pela expressão $y = 3 \times x$. Assim, o número no conjunto B que corresponde ao número 5 no conjunto A é determinado, substituindo o x pelo 5 na expressão $y = 3 \times x$:

$$y = 3 \times 5 \quad y = 15.$$

Agora chegou a momento de testar os seus conhecimentos. Resolva os exercícios a seguir no seu caderno.

Exercícios

1. Na tabela seguinte, entre x e y há uma proporcionalidade.

X	1,2	1,5	2,1	0,85
Y	2,4	3	4,2	1,7

a) Determine a constante de proporcionalidade.

b) Diga se entre x e y há proporcionalidade directa. Justifica.

2. Na tabela está representada a relação entre a massa e o volume de certo óleo combustível:

Volume (cm^3)	3	4	6
Massa (g)	9	12	18

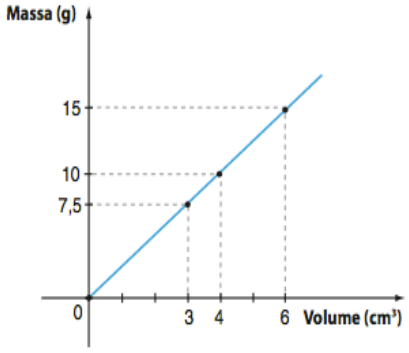
a) Entre as grandezas massa e volume há proporcionalidade directa? Justifique.

b) Qual é a constante de proporcionalidade?

c) Construa o gráfico que relaciona a massa e o volume do óleo.

d) Qual é a massa que corresponde ao volume de 10 cm^3?

3. No gráfico está representada a relação entre a massa e o volume de certo óleo combustível:



a) As grandezas massa e volume apresentam a proporcionalidade directa?

b) Qual é a constante de proporcionalidade?

c) Qual é a expressão que relaciona a massa em função do volume?

d) Qual é a massa que corresponde ao volume de 5cm^3?

Para percorrer 150 km, um carro gastou 30 litros de combustível. Nas mesmas condições, quantos quilómetros o carro percorrerá com 50 litros?

Caro aluno, agora passa o resumo desta lição, para o seu caderno.

Venda proibida

Resumo da lição

Uma aplicação f de A em B estabelece uma **proporcionalidade directa** entre A e B quando o quociente entre a imagem e o respectivo objecto é sempre constante.

Portanto, $f: A \to B \;\; y = k \times x$ k é a **constante de proporcionalidade.**

O gráfico de uma aplicação que observa a proporcionalidade directa corresponde à uma **sequência crescente de pontos**, isto é, pontos que partem de baixo para cima.

Agora que já resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os que estão na chave de correcção.

Chave de correcção

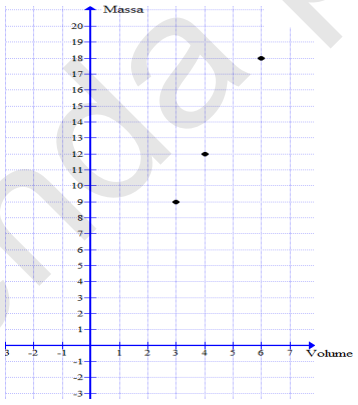
1. a) $k = 2$

   c) Entre x e y há proporcionalidade directa porque $y = 2 \times x$.

2. a) entre as grandezas massa e volume há uma proporcionalidade directa porque $Massa = 3 \times Volume$.

   b) $k = 3$

   c) Gráfico:



   d) $Massa = 3 \times 10\ cm^3 \;\; Massa = 30g$

3. a) Sim, porque o gráfico é uma sequência crescente de pontos.

   b) $k = 2{,}5$ c) $Massa = 2{,}5 \times Volume$ d) $Massa = 12{,}5g$

4. 250 km

Venda proibida

LIÇÃO Nº 16: Proporcionalidade inversa

Introdução

Caro aluno, na lição anterior aprendeu o conceito de proporcionalidade directa. Nesta vai aprender a proporcionalidade inversa, a partir de problemas concretos.

Bons estudos e bom trabalho!

Objectivos

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Representar o gráfico de proporcionalidade inversa;
- Resolver problemas contextualizados sobre proporcionalidade, utilizando diferentes estratégias gráficas ou de cálculo;
- Aplicar a proporcionalidade inversa na resolução de problemas concretos.

Para a melhor compreensão desta lição você precisa de estudar durante 90 minutos.

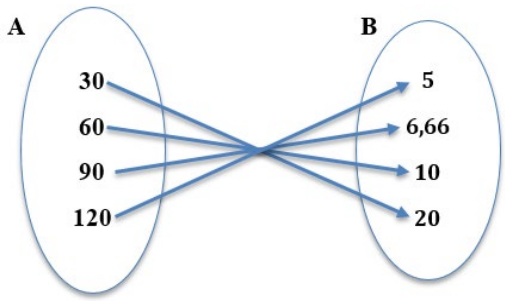
Observa a tabela que se segue, ela representa a velocidade de um automóvel e o tempo gasto para percorrer uma distância de 10 quilómetro.

Velocidade (em quilómetro por hora)	30	60	90	120
Tempo (em minutos)	20	10	6,66	5

Da tabela é possível notar que **quando a velocidade do automóvel aumenta numa determinada proporção, o tempo gasto a percorrer a distância de 10 quilómetros diminui na mesma proporção**.

Portanto, a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais.

Considerando a velocidade como sendo o conjunto $A = \{30, 60, 90, 120\}$ e o tempo como sendo o conjunto $B = \{20,\ 10,\ 6{,}66,\ 5\}$, obtemos a correspondência entre A e B, na forma sagital, da seguinte maneira:



Venda proibida

Como pode constatar, tal correspondência é uma aplicação f: A para B ou ainda definida pela expressão $y = 600 \div x$.

Ao multiplicarmos cada valor da velocidade pelo valor do tempo correspondente, podemos notar que:

$$30 \times 20 = 60 \times 10 = 90 \times 6{,}66 = 120 \times 5 = 600$$

Portanto, o produto entre o objecto (velocidade) e a imagem (tempo) é sempre igual à mesma constante: 600.

Nestas condições, dizemos que o **tempo é inversamente proporcional à velocidade** e 600 é a **constante de proporcionalidade**.

Resumindo:

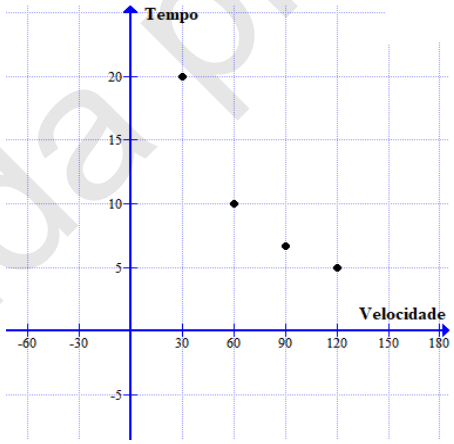
Uma aplicação f de A em B estabelece uma **proporcionalidade inversa** entre A e B quando o produto entre o objecto e a respectiva imagem é sempre constante.

A esta constante chama-se **constante de proporcionalidade**.

Portanto, $f: A \to B,\ y = k \div x$ k é a **constante de proporcionalidade.**

Gráfico de proporcionalidade inversa

Se recorrermos aos valores da velocidade e do tempo, escritos na tabela acima apresentada, podemos construir o gráfico abaixo:



Analisando o gráfico, é possível notar que ele corresponde à uma **sequência decrescente de pontos**, isto é, que partem de cima para baixo.

Percebeu o que é proporcionalidade inversa?

Acompanhe, a seguir, a resolução de actividades, como forma de se dissipar qualquer dúvida em relação a matéria em estudo.

Actividade

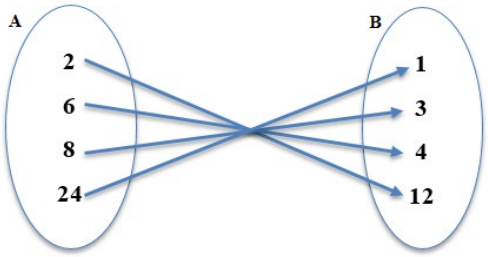
1. Uma fábrica apresenta a seguinte tabela de produtividade:

Venda proibida

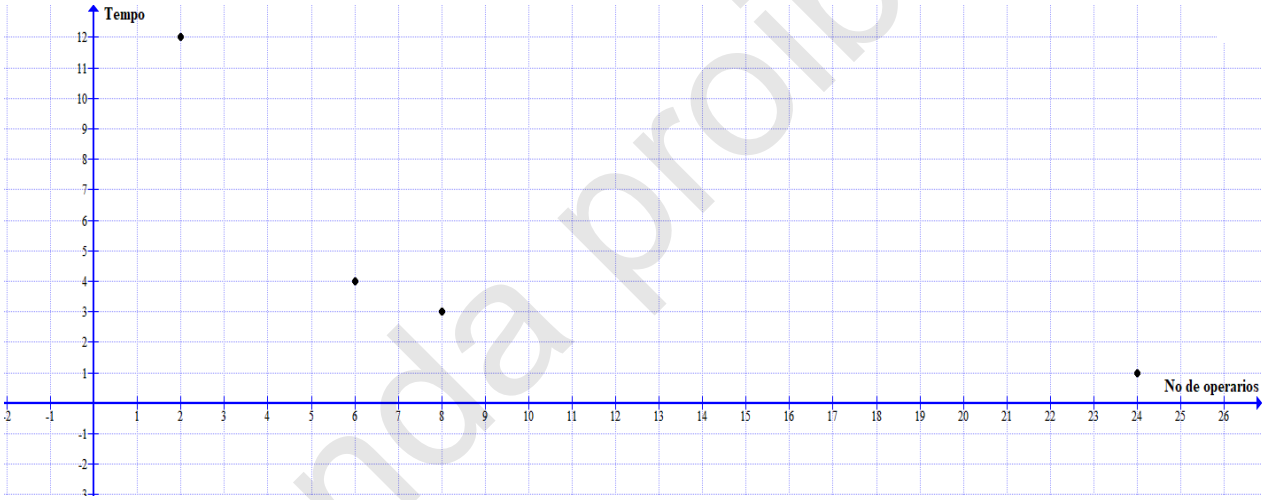
Número de operários	2	6	8	24
Tempo para produzir cem peças (em horas)	12	4	3	1

a) Determine o diagrama de correspondência sagital entre o número de operários e o tempo para produzir cem peças.

Representando os números de operários no conjunto $A = \{2, 6, 8, 24\}$ e o tempo no conjunto $B = \{12, 4, 3, 1\}$, obtemos a correspondência entre A e B, na forma sagital, da seguinte maneira:



b) Desenhe o gráfico que relaciona as grandezas número de operários e tempo para produzir cem peças.



c) Verifique se entre o número de operários e o tempo para produzir cem peças há proporcionalidade inversa.

Para verificarmos se há proporcionalidade inversa entre as duas grandezas temos que determinar o produto entre os objectos (número de operários) e as imagens (tempo para produzir cem peças):

$$2 \times 12 = 6 \times 4 = 8 \times 3 = 24 \times 1 = 24$$

O produto entre os objectos e as imagens é sempre constante (24) e recebe o nome de constante de proporcionalidade. Logo, entre o número de operários e o tempo para produzir 100 peças há proporcionalidade inversa.

2. Um automobilista percorre a distância entre os distritos de Meconta e Erate em duas horas, à velocidade média de 75km/h. sabendo que entre a velocidade e o tempo há uma proporcionalidade inversa, quanto tempo o automobilista levaria a percorrer a mesma distância?

Venda proibida

Representando o exercício em forma de tabela, temos:

Velocidade (v) (em km/h)	75	30
Tempo (t) (em horas)	2	x

Como as grandezas são inversamente proporcionais, a constante é igual ao produto dos objectos e imagens:

$$k = 75 \times 2 = 150$$

Logo: $30 \times x = 150 \rightarrow x = 150 \div 30 \rightarrow x = 5$.

Neste caso, o automobilista levaria 5 horas a percorrer a distância entre os distritos de Meconta e Erate à 30 km/h.

Tem alguma dúvida? Acredito que não!

Caso tenha, volte a fazer uma revisão cuidadosa da matéria e das actividades.

Venda proibida

Exercícios

1. Observe a tabela que relaciona a quantidade de torneiras e a duração para encher uma determinada piscina.

Quantidade de torneiras	2	4	8	12	24
Duração para encher a piscina (em horas)	12	6	3	2	1

   a) Determine a constante de proporcionalidade.
   b) Que tipo de proporcionalidade há entre a quantidade de torneiras e a duração para encher a piscina? Justifique.
   c) Desenhe o gráfico que representa as grandezas quantidade de torneiras e duração para encher a piscina.

2. Uma equipa de operários, trabalhando 8 horas por dia, concluiu determinada obra em 10 dias. Reduzindo o horário de trabalho para 5 horas por dia, concluiu uma obra semelhante em 16 dias. Se o número de horas de trabalho for reduzido para 2, em quantos dias essa equipa concluirá o mesmo trabalho?

3. Seis máquinas escavam um túnel em três dias. Quantas máquinas idênticas serão necessárias para escavar esse mesmo túnel em 2 dias?

Resuma a lição, agora, no seu caderno.

Resumo da lição

Uma aplicação f de A em B estabelece uma **proporcionalidade inversa** entre A e B quando o produto entre o objecto e a imagem é sempre constante.

Portanto, $f: A \to B,\ y = k \div x$ k é a **constante de proporcionalidade.**

O gráfico de uma aplicação que observa a proporcionalidade inversa corresponde à uma **sequência decrescente de pontos**, isto é, pontos que partem de cima para baixo.

Agora que já resolveu os exercícios, compare os seus resultados com os que estão na chave de correcção.

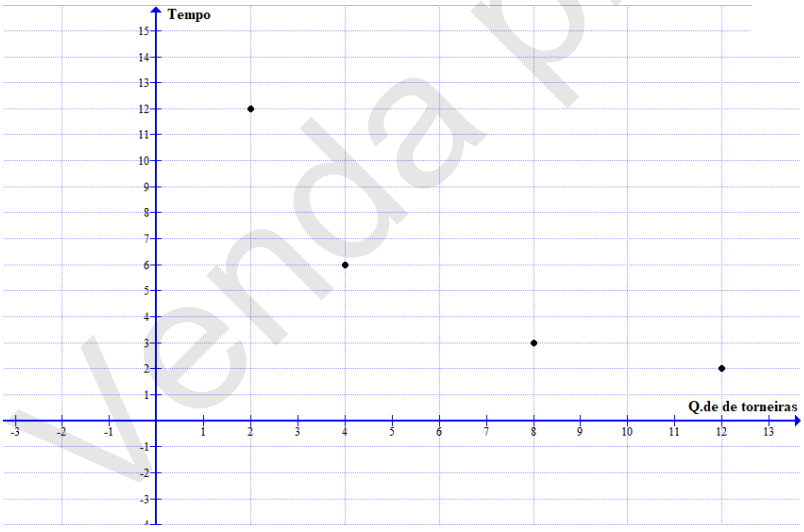
Chave de correcção

1.

a) $k = 24$

b) Entre a quantidade de torneiras e a duração para encher a piscina há proporcionalidade porque o produto entre os valores dos objectos e das respectivas imagens é constante (24).

c) Gráfico:



2. A equipa concluirá o trabalho em 40 dias.
3. Serão necessárias 9 máquinas.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 17: Introdução ao conjunto de números racionais

Introdução

Caro aluno, depois de você ter aprendido fazer operações cujos resultados são números Naturais e números Inteiros, nesta lição, vai aprender trabalhar com

números Racionais, no que refere ao seu conceito, surgimento e representação na recta graduada. Iremos também comparar os números Racionais e estabelecer a relação entre os conjuntos dos números Naturais ($\mathbb{N}$), Inteiros ($\mathbb{Z}$) e o conjunto dos números Racionais ($\mathbb{Q}$).

Objectivos

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Explicar a necessidade do surgimento de números fraccionários;
- Identificar os números racionais negativos;
- Representar na recta graduada números racionais;
- Comparar números racionais;

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Conjunto dos números racionais

Nas lições anteriores estudámos dois conjuntos numéricos:

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$), $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, \dots\}$
- Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$), $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$

Você lembra destes conjuntos? Que relação existe entre eles?

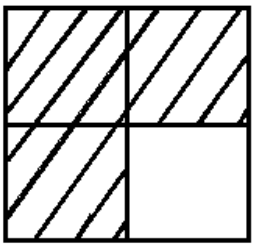
Entre eles existe relação de inclusão. Isto é, o **conjunto $\mathbb{N}$ está contido no conjunto $\mathbb{Z}$**, e isso simbolicamente escreve-se $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Mas, deve recordar que tivemos alguma dificuldade de realizar algumas operações, como o caso da divisão, pois o resultado, certas vezes não é um número natural e nem inteiro. Por exemplo:

$\mathbf{7 \div 2 = 3,5}$, o resultado é 3,5. E este, não é um número natural e nem um número inteiro **($\mathbf{3,5} \notin \mathbb{N}$** nem $3, \mathbf{5} \notin \mathbb{Z}$ **).**

Vamos analisar um outro exemplo:

Venda proibida



A figura ao lado representa uma machamba quadrangular e a parte tracejada representa a zona cultivada, com plantação de milho.

Como podemos representar a medida da parte cultivada em relação a todo o campo? Certamente que se lembra, você aprendeu nas classes anteriores. Experimente.

Bem, todo o campo constitui uma unidade que está dividida em quatro partes iguais. Cada uma dessas partes poderá ser representada pelo quociente:

$\frac{1}{4}$ uma parte de um total de quatro partes. Se assim representou, está de parabéns.

A parte tracejada é constituída por três das quatro partes em que a unidade foi dividida e por isso pode representar-se por:

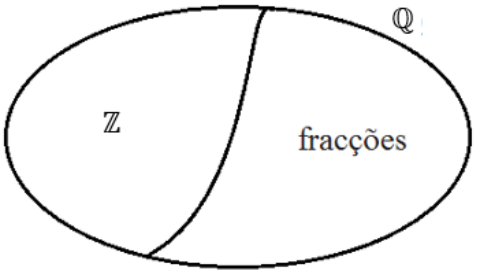
Fração

$$3 \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{3}{4}} = \boxed{0{,}75}$$ ⟸ Número decimal

O que significa que, a parte tracejada representa-se pelo valor 0,75. Este valor não representa uma unidade inteira, mas sim partes de uma unidade, neste caso três partes. Mas como, por definição, os números inteiros são aqueles que representam unidades inteiras, então este valor não é considerado um número inteiro, e nem um número natural. É um novo tipo de número a que se chama **fracção**.

Foi assim que surgiu um novo conjunto de números, que se chama **conjunto dos números Racionais**, e designado pela letra $\mathbb{Q}$.

Por isso podemos representar $\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{\text{fracções}\}$, o que quer dizer qualquer número inteiro pode ser escrito sob forma de fracção, portanto, todos os elementos de $\mathbb{Z}$ (números inteiros), também são racionais ($\mathbb{Q}$).



Assim, podemos definir o que são números racionais:

Definição 1: Número Racional é todo aquele que pode ser escrito sob forma de fracção.

Definição 2: Conjunto de números racionais é o conjunto formado pelos fraccionários que podem ser reduzidos a forma $\frac{a}{b}$, em que $a, b \in \mathbb{Z}, \ \ b \neq 0$.

Simbolicamente escreve-se: $\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b} |\ \ a \in \mathbb{Z}, \ \ b \in \mathbb{Z}^*\right\}$ ou $\mathbb{Q} = \left\{x = \frac{a}{b} |\ \ a, b \in \mathbb{Z}, \ \ b \neq 0\right\}$,

$\mathbb{Z}^*$ é o conjunto dos números inteiros sem incluir o número zero (0).

Exemplos:

$$\left\{-\frac{5}{2}, \ -2, \quad -\frac{5}{3}, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad \frac{5}{3}, \quad 2\right\}$$

Venda proibida

Número racional negativo

Quando aprendeu os números fraccionários e decimais, deve ter notado que sempre eles foram apresentados como números positivos.

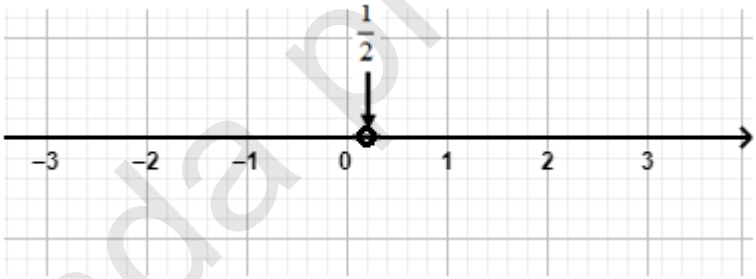
Ao considerar que a e b na definição dos números racionais são números inteiros diferentes de zero, assumimos que estes podem ser apresentados como números negativos. Assim podemos ter por exemplo:$-\frac{1}{2}$, $-0{,}2$, $-1{,}25$. Este conteúdo ficará mais claro ao representar os números racionais na recta graduada. Vamos a isso.

Representação dos números racionais na recta graduada

Já vimos como fazer a representação dos números inteiros na recta graduada. Agora chegou a hora de representar números fraccionários, uma vez que todos os elementos do conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$, podem ser escritos na forma de fracção.

Comecemos pelo número $\frac{1}{2}$.

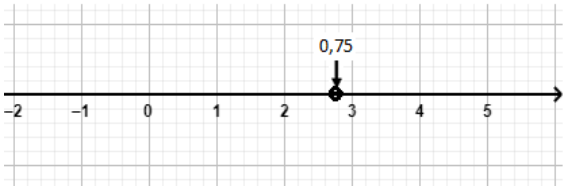
Sabemos que esta fracção pode ser também representada na forma decimal por 0,5. Portanto na recta graduada vamos marcar 0,5cm, isto é, estamos a comparar a recta graduada com a régua graduada.



Actividade

1. Marque os pontos correspondentes às seguintes fracções e números decimais na recta graduada que se segue:

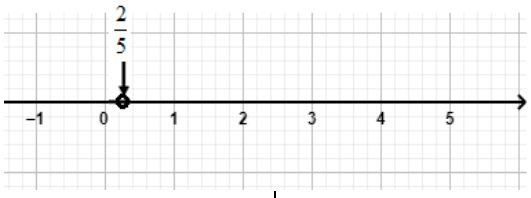
a) 0,75



Resolução: Muito simples. Basta proceder como no exemplo anterior. Comparar a recta graduada com régua graduada. Mas neste caso como não temos uma fracção o nosso trabalho está facilitado.

Venda proibida

b) $\frac{2}{5}$



2 | **5**

2 0 | **0,4**

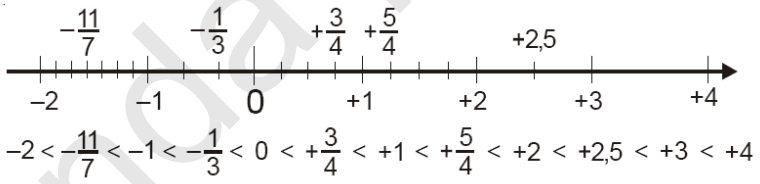
0

Resolução: Primeiro calculamos o número decimal que representa a fracção em causa, dividindo o seu numerador pelo denominador. Ainda se recorda do algoritmo? E depois é só comparar a recta graduada com régua graduada como no exercício anterior.

Se procedeu desta maneira, você está de parabéns, é sinal de que está a assimilar bem esta matéria. Aliás, é uma revisão pois, já aprendeu isto nas classes anteriores. Então vamos prosseguir com a relação entre os conjuntos.

Comparação de números racionais

Sabemos que um **eixo** é uma **recta orientada**, sendo o seu **sentido da esquerda para a direita**, portanto, quanto **mais à direita** estiver um número, **maior será o valor de x**. Para comparar dois números racionais basta representá-los num eixo e verificar qual deles se situa mais à direita. Repare na seguinte representação:



Portanto, para comparar números racionais, bastará:

1. Verificar se os números são positivos ou negativos, isto é, se os pontos que os representam na recta graduada se situam mais para a direita ou para a esquerda da origem (zero).
2. Verificar qual o seu valor absoluto, isto é, qual a distância de cada um desses pontos à origem.

Não se esqueça que os números crescem da esquerda para a direita na recta graduada.

Repare nos exemplos seguintes:

Zero é menor do que qualquer número positivo.

$$0 < +4\ ,\ 0 < +\frac{1}{4},\ 0\ < +2{,}5$$

Zero é maior do que qualquer número negativo.

$$-4 < 0\ ,\ -\frac{1}{4} < 0\ ,\ -2{,}5 < 0$$

Qualquer número negativo é menor do que um número positivo.

$$-2{,}5 < +2{,}5,\quad -81 < +\frac{1}{2}$$

Venda proibida

Caro aluno, chegamos ao fim da nossa lição por isso, dedique um tempo para verificar o seu nível de compreensão da matéria, resolvendo os exercícios que se seguem, e posteriormente comparar a chave de correcção

Exercícios

Faça uma pequena pausa bem merecida e depois resolva as actividades que lhe propomos. Em caso de dificuldades consulte os seus colegas ou o seu tutor.

1. Assinale com V caso a afirmação for verdadeira e com F se for falsa.
   a) ( ) Todo número racional é um número inteiro.
   b) ( ) Nem todo o número racional é um número inteiro.
   c) ( ) Todo número inteiro é um número racional.
   d) ( ) O conjunto dos números racionais é composto pelos números naturais e inteiros.

2. Marque os pontos correspondentes às seguintes fracções e números decimais na recta graduada que se segue:

   a) $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $-2{,}5$

3. Compare as seguintes fracções $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $-2{,}5$

4. Complete com o sinal apropriado os espaços conforme a relação que possa ser estabelecida entre conjuntos, entre elementos e entre elementos e conjuntos.

   a) $\mathbb{N}$ ____ $\mathbb{Z}$ b) $\mathbb{Z}$ _____ Q _____ $\mathbb{N}$ c) $\mathbb{N}$ _____ $\mathbb{Z}$ _____ Q

   d) 0,7_____Q e) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbb{N}$ f) $-\frac{1}{4}$ _____ $\frac{1}{4}$

   $\frac{2}{3}$ _____ -75 0,45_____ -2 $\frac{5}{2}$ _____ $-2{,}5$

Tendo terminado a sua lição, apresente o respectivo resumo, no caderno.

Resumo da Lição

Caro aluno, nesta lição introduzimos o estudo de um novo conjunto, o conjunto dos números racionais. Dissemos que os seus elementos podem ser escritos na forma de fracção.

Venda proibida

Depois de termos definido este conjunto, explicamos que o seu surgimento veio resolver a lacuna que se tinha na resolução de algumas operações nos conjuntos anteriores, conjunto $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$.

Se não vejamos $5 \div 2 = 2{,}5$ 2,5 não pertence a nenhum do conjunto $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$, mas pertence ao conjunto dos números racionais.

Para dar segmento a nossa viagem no conhecimento, representamos na recta graduada os novos números e estabelecemos a comparação destes com auxílio na recta graduada.

Para finalizar mostramos a relação que existe entre os três conjuntos, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, e dissemos que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

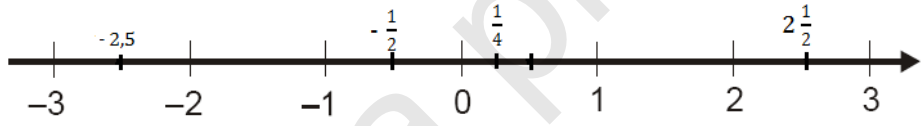
Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de correcção.

Chave de correcção

1.

a) F b) V c) V d) V

2.



3. $-2{,}5 < -\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < 2\frac{1}{2}$

4.

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ b) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \supset \mathbb{N}$ c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

d) $0{,}7 \in \mathbb{Q}$ e) $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ f) $-\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} > -75$ $0{,}45 > -2$ $\frac{5}{2} > -2{,}5$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 18: Relação entre os conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$

Introdução

Caro Aluno, nesta lição vai aprofundar os seus conhecimentos sobre conjuntos, analisando as relações entre conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Ainda nesta lição ira aprender o conceito de conjunto universal, um conceito que ajuda no dia-a-dia a hierarquizar as relações em outros campos da ciência que até podem ser diferentes da matemática.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar os subconjuntos de $\mathbb{Q}$;
- Relacionar os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$;
- Identificar o conjunto universal $\mathbb{Q}$;
- Efectuar as operações entre conjuntos.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar 90 minutos.

Relação entre $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ Subconjunto

Caro Aluno. Nesta lição vamos dedicar a nossa atenção na relação entre conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$.

Antes de estabelecer a relação entre estes conjuntos, recordemos como se estabelece a relação de quaisquer conjuntos no geral.

Vamos usar uma actividade para lembrar:

Actividades

1. Sejam dados os conjuntos $A = \{\text{Abril, Maio, Março, Junho, Julho}\}$,
   $B = \{\text{Abril; Março; Julho}\}$ e $C = \{\text{Fevereiro}\}$ diga se as alternativas que se seguem são falsas (F) ou verdadeiras (V):
   a) $A \subset B$ ( )
   b) $B \not\supset C$ ( )
   c) $A \supset B$ ( )
   d) $A \not\subset B$ ( )
   e) $B \subset A$ ( )
   f) $B \not\subset A$ ( )

Venda proibida

Para responder a esta questão precisamos de saber o que significa cada um dos sinais que foram utilizados no exercício. Primeiro observe o quadro a seguir e faça a sua análise considerando os conjuntos **A, B** e **C** a seguir:

$$A = \{0,2,4\} \qquad B = \{0,1,2,3,4,5\} \qquad C = \{1,6,7\}$$

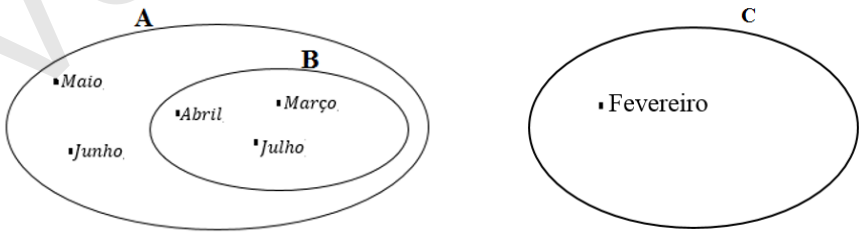
Símbolo	**Leitura**	**Significado**
$\subset$	Está contido	Todos os elementos do primeiro conjunto (**A**), estão também no segundo conjunto (**B**), quando isto acontece podemos afirmar que o conjunto **A** é subconjunto do conjunto **B**, ou seja, o conjunto **A está contido** no conjunto **B**. Simbolicamente $\boldsymbol{A \subset B}$
$\not\subset$	Não está contido	O conjunto **B** não está contido no conjunto **A**, porque não achamos todos os elementos do conjunto **A** no conjunto **B**. Simbolicamente $\boldsymbol{B \not\subset A}$
$\supset$	Contém	O conjunto **B contém** elementos do Conjunto **A**. Simbolicamente $\boldsymbol{B \supset A}$
$\not\supset$	Não contém	O conjunto **B** não contém o conjunto **C**, porque dentre os elementos do conjunto **B** não incluem todos elementos do conjunto **C**. Simbolicamente $\boldsymbol{B \not\supset C}$

Agora voltemos a nossa actividade. Apenas as alíneas c), d) e e) são verdadeiras. A contem B, A não está contido em B, B está contido em A.

a) $A \subset B$ (F) c) . $A \supset B$ (V) e) $B \subset A$ (V)

b) $B \not\supset C$ (V) d) $A \not\subset B$ (V) f) $B \not\subset A$ (F)

Também podemos representar esta relação com recurso aos diagramas de Venn.



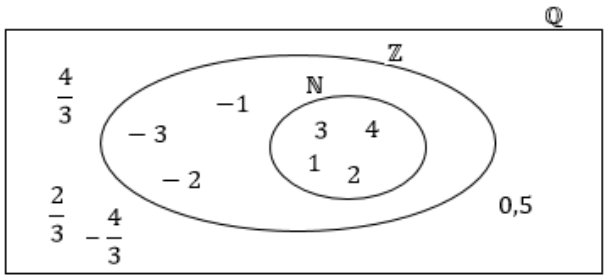
Como pode observar o conjunto **A** contém o conjunto **B, (** $A \supset B$) ou seja todos os elementos do conjunto **B** estão dentro do conjunto **A.** O conjunto **B** não contém o conjunto **C** ($B \not\supset C$) pois, o conjunto **B** não tem elementos do conjunto **C**.

O conjunto **B** está contido em **A (** $B \subset A$) ou seja todos os elementos do conjunto **B estão** no conjunto **A.**

Venda proibida

O conjunto**. A** não está contido em **B (** $\boldsymbol{A \not\subset B}$**)** porque nem todos os elementos do conjunto **A** estão no conjunto **B.**

Façamos isto com os conjuntos numéricos considerando todos os seus elementos. Lembre-se que primeiro estudamos o conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$ e depois o conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z}$ e só depois é que estamos a estudar o conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$. Esta sequência lhe diz alguma coisa? Sim é isso mesmo. Vamos representar isso com base em diagrama de $Venn$



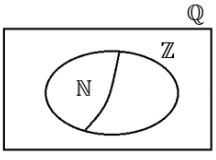
Ou seja: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ **,** o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos inteiros e o conjunto dos números inteiros está contido nos números racionais. A união entre os números naturais, inteiros e racionais formam o conjunto $\mathbb{Q}$.

Assim podemos afirmar que:

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$	$\{0; 1; 2; 3; \dots\} \subset \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$, pois todos os elementos de $\mathbb{N}$ são também elementos de $\mathbb{Z}$
b) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$	$\{\dots; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\} \subset \left\{\dots; -2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} 2; 3; \dots\right\}$, pois todos os elementos de $\mathbb{Z}$ são também elementos de $\mathbb{Q}$**.**
c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$	$\{0; 1; 2; 3; \dots\} \subset \left\{\dots; -2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} 2; 3; \dots\right\}$, pois todos os elementos de $\mathbb{N}$ são também elementos de $\mathbb{Q}$**.**
d) $\mathbb{N} \not\supset \mathbb{Z}$	$\{0; 1; 2; 3; \dots\} \not\supset \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$, pois nem todos os elementos de $\mathbb{N}$ são elementos de $\mathbb{Z}$**.**
e) $\mathbb{Z} \not\supset \mathbb{Q}$	$\{\dots; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\} \not\supset \left\{\dots; -2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} 2; 3; \dots\right\}$, pois nem todos os elementos de $\mathbb{Z}$ são elementos de $\mathbb{Q}$**.**
f) $\mathbb{N} \not\supset \mathbb{Q}$	$\{0; 1; 2; 3; \dots\} \not\subset \left\{\dots; -2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2} 2; 3; \dots\right\}$, pois nem todos os elementos de $\mathbb{N}$ são elementos de $\mathbb{Q}$**.**

Caro aluno, tudo isto que estivemos a fazer responde à questão: Como relacionar estes conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$? Lembre-se que, primeiro estudamos o conjunto dos números naturais, $\mathbb{N}$ e depois o conjunto dos números inteiros, $\mathbb{Z}$ e só depois é que estamos a estudar o conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$. Esta sequência tem sentido porque responde a crescente necessidade de dar resposta a uma cada vez maior exigência por exemplo na realização de cálculo.

Esta relação pode ser representada com base em diagrama de Venn ao lado.



Venda proibida

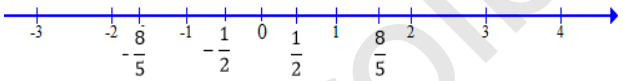
O que quer dizer: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos inteiros e o conjunto dos números inteiros está contido nos números racionais. A união entre os números naturais, inteiros e racionais forma o conjunto $\mathbb{Q}$.

Nesta relação que acabamos de apresentar o conjunto $\mathbb{Q}$ desempenha uma tarefa especial em relação aos outros conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$. A seguir vamos dedicar a nossa atenção a essa tarefa.

Conjunto universal

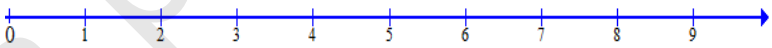
Chama-se conjunto universal (ou universo) ao conjunto constituído por todos os elementos do universo considerado. Por exemplo, até aqui aprendemos os conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Podemos afirmar que o conjunto $\mathbb{Q}$ é o conjunto universal se o nosso universo for o dos números racionais é por isso que afirmamos que conjunto $\mathbb{Q}$ tinha uma tarefa especial, a de conjunto universal para os conjuntos que aprendemos até aqui.

$$\mathbb{Q} = \left\{\ldots; -3; -2; -\frac{8}{5}; -1; -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{8}{5}; 2; 3; 4; \ldots\right\}$$



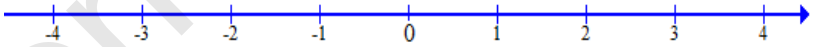
Mas cuidado. O conjunto $\mathbb{N}$ é também universal, se considerarmos que o universo é o dos números naturais.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \ldots\}$$

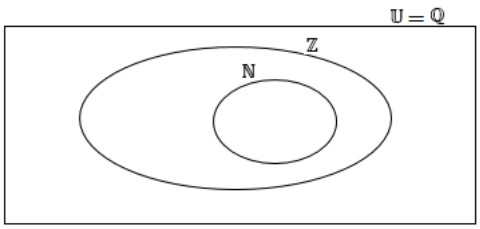


O mesmo se diz do conjunto $\mathbb{Z}$, se considerarmos que o universo é dos números inteiros.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$$



Já viu? Tudo depende dos elementos do universo que estamos a considerar. Uma outra coisa que é importante destacar é que o conjunto universal é designado pela letra $\mathbb{U}$.



Interessante esta figura, não é? Esta figura nos lembra as seguintes relações:

$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$	A intercessão de dois conjuntos nos indica os elementos que fazem parte dos dois conjuntos simultaneamente. O conjunto $\mathbb{N}$ é formado pelos elementos comuns

Venda proibida

	aos dois conjuntos $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{N}$. Também podemos escrever $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \{x: x \in \mathbb{Z}\ e\ x \in \mathbb{N}\}$
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$	A intercessão de dois conjuntos nos indica os elementos que fazem parte dos dois conjuntos simultaneamente. O conjunto $\mathbb{Z}$ é formado pelos elementos comuns aos dois conjuntos $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. Também podemos escrever $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \{x: x \in \mathbb{Q}\ e\ x \in \mathbb{Z}\}$
$\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$	A reunião de dois conjuntos nos indica, o conjunto formado por elementos dos dois conjuntos sem repetição de elementos. O conjunto $\mathbb{Z}$ é formado pelos elementos do conjunto $\mathbb{Z}$ e dos elementos do conjunto $\mathbb{N}$ sem repetição de elementos, é por isso que dá o conjunto $\mathbb{Z}$. Também podemos escrever $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \{x: x \in \mathbb{Z}\ ou\ x \in \mathbb{N}\}$

Caro aluno, chegamos ao fim da nossa lição por isso, dedique um tempo para verificar o seu nível de compreensão da matéria, resolvendo os exercícios que se seguem.

Venda proibida

Exercícios

1. Copie para o seu caderno e completa os espaços em branco com os símbolos $\in$ **ou** $\notin$

   a) $7__\mathbb{N}$ b) $-2{,}45____\mathbb{Q}$ c) $-9__\mathbb{Z}$ d) $-6{,}8__\mathbb{Z}$

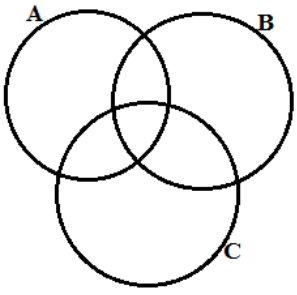
   e) $-4{,}8__\mathbb{Q}$ f) $\frac{3}{4}__\mathbb{N}$ g) $\frac{3}{4}__\mathbb{Q}$ h) $-0{,}86__\mathbb{Q}$

2. Represente no seu caderno, os conjuntos $A = \{-3, -1, 0, 1, 6, 7\}$, $B = \{-4, 1, 3, 5, 6, 7\}$ e $C = \{-5, -3, 1, 2, 3, 5\}$ no diagrama de Venn ao lado, e em seguida determine, pintando a parte correspondente a cada alínea em separado:

   a) $A \cap B$;

   b) $C \cup B$;

   c) $B \cap (A \cup C)$.



3. Considere os seguintes conjuntos $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,
   $B = \{1,2,3,4,5\}$ e $C = \{4,5,6,7,8\}$
   Copie para o seu caderno e assinale com V caso a afirmação seja verdadeira e com F caso seja falsa.

a) $B \subset A$ ( ) d) $A \not\subset B$ ( ) g) $A = \mathbb{U}$ ( )

b) $B \supset A$ ( ) e) $C \subset A$ ( ) h) $C \not\supset A$ ( )

c) $A \supset B$ ( ) f) $B \not\subset A$ ( ) i) $C \not\subset A$ ( )

Tendo terminado a sua lição, apresente o respectivo resumo, no caderno.

Resumo da Lição

Nesta lição aprendeu:

- a estabelecer a relação entre conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$;
- a relação de está contido e não está contido, de contém e não contém e aplicou estas relações tomando como base os conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$;
- que o conjunto $\mathbb{N}$ é subconjunto do conjunto $\mathbb{Z}$ e este do conjunto $\mathbb{Q}$;
- o conceito do conjunto universal, onde ficou sabendo que tudo depende do universo que se toma como base.

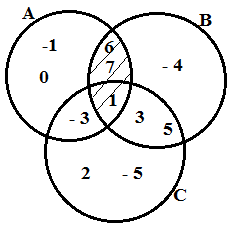
Agora, compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de correcção.

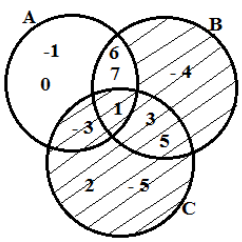
Chave de correcção

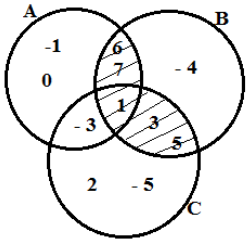
1. a) $\in$ b) $\in$ c) $\in$ d) $\notin$

   e) $\in$ f) $\notin$ g) $\in$ h) $\in$

2. a)$A \cap B = \{1,6,7\}$ b)$C \cup B\{-5,-4.-3,1,2,3,5,6,7\}$ c)$B \cap (A \cup C) = \{1,3,5,6,7\}$







3. a) V b) F c) V d) V e) V f) F g) V h) V i) F

Venda proibida

LIÇÃO Nº 19: Adição e subtracção em ℚ

Introdução

Caro aluno, depois de você ter aprendido definir números racionais e estabelecer a relação entre os conjuntos ℕ, ℤ e ℚ, vamos, nesta lição, ver como se faz as operações de adição e subtracção dos números racionais aplicando propriedades.

Bom trabalho!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Efectuar a adição de números racionais;
- Efectuar a subtracção de números racionais;
- Aplicar as propriedades da adição em cálculos usando números racionais;
- Efectuar as operações algébricas com números racionais.

Para a melhor compreensão desta lição, necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Adição e subtracção em ℚ

Você já aprendeu fazer operações com números inteiros. Ainda se recorda? Claro que sim. A adição de dois números com o mesmo sinal é um número com o mesmo sinal e cujo valor absoluto é a soma dos valores absolutos.

Deve estar a perguntar o que é valor absoluto. Se tivermos um número inteiro, seja ele positivo ou negativo o seu valor absoluto será o mesmo número sem o sinal, como o que apresentamos a seguir:

Exemplo 1:

a) -4 o seu valor absoluto é 4 e escreve-se $|-4| = 4$

b) $+4$ o seu valor absoluto é 4 e escreve-se $|+4| = 4$

c) $-\frac{3}{2}$ o seu valor absoluto é $\frac{3}{2}$ e escreve-se $\left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$

Para indicar o valor absoluto, coloca-se o número em causa entre dois traços como foi o caso do exemplo anterior, $|a|$ lê-se valor absoluto do número ***a***.

Retomando, dissemos que a soma de dois números com o mesmo sinal é um número com o mesmo sinal e cujo valor absoluto é a soma dos valores absolutos.

Venda proibida

Exemplo 2:

a) $(+4)+(+5)=+(4+5)=+9$

b) $(-4)+(-5)=-(4+5)=-9$

Adição de dois números com sinais contrários:

Para se realizar a adição de dois números com sinais contrários temos de considerar o seguinte dois casos a saber. O primeiro caso é quando os números têm valores absolutos diferentes, o segundo é quando os números têm valores absolutos iguais.

- **Os números têm valores absolutos diferentes**

O resultado da adição é um número cujo valor absoluto é a diferença entre os valores absolutos das parcelas e o sinal é igual ao sinal do número com maior valor absoluto.

a) $(+4)+(-9)=-(9-4)=-5$, a soma é negativa porque $|-9|>|+4|$

b) $(-4)+(+9)=+(9-4)=+5$, a soma é positiva porque $|+9|>|-4|$

- **Os números têm o mesmo valor absoluto, mas sinais diferentes**

Como pode ver neste caso a soma de dois números com o mesmo valor absoluto e sinais contrários é sempre igual a zero

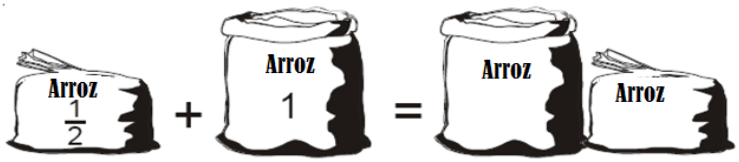
a) $(+9)+(-9)=0$

b) $(-9)+(+9)=0$

Pronto. Vamos usar estas regras operatórias que aprendemos em $\mathbb{Z}$, pois elas são válidas no conjunto $\mathbb{Q}$. Preparado? Claro que sim.

Mas antes, preste atenção aos exemplos seguintes:

1. Tenho meio saco de arroz na dispensa e um saco na machamba. No total tenho um saco e meio de arroz.



$$\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$$

Certamente que se recorda da matéria estudada nas lições anteriores sobre os números racionais, por isso não deve ter muita dificuldade em compreender estes exemplos.

2. Não tenho amendoins. Devo meio saco de amendoins ao Sr. Vilanculos e um saco e meio ao Sr. Cossa. No total devo 2 sacos de amendoim.

Venda proibida

A representação de meio saco é: $\frac{1}{2}$

A representação de dever meio saco é: $-\frac{1}{2}$

A representação de saco e meio é: $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

Portanto dever saco e meio representa-se da seguinte forma: $\frac{3}{2}$

Então a resolução do problema será da seguinte maneira:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{2}=-2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{2}=-2 \quad \left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{4}{2}=-2$$

Agora siga o exemplo que se segue:

$$\frac{2}{3}+(-\frac{4}{3})=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}=\frac{2-4}{3}=-\frac{2}{3}$$

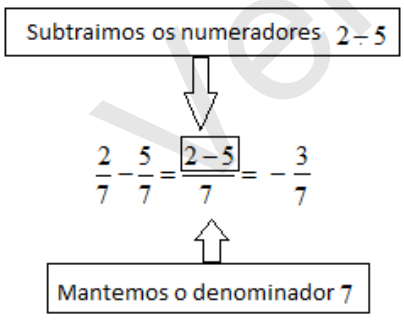
Ao efectuar operações de adição e subtracção em $\mathbb{Q}$ temos de ter em atenção o facto de que uma fracção é constituída pelo numerador e denominador:

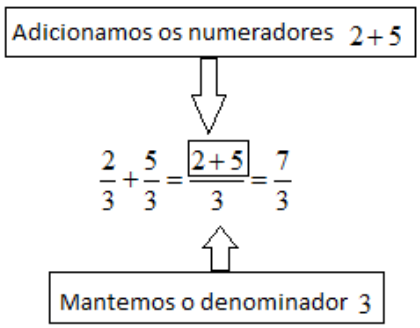
$$\frac{a \rightarrow \ Numerador}{b \rightarrow Deno\min ador}$$

Então ao fazermos as operações de adição e subtracção com números fraccionários, temos que considerar dois casos a saber:

1. Se as fracções a adicionar ou subtrair tiverem o **mesmo denominador**, adicionam-se ou subtraem-se **os numeradores** e **dá-se o mesmo denominador**.

Veja os exemplos a seguir:





2. Se as fracções tiverem denominadores diferentes, calcula-se o **menor múltiplo comum** (**m.m.c.)** entre os denominadores, com o objectivo de os reduzir a um mesmo denominador, ou um denominador igual. Depois procede-se como no caso anterior: realiza-se a operação só com os numeradores e mantém-se o denominador.

   Preste muita atenção no exemplo a seguir:

   Exemplo: $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=$

Venda proibida

Como pode ver o mínimo múltiplo comum entre 2 e 3 é 6.

Pois se compararmos os múltiplos dos dois números, chegaremos a conclusão de que **6 é o menor múltiplo comum ou mínimo múltiplo comum de 2 e 3.**

Os múltiplos de 2 são: 2, 4, **6**, 8, ….. Os múltiplos de 3 são: 3, **6**, 9, 12, ….

Abreviadamente escrevemos *m.m.c.*(2,3)=6

Uma vez sabido que o *m.m.*c. entre 2 e 3 é 6, multiplica-se o denominador da primeira fracção por um número de modo que esse denominador seja 6.

Repare que, se o denominador era **2** para que seja **6** só pode ser multiplicado por **3**. Para não alterar o valor da fracção, temos de multiplicar também o numerador pelo mesmo número **3**.

De igual modo, o denominador da segunda fracção que é **3** só pode ser multiplicado por **2** para que se torne 6. O numerador também deve ser multiplicado por **2** para não alterar o valor da fracção.

Por outras palavras pode-se dizer simplesmente que dividimos o *m.m.c* pelos denominadores para achar o tal número que multiplicado pelo denominador, o resultado seja igual ao valor do *m.m.c*. como ilustrado a seguir:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\underset{(6\div 2=3)}{\frac{1}{2}}-\underset{(6\div 3=2)}{\frac{1}{3}}=\underset{(3)}{\frac{1}{2}}-\underset{(2)}{\frac{1}{3}}=$$

$$\frac{1\times 3}{2\times 3}-\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}$$

Esperamos que não esteja a ter dificuldade em perceber esta matéria. Entretanto, se necessário, faça uma pequena pausa antes de resolver os exercícios que se seguem, e volta a ler e analisar esta matéria. Não se precipite. Faça essa revisão e verá que terá bom resultado.

Copie este exercício para o seu caderno e realize as operações, e depois compare com a resolução que é apresentada a seguir. Lembre-se que a prática faz a perfeição.

Actividades

1. Efectue as seguintes operações em Q.	**Resolução**
a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=$	$a)\ \frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\underset{(3)}{\frac{3}{4}}+\underset{(4)}{\frac{1}{3}}=\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=\frac{9+4}{12}=\frac{13}{12}$
b) $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=$	$b)\ \frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\underset{(1)}{\frac{1}{4}}-\underset{(2)}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1-2}{4}=-\frac{1}{4}$

Venda proibida

Depois desta jornada em que primeiro recordamo-nos da adição em $\mathbb{Z}$ e depois introduzimos a adição e subtração em $\mathbb{Q}$**,** vamos a seguir dedicar o nosso tempo a aplicação de propriedades nestas operações de adição e subtracção.

Propriedades da adição e subtracção em $\mathbb{Q}$

Fazendo revisões

Nas lições anteriores, estudou propriedades em relação às operações de adição em $\mathbb{Z}$. Não é verdade? Essas propriedades, são também válidas em $\mathbb{Q}$: Que propriedades são essas? Sim! Essas mesmas. A propriedade referente a existência do elemento neutro, a comutativa e a associativa.

Elemento neutro da adição

Na sua aprendizagem em classes anteriores, certamente deve ter percebido que:

$$\mathbf{4 + 0 = 4} \text{ assim como } \mathbf{-8 + 0 = -8}$$

O que, em palavras, significa que adicionando (ou subtraindo) zero a um número inteiro, a soma é essa mesmo número, ou seja, o valor desse número não altera. Esta é uma das propriedades da adição.

Propriedade comutativa da adição

Para adicionar 3 e 7, podemos seguir dois caminhos diferentes.

Podemos proceder da seguinte forma 3 + 7 = 10, começamos com 3 e adicionamos o 7, ou de outra forma 7 + 3= 10, começamos com 7 e adicionamos mais 3.

Também, para adicionar -3 e 7

Podemos proceder da mesma forma, seguindo os dois caminhos:

a) (-3) + 7 = 4, começamos com (-3) e adicionamos o 7, ou
b) 7 + (-3)= 4, começamos com 7 e adicionamos o (-3).

Pode-se **alterar a ordem** das parcelas numa adição **sem alterar o seu resultado**. Esta é outra propriedade da adição (comutativa).

Propriedade associativa da adição

Para calcular a soma de 7, 5 e 4, também podemos seguir dois caminhos:

a) 7 + 5 + 4 = **(7 + 5)** + 4 = 12 + 4 = 16, começamos por adicionar o 7 ao 5, e depois adicionamos o 4, ou
b) 7 + 5 + 4 = 7 + **(5 + 4)** = 7 + 9 = 16, começamos por adicionar o 5 ao 4, e depois adicionamos o 7

Por isso, podemos concluir que:

Venda proibida

Pode-se adicionar três números inteiros, adicionando de forma agrupada os dois primeiros números com o terceiro, ou adicionando o primeiro número com os dois últimos também de forma agrupada. O resultado será sempre o mesmo.

Vamos aplicar estas propriedades no conjunto ℚ. Observe o exemplo a seguir:

Exemplo1:

a) 0,75+0= 0,75

b) $\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=\frac{11}{3}$ e $\frac{4}{3}+\frac{7}{3}=\frac{11}{3}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=(\frac{1}{2}+\frac{3}{2})+\frac{5}{2}=\frac{4}{2}+\frac{5}{2}=\frac{9}{2}$ e $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}+(\frac{3}{2}+\frac{5}{2})=\frac{1}{2}+\frac{8}{2}=\frac{9}{2}$

Você percebeu com muita facilidade a aplicação de propriedades na realização das operações de adição e subtracção ℚ , passemos a seguir para a adição algébrica e simplificação da escrita.

Adição algébrica e simplificação da escrita

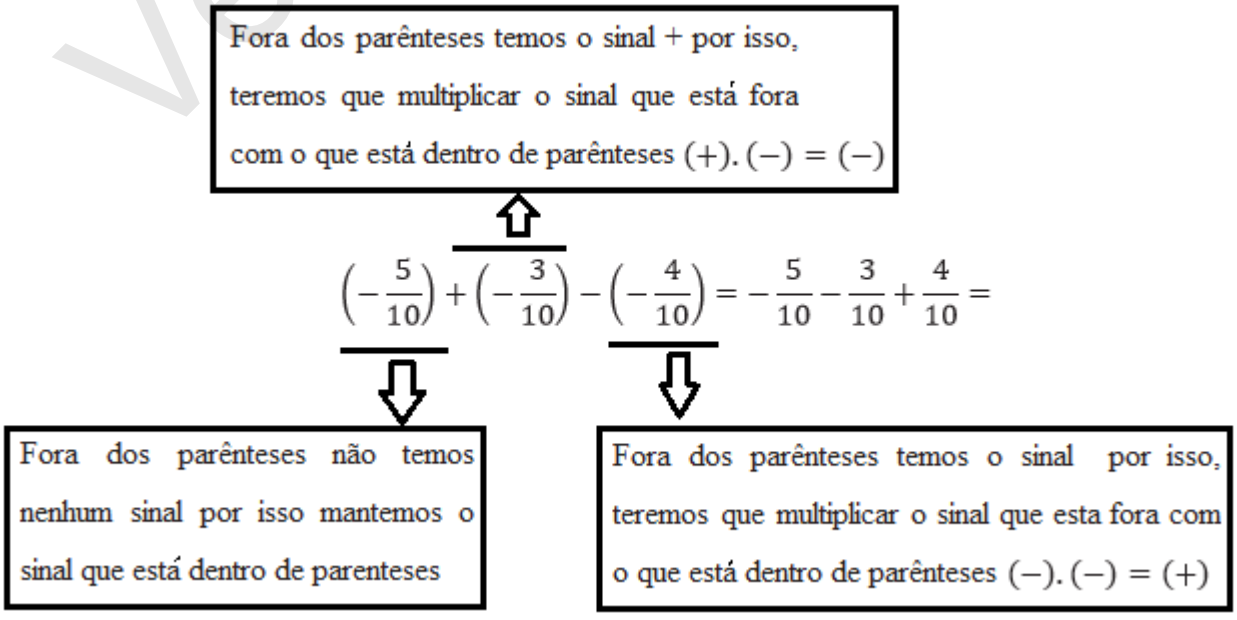
Caro Aluno, depois que aprendeu a adicionar e a subtrair números racionais, aplicando as propriedades, para a tarefa a seguir fica tudo facilitado. Preste, mas uma vez atenção no exemplo a seguir:

Exemplo 2: Efectue a seguinte operação $\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{4}{10}\right)$

Resolução: Antes de mais nada observamos que todas as fracções envolvidas têm o mesmo denominador 10, por isso temos a tarefa facilitada pois caso contrário teríamos que reduzi-las ao mesmo denominador.

$$\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)-\left(-\frac{4}{10}\right)=$$

Precisamos de nos desembaraçar (tirar) dos parênteses curvos, mas com cuidado de não alterar o exercício, pois temos sinais em jogo.



Venda proibida

Uma vez resolvida esta questão de parênteses e de sinais podemos prosseguir facilmente como a seguir:

$$-\frac{5}{10}-\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{-5-3+4}{10}=-\frac{4}{10}$$

Chegamos ao resultado $-\frac{4}{10}$ que é uma fracção redutível por isso temos que reduzi-la. E para reduzi-la precisamos de dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número, e neste caso o número 2.

$$\frac{5}{10}-\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{-5-3+4}{10}=-\frac{4}{10}=-\frac{4\div 2}{10\div 2}=-\frac{2}{5}$$

Caro aluno, chegamos ao fim da nossa lição por isso, dedique um tempo para verificar o seu nível de compreensão da matéria, resolvendo os exercícios que se seguem, e posteriormente comparar a chave de correcção.

Exercícios

Faça uma pequena pausa bem merecida e depois resolva as actividades que lhe propomos. Em caso de dificuldades consulte os seus colegas ou o seu tutor.

1. Efectue as operações seguintes:

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$ b) $(-\frac{3}{5})+\frac{1}{3}$ c) $(-\frac{3}{5})+(-\frac{1}{3})$

d) $2+\frac{1}{3}$ e) $0{,}25+\frac{1}{2}$ f) $\frac{3}{5}+2{,}5$

2. Efectue as operações a e seguintes operações aplicando as propriedades.

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ b) $\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}$ d) $0{,}25+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$

e) $-\frac{3}{5}-\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{4}{15}\right)$ f) $\left[0{,}4+(-0{,}5)+\left(\frac{6}{10}\right)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)\right]$

Tendo terminado a sua lição, apresente o respectivo resumo, no caderno

Venda proibida

Resumo da lição

Caro Aluno, nesta lição recordamos a adição e subtracção de números inteiros. Dissemos que as regras operatórias bem como as propriedades (existência de um elemento neutro, comutativa, associativa) que aplicamos com os números inteiros são validas para os números racionais.

Compare os seus resultados com os que são apresentados a seguir.

Chave de correcção

1. a) $\frac{11}{10}$ b) $-\frac{4}{15}$ c) $-\frac{14}{15}$ d) $\frac{7}{3}$ e) $\frac{3}{4}$ f) $\frac{31}{10}$

2. a) $\frac{13}{10}$ b) $-\frac{23}{30}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{1}{12}$ e) -1 f) 0

Então... conseguiu resolver pelo menos 8 exercícios acertadamente? Excelente trabalho!

Venda proibida

LIÇÃO Nº 20: Multiplicação e divisão em ℚ

Introdução

Caro aluno, depois de ter realizado operações de adição e subtracção em ℚ aplicando as respectivas propriedades, nesta lição, você vai aprender fazer operações de multiplicação e a divisão, aplicando também as respectivas propriedades.

Bom trabalho, amigo nosso!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Efectuar multiplicações simples de números racionais;
- Efectuar divisões simples de números racionais;
- Aplicar as propriedades da multiplicação no cálculo.

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 120 minutos.

Multiplicação e divisão em ℚ

Caro aluno, certamente que ainda se recorda do que aprendeu nas lições anteriores sobre a multiplicação em ℤ e a aplicação das propriedades desta operação. Entretanto, vamos dedicar algum tempo para recordar algumas dessas propriedades operacionais. Observe a seguinte tabela:

Produto de dois números	Valor absoluto	Com sinal	Isto porque
Com mesmo sinal	Produto dos valores	+	$(+)\times(+)=+$ $(-)\times(-)=+$
Com sinais diferentes		-	$(+)\times(-)=-$ $(-)\times(+)=-$

O resultado do produto de dois números com o **mesmo sinal** é um **número com sinal positivo**. E o resultado do produto de dois números com **sinais diferentes** é um número com **sinal negativo. Exemplo:**

a) $(-3)\times(-4)=(-)\times(-)3\times 4=(+)12=12$

b) $(+3)\times(+4)=(+)(+)3\times 4=(+)12=12$

Venda proibida

c) $(+4) \times (-5) = (+)(-)4 \times 5 = (-)20 = -20$

d) $(-4) \times (+5) = (-)(+)4 \times 5 = (-)20 = -20$

Correcto! Já fizemos a revisão de como realizar operações com números inteiros e concretamente, como proceder quando as operações envolvem números com sinais iguais e ou com sinais diferentes. Vamos a seguir aplicar estes conhecimentos na multiplicação de números fraccionários.

Multiplicação de fracções

Depois de termos revisto as propriedades operacionais com números inteiros vamos aplicá-las com números racionais, a começar com fracções.

Como bem sabe, as fracções são representadas através de $\frac{p}{q}$, onde **p** é o numerador e **q** o denominador, e **q** nunca pode ser igual a zero pois a fracção ficaria sem sentido.

A questão que se coloca é a seguinte: Como multiplicar as fracções, uma vez que elas têm numeradores e denominadores? Para dar resposta a esta questão basta seguir a dica a seguir:

Para multiplicar fracções, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si, isto é: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exemplo:

a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$ *b)* $\frac{6}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{6 \times 3}{7 \times 4} = \frac{18}{28} = \frac{18 \div 2}{28 \div 2} = \frac{9}{14}$ c) $\left(-\frac{6}{7}\right) \times \frac{3}{4} = (-) \times (+) \frac{6 \times 3}{7 \times 4} = (-) \frac{18}{28} = -\frac{18 \div 2}{28 \div 2} = -\frac{9}{14}$

Como pode ver neste exemplo, para efectuar a multiplicação de fracções, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si. Por isso podemos afirmar que:

O produto de dois números, representados por fracções, é uma outra fracção cujo numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores.

Ao calcular o produto é preciso prestar atenção para apresentar a fracção produto na sua forma irredutível. Isto pode ser feito através da simplificação da fracção produto.

A fracção produto no exemplo anterior foi $\frac{18}{24}$ que depois foi simplificada, dividindo o numerador e o denominador pelo maior divisor comum, e tornou-se irredutível ficando igual a $\frac{9}{14}$.

Método de corte

A simplificação de que falamos na dica anterior pode ser através do método de corte como se segue no exemplo a seguir. Este método consiste em apresentar tanto o numerador como o denominador em

Venda proibida

forma do produto de factores primos e depois proceder ao corte destes factores aos pares (um no numerador por outro no denominador)

Exemplo:

$$\frac{8}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{8\times 3}{6\times 10}=\frac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times 2\times 2\times\cancel{3}}{\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times 5}=\frac{2\times 2}{5}=\frac{4}{5}$$

Actividades

Resolva o seguinte exercício no seu caderno:

a) $\frac{10}{9}\times\left(-\frac{3}{10}\right)=$ b) $\frac{5}{6}\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{6}{5}=$ c) $\frac{11}{21}\times\left(-\frac{12}{7}\right)\times\left(-\frac{7}{22}\right)=$

Bravo! Você resolveu e acertou o exercício, porque aplicou o que acabou de aprender, e chegou facilmente ao resultado $\frac{1}{3}$ para alínea a) e $-\frac{3}{2}$ para alínea b) e por último $\frac{2}{7}$ para alínea c), por isso vamos prosseguir, mas desta vez com a multiplicação de números decimais.

Multiplicação de números decimais

Para abordar este conteúdo convidámo-lo a observar os seguintes exemplos para poder reter os procedimentos. A sua atenção deve ser orientada especialmente nas casas decimais para entender como foram manipuladas.

$\mathbf{4},25\ \times\ 2{,}3\ =\ 9{,}775$

4,25 → duas casas decimais
× 2,3 → uma casa decimal
1275
+850
9,775 → três casas decimais

$\mathbf{0,24\times 1,45=0,348}$

0,24 → duas casas decimais
×1,45 → duas casas decimais
1 2 0
0 9 6
+ 0 2 4
0,3 4 8 0 → quatro casas decimais

Nos dois exemplos, multiplicamos os dois números como se não fossem números decimais, e só depois de obter o produto é que conferimos as virgulas. Por isso podemos afirmar que:

Para multiplicar dois números decimais, deve-se efectuar a multiplicação como se fosse a multiplicação de números naturais. O número de casas decimais do produto tem que ser igual à soma do número de casas decimais dos factores.

Outra forma de multiplicar dois números decimais consiste em transformar os números decimais em fracções decimais e aplicar as regras da multiplicação de fracções que acabou de aprender no ponto anterior.

$\mathbf{4}, 25 \times 2{,}3 = 9{,}775$

Venda proibida

$$4{,}25 \times 2{,}3 = \frac{425}{100} \times \frac{23}{10} = \frac{9775}{1000} = 9{,}775$$

duas casas decimais — uma casa decimal — três casas decimais

Um outro caso da multiplicação que chamamos a sua atenção é a multiplicação de um número decimal por **10, 100** ou **1000**. Nesta multiplicação, basta deslocar a vírgula **uma, duas** ou **três** casas para direita, respectivamente, acrescentando os zeros necessários como ilustra o exemplo a seguir.

Exemplos:

a) $0{,}06 \times 10 = 0{,}6$	b) $5{,}4323 \times 100 = 543{,}23$	c) $0{,}12 \times 1000 = 1200$
A vírgula deslocou uma casa decimal	A vírgula deslocou três casas decimais	A vírgula deslocou quatro casas decimais

Muito simples não é? É só deslocar a virgula no número decimal consoante o número de zeros, e caso necessário acrescentar zeros. A seguir vamos aprender como realizar a divisão de frações.

Divisão em $\mathbb{Q}$

Deve estar a perguntar, qual é a diferença de procedimento entre a multiplicação e divisão? Sim é isso mesmo na divisão invertemos os termos da segunda fracção (Se tínhamos $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ passamos a ter $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$) e fica logo uma multiplicação. Tão fácil assim. Não se esqueça disso.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Para dividir duas fracções, multiplica-se o dividendo pela fracção inversa do divisor, ou seja, multiplica-se os termos da primeira fracção pelo inverso dos termos da segunda fracção.

Exemplo:

a) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2\times5}{3\times3} = \frac{10}{9}$	**b)** $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = (+) \times (-)\frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = (-)\frac{2\times5}{3\times3} = -\frac{10}{9}$

Divisão de números decimais

Para dividir dois números decimais, é preciso dividi-los como se tratasse de números naturais. O número de casas decimais no quociente deve ser a diferença de números de casas decimais do dividendo e do divisor.

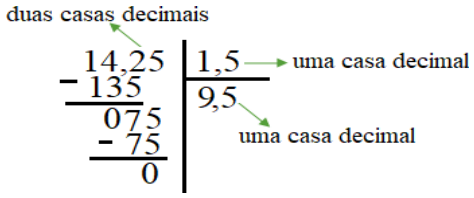
A divisão de dois números decimais, também, é possível através da transformação desses números decimais em fracções decimais e posteriormente, aplicando as regras da divisão de fracções.

Venda proibida

Exemplo:

$14,25 \div 1,5 = 9,5$

$$14,25 \div 1,5 = \frac{1425}{100} \div \frac{15}{10} = \frac{1425}{100} \times \frac{10}{15} = \frac{95 \times \cancel{15} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times 10 \times \cancel{15}} = \frac{95}{10} = 9,5$$



Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000, basta deslocar a vírgula uma, duas ou três casas para esquerda, respectivamente, acrescentando os zeros necessários.

Exemplos:

a) $4 \div 10 = 0,4$ b) $34,8 \div 10 = 3,48$

Aplicação das propriedades de multiplicação em $\mathbb{Q}$

Na lição anterior a esta que abordamos a adição e subtracção de números racionais dissemos que aquelas propriedades que aprendeu no conjunto $\mathbb{Z}$ eram validas para o conjunto $\mathbb{Q}$. Vamos a seguir mostrar como podemos aplicá-las nos números racionais.

A. Existência de um elemento neutro

$a \times 1 = a$

Exemplo:

$$\frac{2}{7} \times 1 + \frac{2}{7} \times \frac{1}{1} = \frac{2 \times 1}{7 \times 1} = \frac{2}{7}$$

De certeza que se recorda que qualquer número que pode ser transformado em uma fracção é um número racional. Pois é. Foi o que fizemos com o número 1. Transformamos em uma fracção.

B. Existência de um elemento absorvente

$\frac{2}{7} \times 0 = 0$

De certeza que se recorda que qualquer número multiplicado por zero o resultado é zero.

C. Existência de um elemento inverso

$$a \times \frac{1}{a} = 1$$

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \times \frac{7}{1} = \frac{1 \times 7}{7 \times 1} = \frac{7}{7} = 1$$

D. Propriedade comutativa

$a \times b = b \times a$

$$\boxed{\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21} \quad \text{e} \quad \boxed{\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21} \quad \text{logo} \quad \boxed{\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}}$$

E. Propriedade associativa

$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Podemos primeiro associar os dois factores $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$

Venda proibida

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{2\times1}{3\times2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{2\times1}{6\times3}=\frac{2}{18}=\frac{2\div2}{18\div2}=\frac{1}{9}$$

Em segundo associar os dois últimos factores $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1\times1}{2\times3}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{2\div2}{18\div2}=\frac{1}{9}$$

O resultado não altera, será sempre como vê $\frac{1}{9}$.

F. Propriedade distributiva da multiplicação

Em relação à adição	**Em relação a subtracção**
$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$	$a \bullet (b - c) = a \bullet b - a \bullet c$
ou	ou
$(a + b) \bullet c = a \bullet c + b \bullet c$	$(a - b) \bullet c = a \bullet c - b \bullet c$

Comecemos pela primeira forma:

$$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2\times1}{3\times2}+\frac{2\times1}{3\times3}=$$

$$=\frac{2}{6}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$$

Depois a segunda forma:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{1\times2}{2\times3}+\frac{1\times2}{3\times3}=$$

$$=\frac{2}{6}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$$

Copie para o seu caderno o exercício a seguir, resolva-o e só depois compare a sua resolução com a que é apresentada a seguir. Não se engane, copiando a resolução que é apresentada logo a seguir destes exercícios, pois é a sua aprendizagem que está em causa.

Venda proibida

Actividades

1. Calcule:

a) $\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$ *b)* $\frac{2}{3}\div\frac{2}{7}$ c) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}$

d) $0{,}5\times(0{,}3-0{,}4)$ *e)* $1{,}5\div0{,}2$

Resolvendo a nossa actividade obtém -se:

a) Resolução

$$\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{2}{6}-\frac{2}{9}=\frac{6-4}{18}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

b) Resolução

$$\frac{2}{3}\div\frac{2}{7}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{2}=\frac{7}{3}$$

c) Resolução

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{2}{6}-\frac{2}{9}=\frac{6-4}{18}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

d) Resolução

$$0{,}5\times(0{,}3-0{,}4)=$$
$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{10}-\frac{4}{10}\right)=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{10}\right)=-\frac{1}{20}$$

e) Resolução

$$1{,}5\div 0{,}2=\frac{15}{10}\div\frac{2}{10}=\frac{15}{10}\times\frac{10}{2}=\frac{15}{2}$$

Caro aluno, terminado o estudo desta lição é chegado o momento de testar o seu conhecimento, resolvendo os exercícios de aplicação.

Exercícios

Copie para o seu caderno de exercícios e resolva.

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:
   a) ( ) O inverso de $\frac{1}{7}$ é $-\frac{1}{7}$;
   b) ( ) O inverso de $\frac{1}{7}$ é 7;
   c) ( ) O inverso de um número é o oposto desse número.

2. Efectue as seguintes operações aplicando as propriedades que aprendeu.
   a) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$
   b) $\frac{2}{3}\times(\frac{1}{4}+\frac{2}{5})$
   c) $\frac{2}{3}\times(\frac{1}{4}-\frac{2}{5})$
   d) $0{,}25\times\frac{1}{5}$
   e) $23{,}45\times 10$
   f) $0{,}2567\times 100$
   g) $\frac{2}{3}\div\frac{12}{5}\times\frac{2}{5}$
   h) $2487\div 1000$
   i) $23{,}45\times 1{,}25\div 10$
   j) $\frac{2}{3}\div(\frac{1}{4}+\frac{2}{5})$

Tendo terminado a sua lição, apresente o respectivo resumo, no caderno.

Venda proibida

Resumo da Lição

Caro aluno, nesta lição recordamos o procedimento da multiplicação com os números inteiros, e dissemos que o resultado do produto de dois números com o mesmo sinal é um número com sinal positivo enquanto se tiverem sinais diferentes o resultado é um número com sinal negativo.
Dissemos também que dividir duas fracções é o mesmo que multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo número. Para finalizar aplicamos as propriedades na multiplicação e divisão de números racionais.

Confira a seguir os resultados do exercício

Chave de correcção

1. a) F b) V c) F

2. a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{13}{30}$ c) $-\frac{1}{10}$ d) $\frac{1}{20}$ e) $234{,}5$

   f) $25{,}67$ g) $\frac{1}{9}$ h) $2{,}487$ i) $293{,}13$ j) $\frac{40}{39}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 21: Expressões numéricas em $\mathbb{Q}$

Introdução

Depois de termos visto a adição, subtracção, multiplicação e divisão em $\mathbb{Q}$, nesta lição vamos fazer exercitação daqueles aspectos todos.

Tenha uma boa exercitação, caro aluno!

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Calcular o valor de uma expressão numérica simples, envolvendo todas as operações e parêntesis;

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos.

Em jeito de revisão, resolva o que segue.

1. Identifique no espaço dado as propriedades que justificam as igualdades seguintes:

a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)$	_____
b) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$	_____
c) $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{6}\right)$	_____
d) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{7}\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{7}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$	_____

2. Assinale com V as afirmações verdadeiras e com F as falsas.
   a) ( ) Zero é o elemento absorvente da adição;
   b) ( ) Um é o elemento neutro da adição;
   c) ( ) Zero é o elemento absorvente da multiplicação;
   d) ( ) Um é o elemento neutro da multiplicação;
   e) ( ) Elemento oposto é o mesmo que elemento inverso
   f) ( ) A propriedade associativa da adição diz que pode-se **alterar a ordem** das parcelas numa adição **sem alterar o seu resultado.**

Venda proibida

g) ( )A propriedade Comutativa da adição diz que pode-se **alterar a ordem** das parcelas numa adição **sem alterar o seu resultado**

h) ( )A propriedade associativa da multiplicação diz que pode-se **alterar a ordem** das parcelas numa adição **sem alterar o seu resultado**

Já foi suficiente para rever algumas propriedades. Vamos em seguida aplicá-las na resolução de expressões numéricas. Mas antes disso, o que será uma expressão numérica? Deve estar a dizer: Eu sei o que é uma expressão numérica, mas quando me perguntam não sei responder facilmente. Sim, isso às vezes acontece. Mas vamos ajudá-lo a responder a esta questão.

Definição: Expressões numéricas são conjuntos de números e operações matemáticas (adição, subtracção, multiplicação, divisão), onde a ordem dessas operações é bem definida para que haja uma convenção a respeito de seu resultado. Observe o exemplo a seguir:

Exemplo:

$$6 - \{0{,}25 + \left[7 - 4 \times \left(3^2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3}\right]\}$$

As expressões numéricas geralmente são escritas dentro de sinais gráficos como parênteses curvos () rectos [ ], chavetas { }. Daí a necessidade de termos que antes entender qual é a ordem que devemos seguir para realizar as operações. Não se assuste com este facto pois é bem simples.

Ordem das operações:

- **Primeiro:** efectuar todas as operações dentro dos parênteses curvos ( ).
- **Segundo:** efectuar todas as operações dentro dos parênteses rectos [ ].
- **Terceiro**: efectuar todas as operações dentro das chavetas { }.

  Entretanto, no que diz respeito a adição, subtracção, multiplicação, divisão e potenciação, temos que ter em conta que:
- Primeiro as potências;
- Depois as multiplicações e as divisões;
- Por fim as adições e as subtracções.

No caso em que temos todos os sinais gráficos, depois de resolver o que estava entre parênteses curvos, estes desaparecem e os parênteses rectos transformam-se em parenteses curvos e as chavetas em parênteses rectos.

Venda proibida

Exemplo: $\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\div\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right]\div\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right\}$

Será que dá para resolvermos esta expressão agora? Está com vontade, não é? Espere vamos acertar algumas dicas antes.

Preste atenção!

- Caso o sinal de soma anteceder os símbolos gráficos (parênteses curvos, parênteses rectos ou chavetas), deve-se acompanhar a ordem de prioridades e reescrever os valores com os mesmos sinais ($+$ ou $-$);
- Caso o sinal de subtracção anteceder os símbolos gráficos (parênteses curvos, parênteses rectos ou chavetas), deve-se acompanhar a ordem de prioridades e reescrever os valores com os sinais trocados.

  A nossa expressão numérica envolve a adição, a subtracção, a multiplicação e a divisão. Precisamos de estabelecer uma ordem de prioridade.
- A multiplicação e a divisão têm prioridade em relação a adição e subtracção;
- Entre a adição e subtracção não há prioridade pode-se começar com uma ou com outra;
- Entre a multiplicação e a divisão não há prioridade pode-se começar com uma ou com outra.

Voltemos ao nosso exemplo.

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\div\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right]\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right\}$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)\div\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right]\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right\}$$

$$=\left[\left(\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right)\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=\left[\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}+\frac{2}{12}\right)\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=\left[\left(\frac{15}{8}+\frac{2}{12}\right)\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=\left[\left(\frac{45}{24}+\frac{4}{24}\right)\div\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=\left(\frac{49}{24}\times\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{49}{60}-\frac{1}{2}\right)=\frac{49-30}{60}=\frac{19}{60}$$

- Primeiro o que está dentro de parênteses curvos $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$
- Os parênteses curvos desapareceram e os parênteses rectos transformaram-se em curvos as chavetas em parênteses rectos.
- Atender a prioridade da multiplicação e a divisão.

Copie para o seu caderno de exercícios e resolve ou responde as questões colocadas.

Exercícios

Venda proibida

1. Assinale com V ou F caso a afirmação seja verdadeira ou falsa

a) ( ) Zero é o elemento absorvente da adição;

b) ( ) Um é o elemento neutro da adição;

c) ( ) Zero é o elemento absorvente da multiplicação;

d) ( ) Um é o elemento neutro da multiplicação;

e) ( ) Elemento oposto é o mesmo que elemento inverso

f) ( ) A propriedade associativa da adição diz que pode-se alterar a ordem das parcelas numa adição sem alterar o seu resultado.

g) ( ) A propriedade Comutativa da adição diz que pode-se alterar a ordem das parcelas numa adição sem alterar o seu resultado

h) ( ) A propriedade associativa da multiplicação diz que pode-se alterar a ordem das parcelas numa adição sem alterar o seu resultado

2. . Calcula o valor das expressões numéricas seguintes:

a) $\frac{1}{3}\times 4+\frac{2}{3}$

b) $9\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\div\frac{2}{4}$

d) $\frac{2}{5}+\frac{6}{4}\div\frac{3}{2}-\frac{5}{4}\times\frac{8}{10}$

e) $\frac{3}{4}\div\left(\frac{2}{7}+\frac{5}{2}\times\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{2}$

f) $\frac{9}{4}+\left(\frac{1}{3}+2\frac{1}{5}\div\frac{11}{10}\right)-\frac{9}{4}\times\frac{6}{3}$

3. Resolva as seguintes expressões numéricas:

a) $\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\div\frac{3}{2}\right]$

b) $\left\{\frac{1}{2}-\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\div\frac{3}{2}\right]\times\frac{1}{2}\right\}$

c) $\left\{\frac{1}{2}-\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right]\div\frac{3}{2}\right\}$

d) $\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)-\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\div\frac{3}{2}\right]\right\}$

Caro aluno, agora é momento de fazer o resumo da matéria estudada nesta lição

Resumo da lição

Nesta lição recordou-se através de exercícios algumas propriedades da adição subtracção, multiplicação e divisão.

Em seguida definiu expressões numéricas como sendo grupos numéricos calculados por operações matemáticas (adição, subtracção, multiplicação, divisão, etc.) que seguem determinadas ordens.

Venda proibida

No que diz respeito às ordens em apreço, referiu-se àquelas que são estabelecidas entre sinais gráficos e entre sinais de operação.

Quanto as que são estabelecidas entre sinais gráficos, ficou claro que primeiro resolve-se o que estiver dentro de parenteses curvos, depois rectos e por último as chavetas. Também ainda a respeito de sinais gráficos ficou estabelecido que o desaparecimento dos parenteses curvos faz com que o recto se transforme em curvos e as chavetas em parenteses rectos.

No tocante aos sinais de operação, a multiplicação e a divisão tem prioridade em relação adição e subtracção, mas entre elas não há nenhuma prioridade, o mesmo acontece entre a adição e subtracção, não há prioridade entre elas.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de correcção

1. a) F b) F c) V d) V e) F f) F g) V h) F

2. a) 2 b) 8 c) 0 d) $\frac{2}{5}$ e) 0 f) $\frac{1}{12}$

3. a) $-\frac{1}{18}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $-\frac{13}{36}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 22: Potência de base positiva e expoente inteiro

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender a transformar potências de expoente negativo em potência de expoente positivo e vice-versa.

Faça boa aprendizagem!

Objectivos da lição

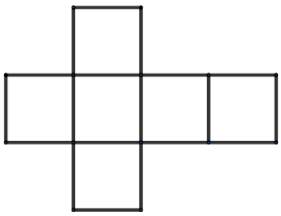
Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Transformar potência de expoente negativo em potência de expoente positivo
- Transformar potência de expoente positivo em potência de expoente negativo
- Aplicar regras de potenciação no cálculo com potências;
- Transformar potência de expoente zero;

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos.

Potência de base positiva e expoente inteiro

Caro Aluno, antes de mais nada vamos analisar o seguinte problema:



Pretende-se construir um cubo de cartolina. Para fazer os recortes da cartolina fez-se o desenho como ilustra a figura ao lado. Sabe-se que cada lado dos quadrados que compõem a figura ao lado mede $\frac{3}{4}cm$. Qual será o volume do referido cubo?

Certamente recorda-se de como se calcula o volume de um cubo. Mas podemos recordar para facilitar a sua análise. O volume de um cubo é dado pela seguinte fórmula: $V = a \times a \times a$, onde $\boldsymbol{a}$ é a aresta do cubo. A aresta do cubo que se pretende construir será efectivamente igual a medida do lado, por isso o volume do cubo será igual a:

$$V = a \times a \times a = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$$

Como pode ver temos neste cálculo o produto $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$, que como sabe é o produto de fracções. Aplicando o conhecimento das lições anteriores teremos:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4}$$

Venda proibida

Observando o numerador e o denominador, podemos nos recordar das potências de base e expoente natural, e que potência é um produto de factores iguais. E essa recordação nos leva a prosseguir com o cálculo da seguinte maneira:

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3\times3\times3}{4\times4\times4}=\frac{3^3}{4^3}$$

Por analogia das potências de base e expoente natural, podemos também escrever:

$$V=a\times a\times a=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$\left(\frac{3}{4}\right)^3$ é uma potência de base fraccionária e expoente natural.

Isto era apenas para rever o que você aprendeu sobre potências. Note que a base da potência que serviu de recordação é uma fracção e o expoente é um número natural. Nesta lição a nossa atenção concentra-se no expoente que não é um número natural mais sim um número inteiro.

Lembre-se que os números inteiros podem ser positivos, negativos ou zero, por isso vamos analisar caso a caso. Mas antes observa a seguinte tabela, em que a base da potência é mantida e o expoente vai diminuindo de uma unidade.

Número	Base da potência	Expoente da potência	Potência
$\div 2$ → 8	2	3 → -1	2^3
→ 4	2	2 → -1	2^2
$\div 2$ → 2	2	1 → -1	2^1
→ 1	2	0 → -1	$2^0 \longrightarrow 2^0=1$
$\div 2$ → $\frac{1}{2}$	2	-1 → -1	$2^{-1} \longrightarrow 2^{-1}=\frac{1}{2}$
$\div 2$ → $\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$	2	-2	$2^{-2} \longrightarrow 2^{-2}=\frac{1}{2^2}$

Segundo esta tabela, podemos dizer $2^0=1$, mas isto é valido para qualquer base não nula.

$$a^0=1, a\neq 0$$

Qualquer número elevado a zero é igual a unidade.

Por outro lado, verificou-se que $2^{-1}=\frac{1}{2}$, $2^{-2}=\frac{1}{2^2}$, o que é também válido para qualquer base não nula $a^{-n}=\frac{1}{a^n}, a\neq 0$

Então podemos enunciar as seguintes regras:

- **Base racional e expoente positivo**

Venda proibida

Quando a base for um número racional e o expoente for positivo, obteremos a potência efectuando o produto dos factores. Simbolicamente teremos: $\left(\frac{a}{b}\right)^{+n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \ldots \times \frac{a}{b}}_{\text{n factores}}$

Exemplos:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{+4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

b) $3^{+4} = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

c) $(0{,}4)^3 = 0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}064$

- **Base racional e expoente negativo**

Se o expoente é negativo, devemos fazer o inverso do número, que é trocar numerador com denominador, para o expoente passar a ser positivo. Simbolicamente teremos:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{+n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Exemplos:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

b) $(0{,}4)^{-3} = \left(\frac{1}{0{,}4}\right)^{3} = \frac{1}{0{,}4} \times \frac{1}{0{,}4} \times \frac{1}{0{,}4} = \frac{1}{0{,}064}$

c) $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

- **Base racional e expoente zero**

Se o expoente for 0, a reposta referente à potência sempre será 1. Simbolicamente teremos:

$$a^0 = 1$$

Exemplos:

a) $\left(\frac{7}{9}\right)^{\mathbf{0}} = \mathbf{1}$

b) $(0{,}00000002333)^0 = \mathbf{1}$

Aplicação das regras de potenciação no cálculo com potências

Vamos rever as regras de potenciação:

a) No produto de potências de mesma base conserva a base e adiciona-se os expoentes.
b) Na divisão de potências de mesma base conserva a base e subtrai-se os expoentes.
c) Na potência de potência mantem-se a base e multiplica-se os expoentes.
d) Na potência de um produto, o expoente geral é expoente dos factores.
e) Na multiplicação de potências com o mesmo expoente conserva o expoente e multiplica as bases.

Como vê, as regras da potenciação são as mesmas que aprendeu na lição sobre potências de base fraccionária e expoente natural, a diferença é do expoente que é inteiro, e por isso, é necessário prestar atenção quando o expoente é positivo, negativo ou zero. A seguir apresentamos alguns exemplos da sua aplicação.

Venda proibida

Exemplos:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{+2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{+3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{5}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{5} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2}$

c) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2\times(-3)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = 2^{6}$

d) $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 2^{4} \times 3^{4} = (2 \times 3)^{4}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{+4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4} \times 3^{4} = \left(\frac{1}{2} \times 3\right)^{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4}$

Viu! Muito fácil, não é? É só seguir as regras que se chega ao resultado facilmente. A seguir vai exercitar o que acabou de aprender.

Exercícios

1. A respeito das propriedades de potências, Assinale com V se for correcta e com F se for falsa?
   a) ( ) No produto entre duas potências de mesmo expoente, conserva-se a base e somam-se os expoentes.
   b) ( )Na divisão entre duas potências de mesmo expoente, conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.
   c) (V) Em uma potência de expoente negativo, inverte-se a base e troca-se o sinal do expoente.
   d) ( )Em uma potência de potência, conserva-se a base e somam-se os expoentes.

2. Escreva sob forma de potência:
   a) 27 b) 1000 c) 0,001 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{9}{36^{-1}}$ f) $\left(\frac{1}{(-25^{2})}\right)^{3}$

3. Resolva os seguintes exercícios:
   a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{2}$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$ c) $\left(\frac{7}{2}\right)^{4} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{-5} \div \left(\frac{7}{2}\right)^{8}$

4. Calcule o valor de cada uma das seguintes expressões:
   a) $2^{-2} - \frac{2^{-1}}{2} + 3^{0}$ b) $5 \times 5^{-2} - \frac{2^{2}}{2} + 1^{3}$ c) $(2^{2} \div 2^{-4}) \div \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-1}$

Venda proibida

d) $(6^{-5} \div 6^{-2})^3 \times 36^5$ e) $\frac{0{,}1^3 \div 0{,}01^2 \times 0{,}1}{10^{-2} \times 0{,}5^{-2}}$ f) $\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 + \left(1+\frac{1}{2}\right)^{-1}$

Caro aluno, agora é momento de fazer o resumo da matéria estudada nesta lição

Resumo da lição

Caro aluno nesta lição você aprendeu a transformar potência de expoente negativo em potência de expoente positivo e vice-versa bem como a transformar potência de expoente zero e a aplicar regras de potenciação no cálculo com potências.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na chave de correcção.

Chave de correcção

1. a) F b) F c) V d) F

2. a) 3^3 b) 10^3 c) 10^{-3} d) 3^{-1} e) 18^2 f) -5^{-12}

3. a) 4 b) $\frac{81}{16}$ c) $\left(\frac{2}{7}\right)^9$

4. a) 1 b) $-\frac{4}{5}$ c) 32 d) 6 e) 25 f) $\frac{131}{192}$

Venda proibida

Teste de preparação

1. Dada a equação $x - 4 = 2\sqrt{3}x + 6$, indique:
   a) Os termos da equação;
   b) Os termos semelhantes.

2. Escreva a equação que se segue, na forma canónica: $2x - 3 = 3x + 5$

3. Verifique em cada alínea se $x = 2$ é solução de cada equação:
   e) $2x = 4$ f) $5 + x = 8$
   g) $3x + 1 = 7$ h) $\frac{2x}{3} - 2 = x - 3$

4. Encontre, por método de tentativa a solução de cada uma das equações:
   d) $\frac{x}{2} = 4$
   e) $3x - 1 = 5$

5. Verifique se as equações abaixo são equivalentes
   a) $2x + 3 = 5$ e $x - 1 = 0$
   b) $10z - 15 = 5z$ *e* $5z = 20$

6. O peso de uma determinada pessoa era de 86 Kg mas, graças a uma dieta rigorosa, baixou para 72 kg. Qual é a percentagem desta diminuição?

7. Um rio teve um aumento de 15% no seu caudal. Devido às chuvas o seu caudal passou a ser de 322 $322\frac{m^3}{s}$. Qual era o caudal inicial antes do aumento?

8. Sabendo que um terreno possui 50m de largura e a sua representação em um desenho é de 20 cm. Encontre a escala deste desenho.

9. Para cada 2 automóveis que vende, Carlos ganha 200 meticais de comissão. Quanto ele recebeu de comissão no mês que vendeu 15 automóveis?

10. Classifique as grandezas relacionadas a seguir em directamente ou inversamente proporcional.
    a) Consumo de combustível e quilómetros percorridos por um veículo.
    b) Quantidade de tijolos e área de uma parede.
    c) Desconto dado em um produto e o valor final pago.
    d) Número de torneiras de mesma vazão e tempo para encher uma piscina.

Venda proibida

11. Simplifique e depois efectue a multiplicação.

a) $\frac{15}{7} \times \frac{2}{3}$ b) $\frac{12}{8} \times \frac{4}{3}$

12. Efectue as divisões, indicando o quociente como função irredutível

a) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ b) $21 : \frac{7}{3}$

13. Efectue as seguintes operações

a) 3^{-3} b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

14. Complete os espaços em branco:

a) Qualquer número natural elevado ao expoente ------ é igual ao próprio número da base.
b) Qualquer número natural não-nulo elevado ao expoente 0 é igual a-------.
c) Qualquer potência cuja base é o número 1 possui também como resultado o número---.

Venda proibida

Chave de correcção

1. a) Os termos da equação são: $x;\ -4;\ 2\sqrt{3}\,x;\ -4\ e\ 6$

   b) Termos semelhantes: x e $2\sqrt{3}\,x$ -4 e 6.

2. $x + 8 = 0$
3. a) é solução; b) Não é solução; c) é solução d) Não é solução
4. a) $x = 8$ b) $x = 2$
5. a) São equivalentes pois tem mesma solução $x\ = 1$.

   b) Não são equivalentes pois para uma $z = 5$ e para a outra $z = 4$
6. A diminuição é de 16,3%
7. O valor inicial era de $280m^2/s$
8. $\frac{2}{500}$ Para cada 2cm no desenho, equivale a 500 cm no terreno.
9. $\frac{2}{200} = \frac{15}{x} - -> x = 1500Mt$
10. a) Directamente proporcional b) Directamente proporcional

    c) Inversamente proporcional d) Inversamente proporcional
11. a) $\frac{15}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$ b) $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$
12. a) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{5}$ b) $21 : \frac{7}{3} = 21 \times \frac{3}{7} = \frac{63}{7} = 9$
13. a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{25}{4}$
14. a) 1 b) 1 c) 1

Venda proibida

Bibliografia

Amaral, a. J., & Nhalungo, C. (2004). *As maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Chuquela, N. J., & Langa, N. (2008). *Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Gelson Iezzi & Samuel Hazzan, (2004). Fundamentos de Matemática Elementar – Conjuntos e funções – Vol.1 8ª edição SP Atual editora.

Giovane José Rui & Bonjorno José Roberto (1992). Matemática 1º e 2º grau, S. Paula, Editora FTD S.A.

Guibundana, D., & Sapatinha, J. C. (2009). *Saber Matemática.* Maputo: Logman Moçambique Lda.

Langa, H., & Chuquela, N. J. (2010). *Matemática.* Maputo: Plural editora.

Nhezi Ismael *Cassano (*2005). M10 Matemática 10ª classe*,* Lda, Moç.Texto Editores,

Sapantinha, J. C., & Guibundana, D. H. (2010). *saber Matemática.* Maputo: Longman Moçambique.

Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A Maravilha dos Números.* Maputo: Texto Editores.

Venda proibida

IEDA