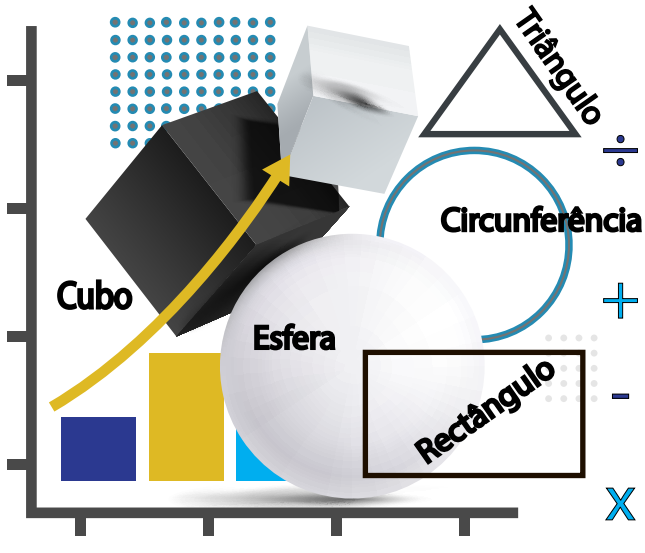
República de Moçambique
Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano
Instituto de Educação Aberta e à Distância

MATEMÁTICA



MÓDULO 1

Venda proibida

Programa do Ensino Secundário à Distância - 1º Ciclo

PESD I

Módulo 1 de Matemática

Venda proibida

Moçambique – 2023

Ficha Técnica

© Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano

Título:

Módulo 1 de Matemática

Direcção Geral:

- Manuel José Simbine (Director Geral)
- Luís do Nascimento Paulo (Director Geral Adjunto)

Coordenação:

- Castiano Pússua Gimo (Chefe do Departamento Pedagógico)

Elaboração:

- Abel Ernesto Uqueio Mondlane
- Luís do Nascimento Paulo
- Adélia Machaieie
- Gina Guibunda
- Anselmo Chuquela
- Helena Simone
- Onélio da Mena

Revisão Instrucional:

- Simão Arão Sibinde

Revisão Científica:

- Argentino Gonçalves Nunes
- Benedito Tomás

Revisão Linguística:

- Luís Uamusse

Ilustração:

- Dionísio Manjate
- Félix Mindú
- Hermínia Langa

Maquetização:

- Flávio Joaquim Cordeiro
- Hermínio Andrade Banze
- João António Siquisse
- Júlio Ernesto Melo Ngomane

Impressão:

Venda proibida

Caro(a) aluno(a),

Seja bem-vindo/a ao Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD) do primeiro ciclo, abreviadamente designado PESD1.

É com muito prazer que o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH) coloca em suas mãos os materiais de aprendizagem, especialmente concebidos e elaborados para que você, independentemente do seu género, idade, condição social, ocupação profissional ou local de residência, possa prosseguir com os estudos do Ensino Secundário, através do Programa do Ensino Secundário à Distância (PESD), desde que tenha concluído o Ensino Primário.

Este programa resulta da decisão do Governo de Moçambique de oferecer no Sistema Nacional de Educação (SNE) o Ensino Secundário, no país, em duas modalidades: Ensino Presencial e Ensino à Distância, expandindo, assim, o acesso à educação a um número cada vez maior de crianças, jovens e adultos moçambicanos, como você.

Ao optar por se matricular no PESD1, você vai desenvolver conhecimentos, habilidades, atitudes e valores definidos para o graduado do 1 º ciclo do Ensino Secundário, que vão contribuir para a melhoria da sua vida, da sua família, da sua comunidade e do País.

Para a implementação deste programa, o MINEDH criou Centros de Apoio à Aprendizagem (CAA), em locais estrategicamente escolhidos, onde você e os seus colegas dever-se-ão encontrar periodicamente com os tutores, que são professores capacitados para apoiar a sua aprendizagem, esclarecendo as dúvidas, orientando e aconselhando-o na adopção de melhores práticas de estudo.

Estudar à Distância exige o desenvolvimento de uma atitude mais activa no processo de aprendizagem, estimulando em si a necessidade de muita dedicação, boa organização, muita disciplina, criatividade e, sobretudo, determinação nos estudos. Por isso, fazemos votos de que se empenhe com afinco e responsabilidade para que possa, efectivamente, aprender e poder contribuir para um Moçambique sempre melhor.

Bons Estudos!

Maputo, aos 18 de Janeiro de 2024

CARMELITA RITA NAMASHULUA

MINISTRA DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

ÍNDICE

INTRODUÇÃO 6

I. SOBRE O PESD 1 6
II. SOBRE A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA 6
III. PROCESSO DE ESTUDO 6
IV. AVALIAÇÃO 7
V. ÍCONES 8

INTRODUÇÃO AO MÓDULO 9

LIÇÃO Nº 1: INTRODUÇÃO DE NOÇÃO DE CONJUNTO 11

LIÇÃO Nº 2: RELAÇÃO ENTRE CONJUNTOS 15

LIÇÃO Nº 3: REUNIÃO E INTERSECÇÃO DE CONJUNTO 20

LIÇÃO Nº 4: CONJUNTO DE NÚMEROS NATURAIS 23

LIÇÃO Nº 5: OPERAÇÕES EM N 29

LIÇÃO Nº 6: CONJUNTO DE NÚMEROS INTEIROS 35

LIÇÃO Nº 7: NÚMEROS SIMÉTRICOS 39

LIÇÃO Nº 8: PROPRIEDADES DE REUNIÃO E INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS E IGUALDADE DE CONJUNTOS 42

LIÇÃO Nº 9: DIFERENÇAS DE CONJUNTOS 45

LIÇÃO Nº 10: OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS (ℤ) 49

LIÇÃO Nº 11: ADIÇÃO ALGÉBRICA 52

LIÇÃO Nº 12: MULTIPLICAÇÃO EM ℤ 55

LIÇÃO Nº 13: DIVISÃO EM Z 58

LIÇÃO Nº 14: TRIÂNGULOS 60

LIÇÃO Nº 15: ÂNGULOS 69

LIÇÃO Nº 16: POLÍGONOS 78

LIÇÃO Nº 17: ÂNGULOS DE UM TRIÂNGULO 84

LIÇÃO Nº 18: CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO 88

LIÇÃO Nº 19: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS 94

LIÇÃO Nº 20: NÚMEROS FRACCIONÁRIOS E NÚMEROS DECIMAIS 100

LIÇÃO Nº 21: FRACÇÕES IRREDUTÍVEIS 107

LIÇÃO Nº 22: APROXIMAÇÃO E ARREDONDAMENTO DE NÚMEROS DECIMAIS 113

LIÇÃO Nº 23: ADIÇÃO E SUBTRACÇÃO DE NÚMEROS FRACCIONÁRIOS E NÚMEROS DECIMAIS 120

LIÇÃO Nº 24: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS FRACCIONÁRIOS E DECIMAIS 126

LIÇÃO Nº 25: POTÊNCIA DE BASE FRACCIONÁRIA OU DECIMAL DE EXPOENTE NATURAL 133

Venda proibida

LIÇÃO Nº 26: PERÍMETRO DE FIGURAS COMPOSTAS.....137
LIÇÃO Nº 27: PERÍMETRO DE POLÍGONOS REGULARES.....140
LIÇÃO Nº 28: ÁREAS DE FIGURAS PLANAS: ÁREA DO TRAPÉZIO, DO LOSANGO E DO CÍRCULO.....144
LIÇÃO Nº 29: ÁREA DA PARTE TRACEJADA DE ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS 150
LIÇÃO Nº 30: CÁLCULO DE ÁREAS DE POLÍGONOS REGULARES 154
TESTE DE PREPARAÇÃO 157
CHAVE DE CORRECÇÃO.....160
BIBLIOGRAFIA.....161

Venda proibida

INTRODUÇÃO

Caro (a) aluno (a), seja bem-vindo ao Programa do Ensino Secundário à Distância - PESD, uma opção de aprendizagem que lhe permite prosseguir com seus estudos pós-primários, para concluir o nível secundário.

A seguir apresentamos algumas informações que você deve conhecer antes de iniciar o seu estudo.

I. Sobre o PESD 1

Neste programa, você tem a oportunidade de estudar o primeiro ciclo do Ensino Secundário, mediante a leitura dos módulos auto-instrucionais, de forma individual, respeitando o seu ritmo próprio, para que depois de completar a aprendizagem dos conteúdos programados, seja submetido aos exames nacionais, cujos resultados positivos permitirão que você receba um certificado de conclusão do ciclo.

Neste programa, a sua aprendizagem será feita por ciclo, sendo que irá receber um conjunto de módulos de todas as disciplinas que compõem o primeiro ciclo do ensino secundário (7ª, 8ª ou 9ª classes), não se distinguindo cada uma destas três classes. Por essa razão, ao concluir o estudo deste conjunto de módulos, terá concluído o estudo do ciclo todo, estando habilitado a realizar os exames da 9ª classe.

II. Sobre a disciplina de Matemática

Neste ciclo, os conteúdos de **Matemática** estão estruturados em **5** (cinco**)** módulos. Cada módulo é constituído por um conjunto de lições.

Cada lição tem a seguinte estrutura: o título da lição, os objectivos, o tempo de estudo, o desenvolvimento (no qual encontramos a explicação dos conceitos, a demonstração de experiências e actividades), os exercícios, o resumo e a chave de correcção. Poderá encontrar o glossário, isto é, o significado de algumas palavras, no fim da lição.

III. Processo de estudo

O processo de estudo no PESD inicia depois de você receber um conjunto de orientações sobre o funcionamento da aprendizagem no ensino à distância, que são dadas no Centro de Apoio à Aprendizagem (CAA) pelo respectivo Gestor. Assim, você receberá, no máximo, dois módulos, dando início ao seu estudo. O estudo é de caracter individual e consiste na leitura dos conteúdos existentes nos módulos.

Venda proibida

Para efeitos de registo de notas pessoais (sistematização de informação, resumo das lições, resolução de actividades e exercícios, testes de preparação, incluindo anotação de dúvidas), você deverá usar um caderno. O caderno o ajudará a ser planificado e organizado no seu estudo.

Caro/a aluno/a, a actividade de leitura faz parte do processo de estudo. Ela prepara a você a ganhar habilidade de leitura observando as regras de entoação, pausa e ritmo adequado.

Sendo assim, a actividade de leitura expressiva nas diferentes tipologias textuais previstas, nesta disciplina, deve ser feita e caberá ao seu tutor, ao longo do processo de seu estudo, a responsabilidade de programar, acompanhar e aferir o nível de atingimento dos objectivos programáticos traçados para este nível.

IV. Avaliação

No Ensino à Distância a avaliação faz parte do processo de aprendizagem. Sabe por quê? Ela estimula o seu interesse pela matéria e ajuda-lhe a medir em que medida está ou não a progredir na aprendizagem.

Por esta razão, ao longo e no final dos módulos aparecem actividades avaliativas, em diferentes formatos ou com diferentes nomes: *exercícios*, *actividades*, *experiências*, *resumos* e *testes de preparação*. Você deve resolver cada uma delas.

Depois de resolver um determinado tipo de actividade avaliativa, para você certificar-se se resolveu bem ou não, deverá consultar a Chave de correcção disponível logo após a actividade ou no fim do módulo.

Nas últimas páginas do módulo, vai encontrar um conjunto de questões denominadas “Teste de Preparação”, que serve para verificar o seu nível de assimilação dos conteúdos aprendidos no módulo e ao mesmo tempo que lhe prepara para a realização do Teste de Fim de Módulo (TFM).

O TFM é o teste ou prova que você irá realizar no fim de cada módulo no CAA, vigiado pelo gestor ou tutor. A nota obtida no TFM serve de base para efeito de admissão ao exame.

No fim do ciclo, realizará um Exame Nacional, com base no qual, tendo aproveitamento positivo, ser-lhe-á emitido um certificado de conclusão do 1º ciclo do Ensino Secundário.

Venda proibida

V. Ícones

Ao longo do módulo, você irá encontrar alguns símbolos gráficos com os quais se deve familiarizar antecipadamente, para a facilitação do seu estudo. Sempre que vir determinado ícone terá conhecimento prévio do que deve acontecer.

Glossário	**Desenvolvimento**	**Exercícios**	**Reflexão**
Tempo	**Resumo**	**Chave de correcção**	**Actividade de grupo**
Objectivos	**Discussão**	**Estudo de caso**	**Teste de preparação**
Note	**Dica**	**Ajuda**	**Experiências**
Vídeo	**Áudio**		

Venda proibida

INTRODUÇÃO AO MÓDULO

Seja bem-vindo, caro (a) aluno (a), ao estudo do módulo **1** da disciplina de **Matemática** do Programa do Ensino Secundário à Distância para o primeiro ciclo, PESD1.

Este módulo é constituído por **4 (quatro)** unidades temáticas, subdivididas em lições, respectivamente:

Unidade Temática 1: **NÚMEROS E OPERAÇÕES (1)**
Unidade Temática 2: **GEOMETRIA (1)**
Unidade Temática 3: **NÚMEROS E OPERAÇÕES (2)**
Unidade Temática 4: **GEOMETRIA (2)**

Objectivos do Módulo

Quando terminar o estudo deste primeiro módulo, você será capaz de:

- Aplicar conhecimentos sobre conjuntos na resolução de problemas;
- Resolver problemas simples, envolvendo operações com números naturais e inteiros relativos;
- Aplicar os conhecimentos básicos sobre geometria (ângulos, Triângulos, circunferência, polígonos e sólidos geométricos) na resolução de problemas;
- Identificar números fraccionários;
- Efectuar operações com números fraccionários.
- Determinar perímetro de figuras compostas;
- Determinar a área da parte tracejada de uma figura plana.

Recomendações para o Estudo

Estimado estudante, para ter sucesso no estudo deste módulo, é necessário, muita dedicação, portanto aconselhamos o seguinte:

- Reserve pelo menos 3 horas por dia para o estudo de cada lição e resolução dos exercícios propostos;
- Procure um lugar tranquilo que disponha de espaço e iluminação apropriada, pode ser em casa, no Centro de Apoio à Aprendizagem (CAA) ou noutro lugar perto da sua casa;
- Durante a leitura, faça anotações no seu caderno sobre conceitos, fórmulas e outros aspectos importantes sobre o tema em estudo;
- Aponte também as dúvidas a serem apresentadas aos seus colegas, professor ou tutor de forma a serem esclarecidas;

Venda proibida

- Faca o resumo das matérias estudadas, anotando as propriedades e regras a serem aplicadas;
- Resolva os exercícios e só consulte a chave-de-correcção para confirmar as respostas. Caso tenha respostas erradas volte a estudar a lição e resolve novamente os exercícios por forma a aperfeiçoar o seu conhecimento. Só depois de resolver com sucesso os exercícios poderá passar para o estudo da lição seguinte. Repita esse exercício em todas as lições. Ao longo das lições você vai encontrar figuras que o orientarão na aprendizagem.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 1: Introdução de Noção de conjunto

Introdução

Caro aluno, nesta primeira lição do módulo, falaremos sobre os conjuntos e seus elementos. Iremos abordar o conceito do conjunto, identificar os seus elementos, designá-los, definir o conjunto por extensão e compreensão, representá-lo por meio de chaveta e por diagrama de venn e no fim estabelecer a relação de pertença. Como vê, para ter sucesso nesta lição, a sua atenção e concentração são determinantes.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar um conjunto e seus elementos;
- Designar um conjunto;
- Definir um conjunto por extensão;
- Definir um conjunto por compreensão;
- Representar um conjunto por meio de chavetas;
- Representar um conjunto por meio de diagrama de venn;
- Estabelecer a relação de pertença.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Noção de conjuntos

Caro aluno, de certeza que já ouviu falar de grupo de pessoas, plantas, animais. Por isso, antes de iniciarmos a lição dê 3 exemplo de grupo, e aponte-os no seu caderno.

Sugerimos que sejam:

- O grupo dos membros da sua família;
- O grupo de frutas;
- O grupo de animais domésticos.

Já apontou? Foi fácil? Sim…sim foi fácil. Vamos prosseguir, a lição.

Repare que aos grupos acima referenciados designam se **conjunto**s. Portanto, **conjunto** é uma colecção ou agrupamento de objectos, seres, pessoas, etc., que apresentam uma determinada característica em comum.

Venda proibida

Exemplo:

Conjunto de vogais, da língua portuguesa. Este conjunto tem como componentes as vogais *a*, *e*, *i*, *o*, *u*.

Os conjuntos são designados por letras maiúsculas. E, de seguida vamos mostrar como se representa o conjunto de vogais de que temos vindo a falar. Preste atenção!

A=$\{a, e, i, o, u\}$

Como viu, foi fácil apresentar o conjunto A das vogais do alfabeto da língua portuguesa.

Vamos prosseguir com a nossa lição formando dois conjuntos de números naturais, nomeadamente:

$A = \{1,2,3,4,5\}$ e B=$\{0, 2,4,6,8\}$

Como se pode ver, estes conjuntos possuem o mesmo número de elementos que o das vogais. Estes conjuntos estão definidos por **extensão,** pois enumeramos os seus elementos dentro de chavetas e separando-os por virgulas.

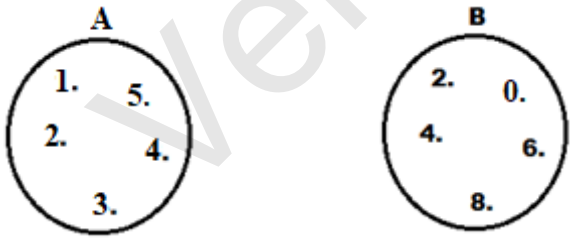
Muito bem! Vamos agora aprender a outra forma de definir os mesmos conjuntos:

$$A = \{Conjunto\ dos\ números\ naturais\ de\ 1\ até\ cinco\}$$

$$B = \{\ Conjuntos\ dos\ números\ naturais\ pares\ menores\ que\ 10\}$$

Os conjuntos A e B estão definidos por **compreensão,** pois foram definidos por meio de uma propriedade que caracteriza os seus elementos.

Caro aluno, como vê, nas duas situações de representação de conjuntos, usou-se chavetas. Não é? É! Mas esta não é a única forma de representar conjuntos. Podemos também representar os conjuntos por meio de diagrama. Chama-se **diagrama de venn.** Veja o exemplo abaixo.



Portanto, os conjuntos A e B estão representados por extensão através do diagrama de Venn. Depois de vermos a noção de conjunto e a respectiva forma de representação, agora vamos ver o conceito de relação de pertença.

Relação de Pertença

Quando um elemento faz parte de um conjunto, diz-se que ele (o elemento) pertence a esse conjunto. Para tal, usam-se os símbolos seguintes:

$\in$ – Lê-se: **Pertence** $\notin$ – Lê-se: **Não pertence**

Venda proibida

Observa o exemplo: F= { 0, 2, 4, 5, 6, 7, 8}

Assim, podemos dizer:

4∈ F, lê-se 4 pertence ao conjunto F

9 ∉ F, lê-se 9 não pertence ao conjunto F

Caro aluno, agora é momento de você avaliar o quanto já aprendeu sobre conjuntos e seus elementos, sua designação e apresentação, resolvendo uma breve actividade.

Actividades

1. Dados conjuntos H={0, 2, 4, 6, 8, 10, 12} e P={*Números impares menores que* 13 }, defina:
   a) O conjunto H por compreensão;
   b) O conjunto P por extensão;

2. Observe os conjuntos:
   A={3, 4, 9 , 11, 12, 13} ; B={19, 15, 10, 11, 9} ; C={−2, 6, 7, 9}

2.1. Preencha os espaços em branco usando os símbolos de ∈ *e* ∉.

a) 9 __ B; c) 4 __ C; e) 8 __ C; g) 7 __ A; i) 11 __ C

b) 11 __ A; d) 12 __ B; f) -2 __ C; h) 9 __ A

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro aluno, depois duma intensa interacção com a lição estudada, ficou claro que conjunto é uma colecção ou agrupamento de objectos, seres, pessoas, etc., que apresentam uma determinada característica em comum.

Vimos também que os conjuntos são designados por letras maiúsculas, sendo que os seus elementos são designados por letras minúsculas e separados por vírgulas dentro de chavetas. Os elementos de um conjunto podem, também, ser representados por um diagrama de venn. E finalmente foi fácil entender que um conjunto pode ser definido por extensão ou por compreensão. Aprendeu também

Venda proibida

que a relação de pertença é sinalizada pelos sinais "∈, para dizer que o elemento pertence ao conjunto e ∉" quando o elemento não faz parte do conjunto.

Muito bem! Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) Por compreensão: H= { $números\ pares\ menores\ que\ 14$}
   b) Por extensão: P= $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

2.
   a) 9 ∈ B;
   b) 11∈A;
   c) 4∉ C;
   d) 12∉B;
   e) 8∉ C;
   f) -2∈C;
   g) 7 ∉ A;
   h) 9∈ A;
   i) 11 ∉ C

Parabéns**!** Conseguiu resolver os exercícios de forma acertada? Excelente trabalho! Está a aprender bem esta matéria. Pode continuar com o seu estudo passando para a lição que se segue. Se teve dificuldade em resolver os exercícios, sugerimos que procure a ajuda de colegas ou que visite o CAA e peça apoio ao Tutor. Convém não avançar com o seu estudo sem compreender bem este conteúdo, pois vai precisar destes conhecimentos para as lições que se seguem. Não desanime.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 2: Relação entre conjuntos

Introdução

Caro aluno, na segunda lição falaremos sobre o conjunto singular, conjunto vazio e conjunto universo, bem como da noção de subconjunto, da noção de inclusão e de conjunto finito. Mãos a obra!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Definir conjunto singular, conjunto vazio e conjunto universo;
- Definir subconjunto;
- Usar os símbolos de contém e não contém;
- Usar símbolos de contido e não contido para relacionar conjuntos.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Conjunto vazio, conjunto singular e conjunto Universo

Caro aluno na lição anterior falámos da relação entre um elemento e um conjunto. Nesta lição vamos falar da relação entre conjuntos, começando por definir conjunto vazio, conjunto singular e conjunto universal.

Então, o que será um conjunto vazio? Conjunto singular? E conjunto universal? Que relação existe entre estes conjuntos?

Para responder a estas questões consideremos as seguintes situações:

1. Noção de Conjunto Vazio

Imaginemos um conjunto formado por todas pessoas do mundo com uma altura igual ou superior a 10 metros. Olhando para este conjunto, é claro que não existe nenhuma pessoa do mundo com uma altura igual ou superior a 10 metros. Assim, este conjunto considera se conjunto vazio, pois não tem nenhum elemento.

Portanto, o conjunto de pessoas com uma altura igual ou superior a 10 metros é um conjunto vazio. E, simbolicamente fica assim:

Venda proibida

Conjunto de pessoas altura igual ou superior a 10 metros.

Um outro Exemplo de conjunto vazio**:**
Conjunto V dos números pares, que terminam por 1, é um conjunto vazio, pois não existem números pares que terminam por 1
Logo: V ={ } **ou** ∅

2. **Noção de Conjunto Singular**

Imaginemos o conjunto formado por dias de semana, cujo nome começa com a letra D**.** Olhando para este conjunto, é claro que existe apenas um dia. É o "domingo". Assim, a este conjunto considera se **conjunto singular**, pois possui apenas um elemento.
Portanto, conjunto singular é aquele que possui apenas um elemento.
Simbolicamente fica assim representado:
Conjunto de dias de semana, cujo nome começa com a letra D.

Outros exemplos de conjunto Singular:
T = { o nome da província de Moçambique que começa com a letra T}.
A resposta seria Tete, logo, o conjunto T fica:
T = { Tete}.

3. **Noção de conjunto universo**

Conjunto formado por todas as províncias de Moçambique. Este conjunto é composto pelas províncias de Niassa, Cabo delgado, Nampula, Tete, Zambézia, Manica, Sofala, Inhambane, gaza, Maputo-província e Maputo-cidade. Tomando em consideração que este conjunto representa todas as províncias de Moçambique, pode-se afirmar que este conjunto representa **o conjunto universo** das províncias de Moçambique.

Portanto, **conjunto universo** é aquele que formado por todos os elementos que devem ser considerados como tendo a mesma característica e é designado pela letra U.
Simbolicamente fica assim representado:
Conjunto de todas as províncias de Moçambique.

Outros exemplos:
Considere os conjuntos A={5,6,7,8}; B={1,2,3,4}; C={9,10,11}, O conjunto dos números naturais é o conjunto universo dos conjuntos A, B e C, pois os seus elementos são números naturais.
Relação entre conjuntos

Venda proibida

Caro aluno, considere os conjuntos:

U={ $Galinha, pato, cão, cabrito, perú, gato$ ….} como sendo de animais domésticos.

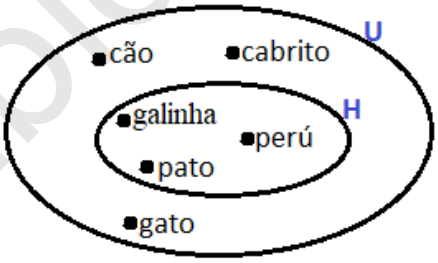
H={ $Galinha, perú, pato$} como conjunto das aves.

É fácil verificar que todos os elementos do conjunto H fazem parte do conjunto U. Assim, podemos afirmar que:

a) O conjunto H está contido no conjunto U. Simbolicamente escreve-se: $H \subset U$ e lê-se H está contido em U.
b) O conjunto U contém o conjunto U. Simbolicamente escreve-se: $U \supset H$ e lê-se U contém H.

Desta forma, diz-se que um conjunto está contido no outro se cada um dos seus elementos também pertence ao outro conjunto. Portanto, este conjunto que está contido no outro é um subconjunto do outro.

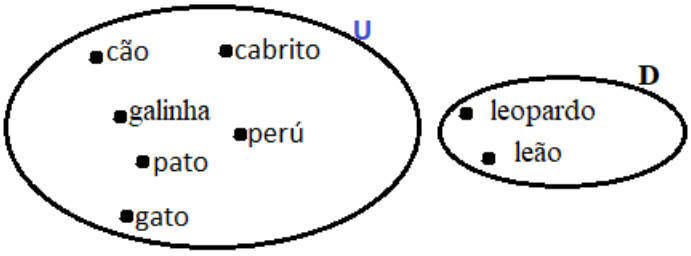
Usando o diagrama de venn, na representação dos conjuntos U e H, tendo em conta que conjunto H é subconjunto de conjunto U, o exemplo fica:



Caro aluno, agora, considere o conjunto $D = \{Leão, Leopadro\}$. Será que os elementos deste conjunto pertencem ao conjunto U acima definido? Está claro que os elementos do conjunto D não são animais domésticos, então, o conjunto D não é subconjunto do conjunto U. Portanto, quando os elementos de um conjunto não fazem parte do outro, diz-se que:

c) O conjunto D não está contido no conjunto U. Logo, simbolicamente escreve-se: $D \not\subset U$ e lê-se D não está contido em U.
d) O conjunto U não contém o conjunto D. Simbolicamente escreve-se: $U \not\supset D$ e lê-se U não contém D.

Esta relação pode ser representada desta forma:



Desta forma, como conclusão, pode se afirmar que:

- Qualquer conjunto é subconjunto de si próprio;
- O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

Noção do conjunto finito

Venda proibida

Caro aluno, considere o conjunto A=$\{a, e, i, o, u\}$. Portanto, o conjunto das vogais do alfabeto de Português que já vimos atrás, que começa com a letra **a** e terminam com a letra **u.** Portanto, este conjunto tem o princípio e o fim, o que significa que o conjunto tem um número limitado dos seus elementos. Na linguagem matemática, a este tipo de conjunto (com número limitado de seus elementos), chama-se **conjunto finito.** O conjunto finito é aquele que é possível enumerar todos os seus elementos.

Exemplo:

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{x \in \mathbb{N}: 2 < x \leq 5\}$

Caro aluno, agora é momento de você avaliar o quanto já aprendeu sobre relação entre conjuntos, resolvendo as actividades a baixo:

Actividades

1. Considere os conjuntos

   F= $\{4, 5, 7\}$ G= $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

   Na relação entre conjuntos, coloque **V** na afirmação verdadeira e **F** na afirmação falsa

   a) F⊃G c) $\emptyset \in F$

   b) F⊂G d) Represente no mesmo diagrama de venn, os conjuntos F e G.

2. Ao definirmos o conjunto finito, ficou entendido que é conjunto finito aquele conjunto em que pode contar-se os seus elementos ou que começa e termina.
   Dê um exemplo de um conjunto que tem princípio e fim.

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição:

Caro aluno! Depois duma leitura cuidadosa sobre esta lição, de certeza que conseguiu reter que todo conjunto que não possui nenhum elemento, é chamado conjunto vazio, enquanto a quele que só possui um elemento, chamamos de conjunto singular. E consideramos conjunto Universal aquele que é constituído por todos os elementos com os quais estamos a trabalhar.

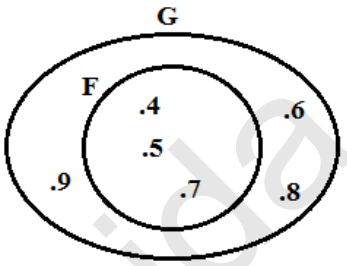
Venda proibida

Na relação de inclusão, um conjunto está contido no outro se cada um dos seus elementos também fazem parte do outro conjunto. O conjunto finito é aquele que podemos contar os seus elementos de princípio até ao fim.

É chegado o momento de comparar as suas respostas com as da chave de correcção a seguir apresentada.

Chave de Correcção

1. a) F b) V c) F d)



2. O conjunto do alfabeto é um conjunto finito pois começa com a letra A e termina na letra Z.

Parabéns, conseguiu resolver os exercícios acertadamente? Excelente trabalho!

Venda proibida

LIÇÃO Nº 3: Reunião e intersecção de conjunto

Introdução

Caro aluno, nesta terceira lição falaremos da reunião e intersecção de dois conjuntos, usando os símbolos de reunião e intersecção de conjunto.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Aplicar os símbolos de reunião e de intersecção de conjuntos nas operações com conjuntos.

A sua aprendizagem terá uma duração de 60 minutos.

Noção de reunião e intersecção de dois conjuntos

Comece a sua lição pela noção de reunião de conjuntos.

Reunião de conjuntos

Considere os conjuntos D={3,4,5,6,7,8} e E={1,2,3,4,5}.

A reunião destes dois conjuntos D e E é um terceiro conjunto formado por todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos. Essa reunião, na Matemática, é representada simbolicamente pela letra ∪.

E fica assim:

$D = \{\ 3,4,5,6,7,8,\}$ $E = \{\ 1,2,3,4,5\ \}$ Então: $D \cup E = \{1,2\ 3,4,5,6,7,8,\}$

Intersecção de dois conjuntos

Caro aluno, no nosso dia-a-dia, falar da intersecção é falar do cruzamento de vários assuntos ou várias ideias. Já na matemática, intersecção corresponde a uma operação sobre dois ou mais conjuntos que resulta um novo conjunto com todos elementos que são comuns.

Olhando para intersecção de dois conjuntos será o conjunto formada pelos elementos comuns aos dois conjuntos dados. Ela é representada pelo símbolo ∩.

Venda proibida

Exemplo:

Considere o conjunto A, formado por números naturais maiores que 3 e menores que 11 e o conjunto B, formado por números ímpares menores que 11.

$A = \{4,5,6,7,8,9,10\}$ e $B = \{1,3,5,7,9\}$

Qual será o conjunto de intersecção entre os dois conjuntos?

É importante reter que antes de definir o conjunto intersecção, devemos identificar os elementos comuns nos conjuntos A e B que, neste caso, são os elementos 5, 7 e 9, assim o conjunto intersecção será: $A \cap B = \{5, 7, 9\}$.

Desta forma, podemos definir um novo conjunto, cujos elementos são aqueles que estão repetidos nos dois conjuntos, A e B ou seja, conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B.

Caro aluno, deve entender que quando dois conjuntos não apresentam elementos em comum, diz-se que a intersecção entre eles é um conjunto vazio.

Nesse caso, esses conjuntos são chamados de conjuntos disjuntos: $A \cap B = \emptyset$, ou seja, A e B são conjuntos disjuntos.

Caro aluno, terminado o estudo desta lição é chegado o momento de testar o seu conhecimento, resolvendo os exercícios de aplicação.

Exercícios

1. Dados os conjuntos $B = \{a, c, r, e, t, j\}$ e $C = \{a, e, i, o, u\}$
   a) Represente por meio de chavetas $B \cup C$
   b) $B \cap C$:
   c) Através do diagrama de Venn, represente a intersecção dos conjuntos B e C

Tendo terminado a sua lição, apresente o respectivo resumo, no caderno.

Resumo da Lição

Depois duma leitura cuidadosa sobre a lição, de certeza que conseguiu reter que

o conjunto reunião de dois ou mais conjuntos é formado por todos os elementos que pertencem aos conjuntos dados, e que o conjunto intersecção, é constituído pelos elementos repetidos nesses

Venda proibida

conjuntos. Por fim, que quando dois conjuntos não têm elementos em comum, o conjunto de intersecção entre eles é vazio.

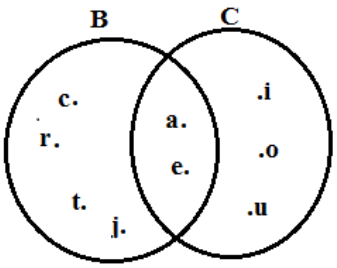
Agora, compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) BUC = {a, c, r, e, t, j, i, o, u}

   b) B∩C= {a, e}

   c)



Parabéns! Respondeu acertadamente os exercícios de consolidação da aula, em casos de dúvida volta a reler a tua lição com atenção até perceber ou peça ajuda aos colegas, família, tutor ou ao gestor do seu CAA.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 4: Conjunto de números naturais

Introdução

Nesta lição, terá oportunidade de aprender a representação de um número natural na recta graduada, de rever a decomposição de números naturais em factores primos, o cálculo do máximo divisor comum e o cálculo do mínimo múltiplo comum pela decomposição de factores.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

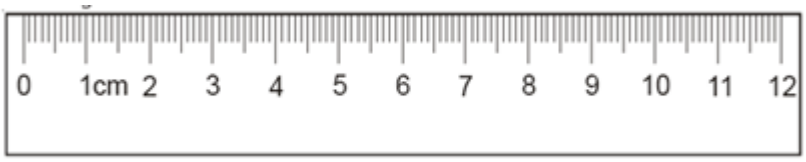
- Representar um número natural na semi-recta graduada;
- Interpretar situações reais, usando números naturais;
- Aplicar estratégias de resolução de problemas envolvendo operações com números naturais;
- Decompor um número em factores primos;
- Calcular o máximo divisor comum.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Representação de números naturais na semi-recta graduada

Caro aluno, de certeza que já viu e usou uma régua graduada, nas classes anteriores. Lá, em sua casa, pode já ter visto este instrumento a ser usado pêlos seus irmãos mais velhos, que estão em classes adiantadas nesta disciplina. Mas também pode ter visto a régua a ser usada por um carpinteiro na construção de portas, janelas entre outras coisas feitas por madeira ou alumínio.

Esta é a imagem de uma régua graduada.



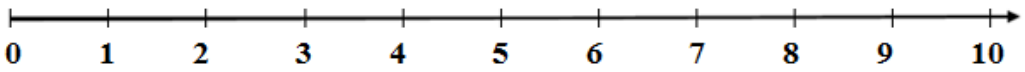
Podemos dizer que a régua é um exemplo de uma semi-recta graduada que serve para medir pequenas distâncias. Assim sendo, diz-se que a recta é graduada por ser um registo de representação dos números racionais (em matemática, um número racional é todo número que pode ser representado na forma de uma fracção de termos inteiros, ou seja, o numerador e o denominador devem ser números inteiros). Portanto, a recta graduada surge com base no conceito de distância entre os pontos, visto

Venda proibida

que toda a distância é representada por um número real e quanto maior esse número for, maior é a distância que ele representa.

Em seguida mostraremos como construir uma recta graduada e o modo como os números reais se comportam quando são neles representados.

Exemplo de uma representação de números naturais na semi-recta graduada:



Decomposição de um número natural em factores primos e o cálculo do máximo divisor comum (*m.d.c*) e o mínimo múltiplo comum (*m.m.c*).

Certo, neste subtema, falaremos da decomposição de um número em factores primos, uma ferramenta muito importante no desenvolvimento matemático, visto que ela permite calcular o máximo divisor comum (*m.d.c*) e o menor múltiplo comum (*m.m.c*) de modo a simplificar expressões numéricas e expressões algébricas. Para isso é importante saber o que são números primos, pois vamos usá-los para decompor os números inteiros. Vamos a isso!

Então, o que é um número primo?

A definição mais comum é: um número é primo se for divisível por 1 e por ele mesmo. Ou seja, é todo o número com dois e somente dois divisores, ele próprio e a unidade. Sendo assim, por exemplo o número 17 é primo por ser divisível apenas por 1 e por 17.

Portanto, para verificarmos se um número é ou não primo devemos listar os seus divisores. Caso estes sejam o 1 e o próprio número, então o número é primo. Caso os divisores sejam mais do que dois, então o número não é primo. Por exemplo: vamos verificar se os números 11 e 21 são ou não primos. Para isso, vamos, primeiro, listar os seus divisores.

a) $\mathrm{D}\,(11\,) = (1{,}11)$

b) $\mathrm{D}\;(21) = (1, 3, 7, 21)$

Conclusão: o número 11 apresenta apenas dois divisores (1 e 11), por isso ele, o número 11, é primo. O número 21 apresenta mais de dois divisores (1,3,7 e 21), por isso ele, o número 21 não é primo.

De notar que os números que possuem mais de dois divisores chamam-se números compostos. Portanto, um número natural é composto quando tem mais de dois divisores naturais distintos. Todo o número composto pode ser decomposto em um produto de dois ou mais factores primos não necessariamente distintos.

Venda proibida

Como decompor um número composto

Um método simples para decompor um número em factores primos é escrevê-lo à esquerda de uma linha vertical. À direita escreve-se seu menor divisor primo. Após realizar a divisão, o resto fica abaixo do número original e o processo continua até o resto ser 1. Por exemplo, vamos decompor o número 24.

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Portanto: $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ou $24 = 2^3 \times 3$

Veja que escrevemos o número 24 em forma de produto. Isso quer dizer que decompomos o número 24 usando os números primos.

Muito bem! Valeu a conversa sobre os números primos e decomposição de um número natural em factores primos.

Cálculo do máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum pelo processo de decomposição em factores primos

A partir dos conhecimentos adquiridos sobre a decomposição de um número composto, vamos agora aprender a calcular o máximo divisor comum (*m.d.c*) e o menor múltiplo comum (*m.m.c*) de dois ou mais números.

Cálculo do máximo divisor comum (m.d.c)

O máximo divisor comum é calculado através da multiplicação dos factores que dividem, simultaneamente, os números factorizados. Para melhor percepção, vamos calcular o máximo divisor comum de 40 e 60.

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ *ou* $40 = 2^3 \times 5$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ *ou* $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Venda proibida

Como vê, os números que dividem, simultaneamente, o 40 e o 60 são: $2 \times 2\ e\ 5\ \ ou\ \ 2^2\ e\ 5$, então, o máximo divisor comum é $2 \times 2 \times 5 = 20\ \ ou\ \ 2^2 \times 5 = 20$.
Matematicamente escreve-se da seguinte forma: $m.d.c.(40{,}60) = 20$

Portanto, para determinar o máximo divisor comum de dois ou mais números deve-se:

- Decompor os números em factores primos;
- Calcular o produto de todos os factores primos comuns.

Cálculo do menor múltiplo comum (m.m.c)

O menor múltiplo comum é calculado através da multiplicação dos factores comuns e não comuns dos números factorizados. Para melhor percepção, vamos calcular o mínimo múltiplo comum de 40 e 60.

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5\ \ ou\ \ 40 = 2^3 \times 5$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5\ \ ou\ \ 60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Os factores comuns e não comuns são: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5\ ou\ 2^3 \times 3 \times 5$, então, o menor múltiplo comum de 40 e 60 é:

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120\ ou\ 2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Matematicamente escreve-se assim: $m.m.c.(40{,}60) = 120$

Vamos proceder a mais um exemplo, calculando o m.m.c. de 18 e 90

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2 \times 3 \times 3\ ou\ 2 \times 3^2$

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5\ ou\ 2 \times 3^2 \times 5$

Venda proibida

Os factores comuns e não comuns são: $2 \times 3^2 \times 5 = 90$

Então: $m.m.c.(18,90) = 90$

Portanto, para determinar o máximo divisor comum de dois ou mais números deve-se:

- Decompor os números em factores primos;
- Calcular o produto de todos os factores primos comuns e não comuns.

Parabéns! Terminou com êxito o estudo desta lição, é chegado o momento de fazer uma auto-avaliação.

Em caso de perceber que algum conteúdo não foi entendido, volta a ler ou pede ajuda aos teus colegas de modo a ultrapassar a dúvida e prosseguir a sua aprendizagem.

Venda proibida

Exercícios

1. Forme o conjunto P dos números primos até 31
2. Decompõe os números 18, 81 e 504 em factores primos
3. Determine, simultaneamente, o *m.d.c.* e o m.m.c entre 10, 20 e 30

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Você aprendeu a representação de números naturais na recta graduada, estabelecendo a relação entre números e pontos da recta numérica. Outro aspecto é a decomposição factorial em que o quociente da divisão é dividido pelo menor número primo possível repetindo-se a divisão até que o resultado seja 1. Aprendeu também, o cálculo do máximo divisor comum e do menor múltiplo comum como ferramentas que posteriormente serão utilizadas para a resolução de problemas e equações.

Compare as suas respostas com as sugeridas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. Resposta: P= {1,2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31}
2. Resposta:

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

$= 2^3 \times 3^2 \times 7$

3. Resposta:

$m.d.c.(10,20,30) =?$ $m.m.c.(10,20,30) =?$

10	2
5	5
1	

$10 = 2 \times 5$

20	2
10	2
5	5
1	

$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$

30	2
15	3
5	5
1	

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$m.d.c.(10,20,30) = 2 \times 5 = 10$

$m.m.c.(10,20,30) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

Parabéns! Chegámos ao fim da resolução dos exercícios de aplicação desta lição, se persistir a dúvida sobre estes conteúdos, antes de avançar para a próxima lição, volta a ler até ficar bem claro.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 5: Operações em ℕ

Introdução

Nesta lição daremos o conceito de potência matemática mostrando os elementos que a constituem. Posteriormente trabalharemos com as operações com potências usando regras matemáticas muito simples, que vão facilitar a compreensão.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Compreender o conceito de potência de expoente inteiro;
- Aplicar as propriedades decorrentes da definição e efectuar operações de adição, multiplicação e divisão aplicando as quatro propriedades fundamentais da potenciação.

A aprendizagem terá uma duração de 60 minutos.

Come a sua aprendizagem, vendo o conceito matemático de potência.

Conceito de potência

Na matemática, a potência é o resultado da multiplicação de um número por si, uma ou mais vezes. Os primeiros fundamentos da potenciação foram feitos pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650). Segundo este pensador uma potência tem a seguinte forma de apresentação: a^b, sendo $a = \boldsymbol{base}$ e $b = \boldsymbol{expoente}$.

Assim, a base constitui o número que se multiplica e o expoente é o número de vezes que a base se multiplica. Por exemplo:

a) $6^3 = 6 \times 6 \times 6$
b) $3^2 = 3 \times 3$
c) $100^{12} = 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100$

Leitura de potências

A leitura de potências e sempre feita começando pelo número que esta na base elevado ao número que está no expoente, como nos exemplos a seguir:

- 6^3 Lê-se: seis elevado a três ou seis ao cubo;
- 3^2 Lê-se: três elevado a dois ou três ao quadrado;

Venda proibida

- 100^{12} Lê-se: cem elevado a doze avos.

Muito bem!

Valeu a pena recordar alguns aspectos sobre potências. Vamos, agora, abordar as operações com potências, nomeadamente a adição, subtracção, multiplicação e divisão.

Como fazer a adição e subtracção de potências?

Para somar ou subtrair potencias, primeiro calcula-se o valor de cada potência e depois somam-se ou subtraem-se os valores obtidos. Por exemplo:

a) $4^3 + 3^2$ b) $6^3 - 5^2$

Primeiro, calculemos o valor de cada potência.

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

$3^2 = 3 \times 3 = 9$ $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Então: $4^3 + 3^2 = 64 + 9 = 73$ Assim, $6^3 - 5^2 = 216 - 25 = 191$

Muito fácil, não é?

Vamos prosseguir com a nossa aprendizagem sobre a potenciação, falando agora sobre a multiplicação e divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

Multiplicação de potências com bases iguais e expoente diferentes

Observa o exemplo: $5^2 \times 5^3$

Como se efectua esta operação? Repare que as potências possuem bases iguais, por isso, na resolução deves manter esta base. Como os expoentes são diferentes, então, eles devem ser somados.

Portanto, ***numa multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes, mantém-se a base e adiciona-se os expoentes.***

Desta forma, a resolução do nosso exemplo deve seguir esta regra:

$5^2 \times 5^3 = 5^{(2+3)} = 5^5$

De certeza que compreendeu a regra para multiplicar potências com bases iguais e expoentes diferentes. É necessário retê-la, pois, sempre que deparar com operações deste tipo terá de aplicá-la

Vamos prosseguir. Agora é a vez de aprender a regra da multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais.

Observa o exemplo: $3^4 \times 7^4$

Repare que as potências possuem bases diferentes, por isso, na resolução deves multiplicar estas bases. Como o expoente é o mesmo, então, deve ser mantido.

Venda proibida

Portanto, ***numa multiplicação de potências com bases diferentes e expoentes iguais, multiplica-se as bases e mantém-se o expoente.***

Desta forma, a resolução do nosso exemplo deve seguir esta regra:

$3^4 \times 7^4 = (3 \times 7)^4 = 21^4$

Acreditamos que tenha sido de fácil compreensão, pelo facto de ter estudado a lição com atenção. Por último, falaremos da divisão de potências, nomeadamente:

- ✓ Com bases iguais e expoentes diferentes:
- ✓ Com bases diferentes e expoentes iguais

Então, consideremos o seguinte exemplo:

$12^6 \div 12^2$

Sendo que as potências possuem a mesma base, então, na resolução deves manter esta base e como os expoentes são diferentes, então, deves subtraí-los.

Portanto, ***numa divisão de potências com bases iguais e expoentes diferentes, mantém-se a base e subtrai-se os expoentes.***

Desta forma, a resolução do nosso exemplo deve seguir esta regra:

$12^6 \div 12^2 = 12^{(6-2)} = 12^4$

A seguir vamos ver a divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais:
Observa o exemplo:

$9^2 \div 3^2$

Tendo em conta que as potências possuem bases diferentes, então, na resolução devemos dividir a primeira base pela segunda base e sendo que o expoente é o mesmo, então, devemos mantê-lo.

Portanto, ***numa divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais, divide-se as bases e mantém-se os expoentes.***

Desta forma, a resolução do nosso exemplo deve seguir esta regra:

$9^2 \div 3^2 = (9 \div 3)^2 = 3^2$

Muito bem!
Depois de falarmos das propriedades das potências, vamos, agora, aprender como resolver problemas simples do nosso dia-a-dia envolvendo operações com números naturais.

Venda proibida

Resolução de Problemas simples, envolvendo operações com números naturais

Caro aluno!

Antes de resolver qualquer problema matemático, é importante observar os passos que deverão ser seguidos, nomeadamente: ler e interpretar, atentamente, o problema, extrair os dados, definir a expressão matemática referente ao problema, determinar ou resolver a expressão matemática até chegar a solução e dar a resposta.

Exemplo:

1. Um camião descarregou no mercado grossista de Zimpeto 80 caixas de laranjas, medindo cada uma $42 \times 30 \times 23\ cm$ e com 30 dúzias de laranjas. Quantas laranjas, no total, o camião descarregou?

Extracção de dados:

- Numa caixa cabem 30 Dúzias de laranjas
- Foram descarregadas 80 caixas de laranjas
- Quantas laranjas foram descarregadas?

Definição da expressão:

Sabendo que uma dúzia de laranjas são 12 laranjas, temos que calcular o número de laranjas correspondentes a 30 dúzias, multiplicando $30\ duzias \times 12\ laranjas$

Resolução

Assim: $30\ duzias \times 12\ laranjas = 360\ laranjas$

Já sabemos que uma caixa contém 360 laranjas. Agora temos que calcular o número de laranjas correspondentes a 80 caixas, multiplicando: $360\ laranjas\ \times 80 caixas = 28\,800\ laranjas.$

Resposta:

O camião descarregou, no mercado grossista, $28\,800\ laranjas$.

Foi fácil chegar a este resultado, não foi, nosso aluno?

Terminada a resolução do problema apresentado, vamos, agora, testar os nossos conhecimentos sobre os conteúdos aprendidos nesta lição efectuando exercícios de aplicação. Caso tenha dúvidas, releia as matérias com muita atenção e, consulta aos colegas, familiares, amigos ou ao tutor da disciplina para o esclarecimento de todas as dúvidas.

Venda proibida

Preste atenção no cálculo a seguir.

Exercícios

1. Calcula o valor das seguintes potências

a) $7^2 + 4^3$

b) $9^3 - 8^2$

c) $25^9 \div 25^6$

d) $150^1 \times 150^2$

2. Resolve o seguinte problema:

O senhor Uqueio pagou, de uma única vez, 150.000,00 Meticais pela compra do seu carro, tendo ficado por pagar o resto em 24 prestações mensais de 9.000,00 meticais. Ao final de 24 meses, quanto dinheiro o Sr. Uqueio pagou?

A lição está prestes a terminar. Apresente o seu resumo no caderno.

Resumo da Lição

Na adição e subtracção de potências com bases diferentes e expoentes, também, diferentes, calcula-se o valor de cada potência e no fim adiciona-se ou subtrair-se os respectivos resultados. Quanto à multiplicação de potências com bases iguais e expoentes diferentes, mantém-se a base e adiciona-se os expoentes. Ao passo que na divisão de potências com bases iguais e expoentes diferentes, mantém-se a base e subtrai-se os expoentes. Mas quando é multiplicação com bases diferentes e expoentes iguais, multiplicam-se as bases e mantém-se o expoente. Já na divisão de potências com bases diferentes e expoentes iguais, dividem-se as bases e mantém-se os expoentes. Finalmente, viu-se que perante um problema matemático é necessário organizar os dados, resolvê-lo e por fim apresentar a resposta.

Agora confronte as suas respostas com as da Chave de Correcção, aqui.

Chave de Correcção

1. a) $7^2 + 4^3$

$7^2 = 7 \times 7 = 49$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Então: $7^2 + 4^3 = 49 + 64 = 113$

1.b) $9^3 - 8^2$

$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$

$8^2 = 8 \times 8 = 64$

Então: $9^3 - 8^2 = 729 - 64 = 665$

Venda proibida

1.c) $25^9 \div 25^6 = 25^{(9-6)} = 25^3$ 1.d) $150^2 \times 150^1 = 150^{(2+1)} = 150^3$

2) **Dados:**

- Valor pago de imediato: 150.000,00 Mts
- Valor mensal – 9.000,00 Mts
- Número de prestações – 24
- Qual é o valor total que o Sr Uqueio deve pagar?

Resolução

$9.000{,}00\ Mts\ \times\ 24\ meses =\ 216.000{,}00\ Mts$

$216.000{,}00\ Mts\ +\ 150.000{,}00\ Mts = 366\,000{,}00 Mts$

Resposta:

O Sr Uqueio deve pagar um valor total de $366.000{,}00\ Mts$.

Parabéns! Conseguiu resolver os exercícios de consolidação com sucesso. Agora prossiga com a próxima lição.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 6: Conjunto de números inteiros

Introdução

Caro aluno, na lição anterior aprendeu a realizar operações cujos resultados são números Naturais,

Assim, nesta vai aprender os números Inteiros, quanto ao conceito, surgimento e representação na recta graduada. Irá também aprender comparar os números Inteiros.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Definir número Inteiro;
- Representar na recta graduados números inteiros;
- Comparar números inteiros;

Para a melhor compreensão desta lição você necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Você vai começar esta lição vendo o conjunto de números inteiros. Vamos a isso!

Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$)

Até agora nas nossas lições você já viu o conjunto de números naturais designados desta forma: $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, \dots\}$

Agora vai aprender mais um tipo de conjunto.

É o conjunto de números inteiros, designado por **($\mathbb{Z}$)**. Mas então, o que é o conjunto dos números inteiros?

O conjunto dos números inteiros corresponde aos números positivos, negativos e o 0 (zero). Eles formam um conjunto numérico representado pela letra $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z} = \{\cdots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \cdots\}$

Representação dos números Inteiros na recta graduada

Os números inteiros podem ser representados por pontos na recta graduada. Nesta representação, a distância entre dois números consecutivos é sempre a mesma. Os números que estão a uma mesma distância do zero são chamados ***simétricos.***

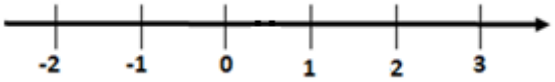
Venda proibida

Agora, faça esta breve actividade, controlando, assim a sua própria progressão na aprendizagem.

Actividade

Marque, na recta graduada, os pontos correspondentes aos seguintes números:

$-5, +3, -2, +1, 0, -1, +4, +5$



Muito simples. Basta proceder como no exemplo anterior. Comparar a recta graduada com a régua graduada.

Resolução:

Se procedeu desta maneira, você está de parabéns, é sinal de que está a assimilar bem esta matéria. Aliás, é uma revisão, pois, já aprendeu isto nas classes anteriores. Então vamos prosseguir com a relação entre os conjuntos.

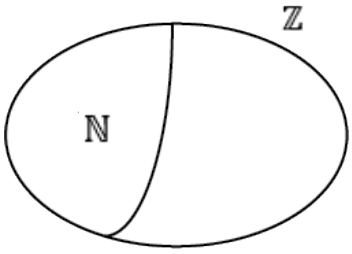
A seguir vai aprender a relação entre conjuntos numéricos. Preste atenção.

Relação entre os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$

Lembra que primeiro estudou o conjunto de números naturais, N e agora o conjunto dos números inteiros, $\mathbb{Z}$. Esta sequência diz-lhe alguma coisa?

Pois, é isso mesmo, continue. Vamos representar isso com base em diagrama de venn.

Ou seja: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ **,** o conjunto dos números naturais ***está contido*** no conjunto dos números inteiros A união entre os números naturais e números inteiros tem como resultado o conjunto de número inteiros. Prosseguindo, veja como se comparam os números inteiros.



Comparação de números inteiros

A comparação de números inteiros tem a ver com a ordenação dos números no conjunto $\mathbb{Z}$**.** Mas antes de prosseguirmos recordemos alguns símbolos matemáticos que você já aprendeu em classes anteriores:

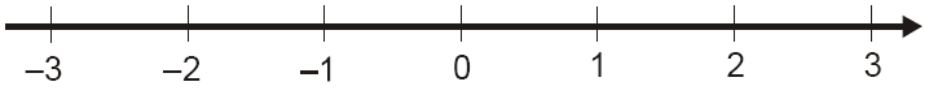
Venda proibida

Fazendo Revisão;

> - Este símbolo significa ***maior que***

< - Este símbolo significa ***menor que***

Sabemos que um eixo é uma recta orientada, sendo o seu sentido da esquerda para a direita, portanto quanto mais à direita estiver um número, maior será o valor de x. Para comparar dois números Inteiros, basta representá-los num eixo e verificar qual deles se situa mais à direita. Repare na seguinte representação:



Portanto, para comparar estes números bastará observar os passos:

1. Verificar se os números são positivos ou negativos, isto é, se os pontos que os representam na recta graduada se situam mais para a direita ou para a esquerda da origem (zero).
2. Verificar qual o seu valor absoluto, isto é, qual a distância de cada um desses pontos com a origem.

Não se esqueça que os números crescem da esquerda para a direita na recta graduada.

Repare nos exemplos seguintes:

Zero é menor do que qualquer número positivo $(0 < +a)$.

Zero é maior do que qualquer número negativo $(0 > -a)$

Qualquer número negativo é menor do que um número positivo $(-a < +b)$

Exemplos:

a) $0 < 5;$ c) $-32 < 7;$ e) $-98 < -54;$

b) $0 > -9;$ d) $-12 > -65$ f) $-47 < 0$

Caro aluno, é chegado o momento da exercitação, no seu caderno.

Exercícios

Faça uma pequena pausa, bem merecida, e depois resolva os exercícios. Em caso de dificuldades consulte os seus colegas ou o seu tutor.

1. Assinale com **V** a afirmação verdadeira, e com **F** a falsa.
   a) ( ) Todo número natural é um número inteiro.
   b) ( ) Nem todo o número inteiro é um número natural.
   c) ( ) Todo o número inteiro é natural.
   d) ( ) O conjunto dos números inteiros é composto pelos números naturais, o número zero e números negativos.

Venda proibida

2. Marque os números que se seguem na recta graduada abaixo: -1,3,2,-3,0,-2,1

3. Complete com o sinal apropriado os espaços conforme a relação que se estabelece entre os conjuntos, entre elementos e entre elementos e conjuntos.

a) $\mathbb{N}$ ___ $\mathbb{Z}$ c) -4 ___ $\mathbb{Z}$ e) 5 ___ -5

b) 7 ___ $\mathbb{N}$ d) $\mathbb{Z}$ ___ $\mathbb{N}$ f) 0 ___ $\mathbb{N}$

Compare as suas respostas com as sugeridas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) V b) V c) F d) V

2.

3. a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ b) $7 \in \mathbb{N}$ c) $-4 \in \mathbb{Z}$ d) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$ e) $5 \neq -5$ f) $0 \in \mathbb{N}$

Uma vez que a lição está no fim, apresente o respectivo resumo, no caderno, como é de costume.

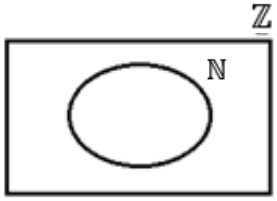
Resumo da Lição

Caro aluno. Nesta lição introduzimos o estudo de um novo conjunto, o conjunto dos números Inteiros cuja representação é $\mathbb{Z}$.

Depois de termos definido este conjunto, explicamos que o seu surgimento veio resolver a lacuna que se tinha na resolução de algumas operações no conjunto $\mathbb{N}$.

Para dar segmento a nossa viagem no conhecimento, representamos na recta graduada os novos números e estabelecemos a comparação destes com auxílio na recta graduada como está ilustrado a seguir:

Para finalizar mostramos a relação que existe entre os conjuntos, $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$, e diz-se que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.



Venda proibida

LIÇÃO Nº 7: Números simétricos

Introdução

Caro aluno. Depois de você ter aprendido o conceito de número inteiro, vamos nesta lição, dar continuidade ao conjunto $\mathbb{Z}$, tendo como foco os números simétricos e o valor absoluto de um número inteiro.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Explicar o conceito de números simétricos;
- Identificar números simétricos;
- Indicar o valor absoluto de um número.

Para melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 60 minutos.

Comece a lição aprendendo os números simétricos.

Números simétricos

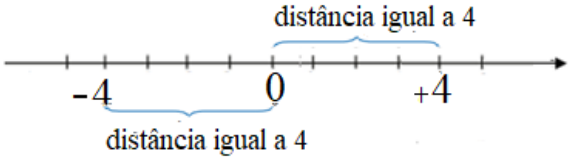
Nas lições anteriores estudámos os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$:

- Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$)
- $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11, \ldots\}$
- Conjunto dos números inteiros
- $\mathbb{Z} = \{\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots \}$

Conceito de números simétricos

Chamam-se simétricos aos números inteiros que têm o mesmo valor absoluto, sendo que um tem o sinal positivo e o outro, o sinal negativo. Os números simétricos são equidistantes do ponto zero (0) que é a origem da recta graduada.

Exemplo:



Neste caso, -4 é simétrico de +4, pois estão a mesma distância da origem (0).

Venda proibida

- **Valor absoluto**

  Por exemplo: $|-2|$ e $|+2|$ têm o mesmo valor absoluto que é 2

  $|-10|$ e $|+10|$ o valor absoluto de cada um deles é o 10

  Concluindo podemos dizer que o valor absoluto de um número é esse mesmo número sem o sinal.

  O símbolo representado pelas duas barras $|\ |$ chama-se módulo.

Faça uma pequena pausa, de 5 minutos, bem merecida e depois resolva esta actividades que lhe propomos. Em caso de dificuldades consulte aos colegas ou ao seu tutor.

Exercícios

1. Assinale com V às afirmações verdadeiras e, com F, às falsas.
   a) ( ) Todo o número positivo é maior que qualquer número negativo.
   b) ( ) Zero é maior que qualquer número negativo.
   c) ( ) Todo o número negativo é maior que zero.
   d) ( ) O valor absoluto de um determinado número é igual a esse mesmo número sem o sinal

2. Preencha os espaços com os símbolos: $>$; $<$ ou $=$ de modo a obteres afirmações verdadeiras:

   a) $|+1|___|-5|$ b) $|+10|___|-10|$ c) $|-3|___|+2|$
   d) $|-20|___6$ e) $(+5)___|+5|$ f) $|+5|___|-5|$
   g) $(-115)___|-60|$ h) $(-14)___0$ i) $0___|-9|$

3. Assinale com V as afirmações verdadeiras e com F, as falsas

   a) O valor absoluto de (-8) é 8 b) $|+5| > |-7|$
   c) $|-13| = |13|$ d) O simétrico de 15 é (-15)
   e) $|+4| < |-2|$ f) $|+4| < |-5|$
   g) $|+6| > |-2|$ h) $0 > |-20|$

4. Coloque em ordem crescente os elementos dos seguintes conjuntos:

   a)$A = \{(-7); (+8); (+2); 0; (-5); (+1)\}$

   b)$B = \{(+3); (-3); 0; (-4); (+7); (-8); (+10)\}$

Venda proibida

Como forma de fechar a lição, resuma-a no seu caderno.

Resumo da Lição

Nesta lição você aprendeu o conceito de números simétricos e valor absoluto de um número. Agora, compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção. Acertou em todas? Se sim, está de parabéns. Se teve dificuldades, releia a sua lição e volte a resolver as suas actividades.

Compare as suas respostas com as sugeridas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) V; b) V; c) F, g) V

2. a) <; b) =; c) >; d) >; e) =; f) = ; g) >; h) > ; i) <

3. a) V; b) F; c) V; d) V; e) F; f) V; g) V; h) F

4. a) $A = \{(-7); (-5); 0; (+1); (+2); (+8)\}$
   b) $B = \{(-8); (-4); (-3); 0; (+3); (+7); (+10)\}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 8: Propriedades de Reunião e Intersecção de conjuntos e Igualdade de conjuntos

Introdução

Prosseguindo com as nossas lições, nesta falaremos sobre as principais propriedades da reunião e intersecção de conjuntos e sobre igualdade de conjuntos. É importante, por um lado, ler, parar e reflectir sobre o significado de cada uma delas e, por outro lado, conhecer o conceito de reunião e intersecção de dois ou mais conjuntos, conteúdos aprendidos na lição número 2.

Boa aprendizagem!

Venda proibida

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Aplicar as propriedades da reunião e Intersecção de conjuntos na resolução de exercícios;
- Usar os símbolos de igualdade de conjuntos.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 60 minutos.

Propriedades da Reunião e Intersecção de conjuntos

Para todas as propriedades abaixo, considere A, B e C três conjuntos quaisquer. U é o conjunto universo e o $\emptyset$ é o conjunto vazio.

Antes de apresentarmos as principais propriedades da Reunião e Intersecção de conjuntos, saiba que:

- $A \cup A = A$
- $A \cap A = A$
- $A \subset A \cup B$
- $A \cap B \subset A$

Propriedade Associativa

A propriedade associativa está relacionada com a ordem cronológica das operações e é válida tanto para a Reunião de conjuntos, assim como para a intersecção de conjuntos. Ela (a propriedade associativa) diz que, se tivermos três conjuntos A, B e C e formos unir todos ou fazer intersecção a todos, então podemos unir ou fazer intersecção a A e B e depois unir ou fazer intersecção com C, o

resultado será o mesmo que unir ou fazer intersecção a D e C e depois unir ou fazer intersecção com A. Veja abaixo:

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Propriedade comutativa

Esta propriedade indica que, mesmo alterando a ordem dos conjuntos, na sua Reunião e na sua intersecção, o resultado não altera. Veja abaixo:

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Elemento neutro da Reunião

Unir o conjunto A com o conjunto vazio, o resultado será o conjunto A, ou seja, o $\emptyset$ é como se fosse o zero na Reunião de conjuntos. Ele não acrescenta nada.

$A \cup \emptyset = A$

Elemento neutro da Intersecção

Fazer a intersecção do conjunto A com o conjunto Universo (U), o resultado será o conjunto A ou seja, o U é como se fosse o zero na intersecção de conjuntos. Ele não modifica nada

$A \cap U = A$

Conjunto vazio na Intersecção

Fazer a intersecção do conjunto A com o conjunto vazio ($\emptyset$), resulta no conjunto $\emptyset$.

$A \cap \emptyset = \emptyset$

Propriedade distributiva da Reunião de conjuntos em relação à Intersecção

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Propriedade distributiva da Intersecção de conjuntos em relação à Reunião

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Igualdade de conjuntos

Dados os conjuntos A e B.

A=$\{1, 2, 3, 4, 5, \}$ e o conjunto B=$\{3, 5, 4, 1, 2\}$

Em matemática está claro que os elementos do conjunto A são iguais aos elementos do conjunto B, somente mudou-se a disposição dos elementos do conjunto B.

Simbolicamente escreve-se: A=B (A é igual a B)

Venda proibida

Desta forma podemos dizer que na igualdade de conjuntos, os elementos de dois conjuntos são idênticos quando têm o mesmo número de elementos.

Exercite-se, agora.

Exercícios

Caro aluno!

É sempre aconselhável que depois de aprender uma lição de seguida, faça os exercícios de consolidação da matéria estudada, como forma de testar os seus conhecimentos. Não acha caro aluno?

1. Aplicando as propriedades das operações com conjuntos determina:
   $a) U \cap A$ $b)\ A \cap A$ $c)\ U \cup A$
   $d)\ A \cup A$ $e)\ \varnothing \cup A$ $f)\ \varnothing \cap A$

2. Dados os conjuntos $A = \{1; 2; 3\},\ B = \{3; 4\}\ e\ C = \{1; 2; 4\}$, determina o conjunto M tal que: $A \cup M = \{1; 2; 3\},\ B \cup M = \{3; 4\}\ e\ C \cup M = A \cup B$

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Agora é tempo de resumir a lição no caderno, pois chegou ao fim.

Resumo da Lição

Caro aluno, nesta lição aprendeu as propriedades da reunião e intersecção de conjuntos, para além da igualdade de conjuntos, intersecção de dois ou mais conjuntos e o conjunto formado por todos elementos que fazem parte simultaneamente aos conjuntos envolvidos na intersecção e a reunião e o conjunto formado por todos elementos que fazem parte dos conjuntos. Dois conjuntos são iguais quanto possuem igualdade dos seus elementos.

Agora, é bom confrontar as suas respostas com as desta Chave de Correcção.

Chave de Correcção

Certo! Compara os seus resultados com a Chave de Correcção apresentada:

1. a) A b) A c) U d) A e) A f) ∅
2. $M = \{3\}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 9: Diferenças de conjuntos

Introdução

Caro aluno!

Nesta lição, você vai aprender várias matérias, nomeadamente de conjunto infinito, operação com conjuntos, concretamente, a diferença de conjuntos. Vai ver, também, aprender o conjunto complementar e os conjuntos disjuntos.

Força!

Venda proibida

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Definir conjunto infinito;
- Realizar operações de diferença de conjunto;
- Realizar operações de complementar conjunto;
- Resolver problemas concretos da vida real, aplicando as propriedades das operações sobre conjuntos.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 60 minutos.

Nesta lição, caro aluno, começará o estudo, vendo a matéria do conjunto infinito.

Noção do conjunto infinito

Para iniciar esta lição é importante você recordar-se do conjunto finito. Será que lembra? Ainda bem que sim. De facto, definimo-lo, na altura, como aquele que tem fim.

Um exemplo:

O conjunto das vogais do Alfabeto só tem 5 elementos, $\{a, e, i, o, u\}$, por isso, chama-se conjunto finito

Agora, vamos ver o conceito de conjunto infinito. É chamado **conjunto infinito** aquele conjunto que não tem fim, isto é, que não é possível enumerar todos os seus elementos.

Por exemplo: Ao conjunto dos números naturais chamamos de conjunto infinito porque não é possível enumerar todos os seus elementos;

$U = \{1, 2, 3, 4 \ldots 45, 46, 47, 48, 49 \cdots 125, 126, 127, 128 \cdots\}$, Veja que este conjunto não tem fim, pois não é possível esgotar todos os elementos, por isso, chama-se conjunto infinito

Na secção a seguir vamos tratar doutro aspecto das matérias prometidas.

Diferença de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se diferença entre A e B, ao conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B. Em outras palavras, podemos dizer que os elementos que estão no conjunto A, e que não fazem parte do conjunto B, formam o conjunto diferença entre A e B (A – B). Um exemplo:

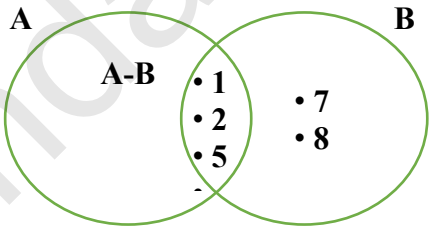
$A = \{1,\ 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 2, 5, 7, 8\}$

Os elementos 1, 2 e 5 são comuns a estes dois conjuntos. Portanto, vamos riscá-los do conjunto A. Que elementos restam no conjunto A? Restam os elementos 3 e 4, então:

$A - B = \{3, 4\}$

Esta diferença entre estes dois conjuntos também pode ser representada através do diagrama de Venn, assim,

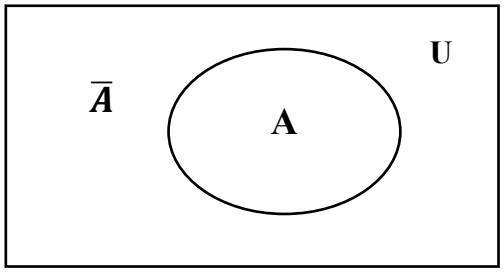


Conjunto complementar

Caro aluno!

Prosseguindo com a nossa lição, vamos definir em seguida o que é conjunto complementar.

Para melhor ilustração do que é o conjunto complementar, vamos considerar A como um conjunto qualquer e U como o conjunto Universo. Todos os elementos que não fazem parte do conjunto A, estão no conjunto complementar de A, indicado por $\bar{A}$.



Venda proibida

Resumindo:

O conjunto complementar de A é o conjunto de todos os elementos que não fazem parte do conjunto A e que os mesmos fazem parte do conjunto universal.

Exemplo:

Considere os conjuntos $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, e conjunto universo $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \}$

Determinemos o conjunto complementar de A.

O conjunto complementar de A é dado por: $\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Conjuntos Disjuntos

Em matemática, dois conjuntos são considerados disjuntos se não tiverem nenhum elemento em comum. Em outras palavras, dois conjuntos são disjuntos se a sua intersecção resultar em conjunto vazio.

Veja o exemplo:

Conjunto G dos números naturais menores que 5

$G = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Conjunto M dos números naturais maiores que 6 e menores que 12.

$M = \{7, 8, 9, 10, 11\}$

Certo!

A intersecção destes dois conjuntos resulta num conjunto vazio, pois eles não possuem elementos comuns. Assim, os dois conjuntos são disjuntos.

$G \cap M = \emptyset$

Car aluno, vamos ao exercício, como é hábito.

Exercícios

1. Considere o conjunto E, dos números pares menores que 18 e o conjunto D, dos divisores de 18.

   E= $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

   D= $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

   Qual é o conjunto que resulta de E-D?

2. Dado o conjunto A, de números ímpares menores que 9

Venda proibida

A= { 1, 3, 5, 7}

E o conjunto B, de números ímpares maiores que 7 e menores que 17.

B= {9, 11, 13, 15}

Observe os conjuntos e diga se são disjuntos ou não. Justifique a sua resposta.

Apresente, agora, o resumo desta lição, no seu caderno.

Resumo da Lição

Nesta lição, sobre os conjuntos viu a diferença entre eles, o complementar de um outro e os disjuntos. Ao passo que sobre a diferença entre dois conjuntos viu que é o conjunto formado pelos elementos que pertencem ambos. E considera-se complementar de um conjunto ao conjunto de todos elementos de U que não fazem parte ao conjunto A. Nessas condições é importante que o conjunto A esteja contido no conjunto U. E por fim falamos de conjuntos disjuntos onde dissemos que são aqueles que não possuem nenhum elemento em comum, ou quando a sua intersecção é um conjunto vazio.

Corrija, agora, as suas respostas com base nesta chave

Chave de Correcção

1a) $E - D = \{4, 8, 10, 12, 14, 16\}$

2a) Conjuntos disjuntos porque não possuem elementos comuns.

Parabéns! Respondeu acertadamente as actividades apresentadas. Caso prevaleça alguma dúvida peça apoio aos colegas ou ao tutor da disciplina de matemática e ao gestor do CAA.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 10: Operações com números Inteiros (ℤ)

Introdução

Caro aluno. Depois de você ter aprendido a noção de números Inteiros (ℤ), vamos iniciar, nesta lição, com as operações dentro do limite deste conjunto ℤ. As operações com números Inteiros envolvem a adição, subtracção, multiplicação e divisão entre números positivos e negativos. As operações com os números Inteiros obedecem a regras de sinais específicas. Chama os a sua atenção desde já.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Distinguir sinais de operação e de posição;
- Conjugar o sinal de operação e o de posição;
- Efectuar adições simples de números inteiros com/sem a recta graduada;
- Efectuar subtracções simples de números inteiros com/sem a recta graduada.

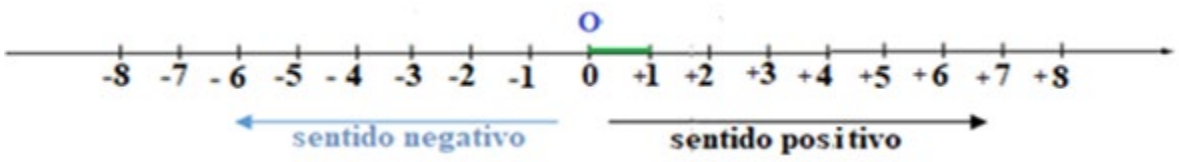
Para uma melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos.

Sinais de operação e de posição (*)

O que, você, entende por sinal de operação?

Antes de tratarmos das operações com números inteiros, devemos recordar quais elementos fazem parte desse conjunto. Sendo assim, pertencem ao conjunto dos números inteiros todos os números positivos, negativos e o zero. Como se ilustra na recta graduada abaixo:

$$\mathbb{Z} = \{\cdots -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \cdots\}$$



Repare que os números negativos estão à esquerda do ponto O e os números positivos à direita. As setas indicam o sentido que os números devem tomar, em função do seu sinal (negativo ou positivo).

Venda proibida

De referir que, ao realizarmos alguma das quatro operações (adição, subtracção, multiplicação e divisão) com os números inteiros, devemos considerar os sinais que os acompanham. Por exemplo: Considere a operação: $-7+(+5)$

O que significam os sinais menos (–) e mais (+)?

O sinal (–) que acompanha o número 7 indica a posição do número 7 na recta graduada, ou seja, este sinal (-) é ***posicional***, assim como o sinal (+) que acompanha o número 5. Já o sinal (+) que está entre os números (-7) e $(+5)$ designa-se ***sinal operacional*** pois ele determina a operação a ser efectuada, neste caso concreto a adição.

Agora, vamos apresentar algumas adições como exemplos:

a) $-7+(+5)=-2$

Desenhemos uma recta graduada, por exemplo, e marquemos nela os números inteiros que abrangem as parcelas dadas, por exemplo intervalo que parte de -8 até +8 (pode escolher outro intervalo numérico, desde que abranja os números -7 e $+5$, que são as parcelas desta operação). A seguir, fixemo-nos no número -7. A partir deste ponto vamos contar 5 unidades para a direita porque o 5 é posetivo (caso fosse negativo, contaríamos à esquerda). Depois de contar 5 unidades para a direita vamos parar num determinado ponto. Esse ponto será o resultado desta adição. Certamente percebeu que ao contar para a direita, parou no número -2, por isso, o resultado é -2.

b) $+7+(-3)=+4$

Desenhemos uma recta graduada, por exemplo, e marquemos nela os números inteiros que abrangem as parcelas dadas (pode escolher outro intervalo numérico, desde que abranja os pontos +7 e -3, que são as parcelas desta operação). A seguir, fixemo-nos no número +7. A partir deste número vamos contar 3 unidades para a esquerda porque o 3 é negativo (caso fosse positivo, contaríamos à direita). Depois de contar 3 unidades para a esquerda vamos parar num determinado ponto. Esse ponto será o resultado desta adição. Certamente, percebeu que ao contar para a esquerda parou no número +4, por isso, o resultado é +4.

$c)-6+(-4)=-10$

Para este caso, depois de graduar a recta (por exemplo, entre -12 e +5), fixemo-nos no número -6, a partir do qual teremos de contar 4 unidades para a esquerda, por causa do sinal negativo do 4. Certamente que terminou no número -10, por isso, -6 +(-4) = -10

$d)-9+(+5)=-4$

Venda proibida

Neste caso, depois de graduar a recta (por exemplo, entre -10 e +7), vamo-nos fixar no número -9, a partir do qual vamos acrescentar 5 unidades à direita, por causa do sinal positivo do 5. Acrescentando 5 unidades, paramos no número - 4 o que significa que $-9 + (+5) = -4$

A seguir, faça o exercício, para consolidar a sua aprendizagem, caro aluno.

Exercícios

1. Assinale com (V) caso a afirmação seja verdadeira e com (F) se for falsa.
   a) $8 + (-3) = +5$ ( ) b) $+6 + (-6) = 0$( ) c) $-1 + (+21) = 22$ ( )
2. Resolva os seguintes exercícios
   a) $15 + 5 =$ b) $-16 + 4 =$ c) $-8 + (+8) =$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro aluno. Nesta lição aprendemos a adição em Z e chegámos as seguintes conclusões:

- O resultado da adição de dois números positivos é um número positivo.
- O resultado da adição de um número positivo e um número negativo é um número positivo se o número positivo tiver maior valor absoluto entre os dois números.
- O resultado da adição de um número positivo e um número negativo é um número negativo se o número negativo tiver maior valor absoluto entre os dois números.
- O resultado da adição de dois números negativos é um número negativo.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção. Acertou em todas? Se sim, está de parabéns.

Chave de Correcção

1. a) V b) V c) F
2. a) 20 b) -12 e) 0

Venda proibida

LIÇÃO Nº 11: Adição Algébrica

Introdução

Caro aluno, depois de você ter aprendido a adição em ℤ, vamos nesta lição dar continuidade, tendo como foco a adição algébrica.

Preste atenção, para ter uma boa aprendizagem!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Efectuar subtracção simples de números inteiros com ou sem ajuda da recta graduada;
- Resolver exercícios envolvendo adição;
- Resolver exercícios envolvendo a subtracção.

Para uma melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos.

Comece a lição, fazendo uma breve revisão do que já foi aprendido.

Vamos recordar como efectuar adição em ℤ:

a) $+7 + (+3) = +10$

Na recta graduada, fixamo-nos no ponto +7 e contamos 3 unidades à direita, devido ao sinal positivo do 3, terminando no ponto +10. Assim, +7+ (+3) = +10

b) $-6 + (-4) = -10$

Neste caso fixemo-nos no ponto – 6 e contamos 4 unidades para a esquerda, terminando no ponto – 10. Assim, -6 +(-4) = -10

c) $-9 + (+5) = -4$

Neste caso, fixemo-nos no ponto – 9 e contamos 5 unidades para direita, terminando no ponto – 4 o que significa que -9 +(+5) = -4

Agora vamos efectuar subtracção em ℤ. O procedimento é similar ao que aplicamos na adição, se não vejamos:

a) $+4 - (-2) = +6$

Venda proibida

Depois de desenhar e graduar a recta entre os pontos +4 e -2. Fixemo-nos no ponto + 4 e contemos 2 unidades à esquerda, porque o 2 é negativo. Contando 2 unidades para a esquerda, terminaremos no ponto + 2, o que significa que o resultado desta operação e + 2. Continue resolvendo as líneas abaixo.

b) $-9-(+7)$ c) $-3-(-3)$ d)$-8-(-3)$

Faça uma pequena pausa, reflicta sobre os exemplos dados anteriormente e depois resolva as actividades que lhe propomos. Em caso de dificuldades consulte os seus colegas ou o seu tutor.

Exercícios

1. Assinale com V caso a afirmação seja verdadeira e com F se for falsa.
   a) $+8+(-3)=+5$ ( )
   b) $-10-(-5)=-5$ ( )
   c) $+6+(-6)=0$ ( )
   d) $-1-(+21)=20$ ( )

2. Efectue as seguintes operações:
   a) $15+5$
   b) $-16+4$
   c) $-11-(-3)$
   d) $13-7$
   e) $-8+(+8)$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro aluno. Nesta lição aprendemos a adição e a subtracção simples em $\mathbb{Z}$, onde chegamos às seguintes conclusões:

- O resultado da adição de dois números positivos é um número positivo.
- O resultado da adição de um número positivo e um número negativo é um número positivo se este tiver maior valor absoluto entre os dois números;
- O resultado da adição de um número positivo e um número negativo é um número negativo se este tiver maior valor absoluto entre os dois números.
- O resultado da adição de dois números negativos é um número negativo
- O resultado da subtracção de dois números é precedido do sinal do número que tem maior valor absoluto.
- A subtracção não é comutativa.

Venda proibida

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção. Acertou em todas? Se sim, está de parabéns.

Chave de Correcção

1. a) V b) V c) V d) V
2. a) 20 b) -12 c) -8 d) 6 e) 0

Venda proibida

LIÇÃO Nº 12: Multiplicação em $\mathbb{Z}$

Introdução

Caro aluno. Depois de ter aprendido o conceito de número inteiro, vamos nesta lição, dar continuidade às operações em Z, tendo como foco a multiplicação de números inteiros.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Efectuar multiplicação de números inteiros.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 60 minutos.

Operações algébricas

Multiplicação de números inteiros

Nas classes anteriores aprendeu a operação da Multiplicação e foi dito que a multiplicação é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. Ela (a multiplicação) é uma forma simples de adicionar uma quantidade finita de números iguais. O resultado da multiplicação de dois números é chamado produto.

Exemplo:

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \times 7 = 21$, onde 3 e 7 são factores e 21 é o produto.

No geral se tivermos: **X. Y=P**

- **X** e **Y** são factores da multiplicação (os números que estamos a multiplicar).
- **P** é o produto (resultado da multiplicação).

Como se obtém o resultado da multiplicação de dois números inteiros?

Ao multiplicar dois números inteiros proceda como se o sinal posicional não existisse, mas o resultado deverá observar o seguinte:

- O resultado da multiplicação entre um número negativo e um número positivo é um número negativo;

  $a) (-2) \times (+4) = -8$;
- O resultado da multiplicação entre dois números negativos é um número positivo;
- $b) (-5) \times (-4) = +20$;

Venda proibida

- O resultado da multiplicação entre dois números positivos é um número positivo.
- $c)(+3) \times (+7) = +21$
- Qualquer número multiplicado por zero (0) o resultado é zero (0)

Por exemplo:

$(+6) \times 0 = 0$ $(-5) \times 0 = 0$

Este é momento de exercitação. Avalie sua progressão na aprendizagem, caro aluno.

Exercícios

1. Calcule:
   a) $-3 \times (-3)$ c) $7 \times (-2)$ e) $-10 \times (-10)$
   b) -4×5 d) 8×2 f) $9 \times (-7)$

2. Complete as frases com as palavras correctas:
   a) O resultado da multiplicação entre dois números negativos é um número _____
   b) O resultado da multiplicação entre um número negativo e um número positivo é um número_____

3. Complete a tabela que se segue:

×	-3	-2	-1	0	1	2	3
3	-9			0			
2						4	
1				0			
0							
-1			1	0			
-2	6						
3							9

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro aluno. Nesta lição introduzimos a multiplicação entre números inteiros e percebemos que o resultado da multiplicação entre dois números é:

Venda proibida

- Negativo se as parcelas tiverem sinais contrários (- e +);
- Positivo se as parcelas tiverem mesmo sinal (-, - ou +, +);
- Nulo (zero) se uma das parcelas for zero.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) 9 b) -20 c) -14 d) 14 e) 100 f) 63

2. a) Positivo b) Negativo

3.

×	-3	-2	-1	0	1	2	3
3	-9	**-6**	**-3**	0	**3**	**6**	**9**
2	**-6**	**-4**	**-2**	**0**	**2**	4	**6**
1	**-3**	**-2**	**-1**	0	**1**	**2**	**6**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
-1	**3**	**2**	1	0	**-1**	**-2**	**-3**
-2	6	**4**	**2**	**0**	**-2**	**-4**	**-6**
3	**-9**	**-6**	**-1**	**0**	**3**	**6**	9

Venda proibida

LIÇÃO Nº 13: Divisão em ℤ

Introdução

Caro aluno. Depois de ter aprendido a multiplicar números inteiros, vamos dar continuidade as operações em ℤ, e desta feita as nossas atenções estarão viradas para a divisão de números inteiros.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Efectuar divisão de números inteiros;
- Definir potências em ℤ;
- Efectuar as operações algébricas.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos.

Comece esta sua lição, vendo a divisão de números inteiros. Lembra que já aprendeu neste módulo este conceito de números inteiros? Pois é. Ainda lembra. Isso mesmo...
Então, agora, vamos à matéria nova.

Divisão de números inteiros: Operações algébricas

Como você, bem já sabe que a divisão é uma das quatro operações básicas da matemática e é inversa à multiplicação. Ela (a divisão) consiste em fragmentar sendo que o resultado pode ser um número inteiro ou um número decimal.
Como se obtém o resultado da divisão de dois números inteiros?
Na divisão exacta de um número inteiro por outro número inteiro diferente de zero, dividimos o valor absoluto do dividendo pelo valor absoluto do divisor e temos:

- O resultado da divisão de dois números inteiros com o mesmo sinal dá um número com sinal positivo;

Exemplo:

a) $(+24) \div (+6) = (+4)$
b) $(-24) \div (-6) = (+4)$

- O resultado da divisão entre dois números com sinais diferentes, é um número negativo.

Exemplo: $(+24) \div (-6) = (-4)$

- A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto dos números inteiros pois o resultado pode não ser um número inteiro.
- A divisão por zero (0) é indefinida.

Venda proibida

Exemplo: $(+24) \div 0 = Indefinido$

- Quando o dividendo é zero (0) o resultado da divisão é zero (0).

Exemplo: a) $(0) \div (+6) = 0$

Faça uma pequena pausa, bem merecida, e depois resolva as actividades que lhe propomos.

Exercícios

1. Efectua as seguintes operações.

a) $22 \div 11$ b) $(-10) \div (-5)$ c) $30 \div (-15)$ d) $(-40) \div 20$

2. Calcule o valor numérico das seguintes expressões algébricas.

a) $5 \times 8 - (2 \times 10) : 5 + 7$ c) $10 : 5 \times 7 - (8 + 5 - 3)$

b) $3 + 2 \times (6 \times 4 : 6) - 5$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro aluno. Nesta lição tratamos da divisão entre números inteiros e percebemos que a divisão entre dois números inteiros (o divisor deve ser diferente de zero) efectua-se tomando em conta apenas os números envolvidos. Contudo, o sinal do resultado dependerá dos sinais posicionais envolvidos, isto é:

- Será positiva se tiver mesmo sinal;
- Será negativa se tiver sinais contrários;
- Será indefinida quando o divisor for zero (0).
- Será zero, se dividendo for zero (0).

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção. Acertou em todas? Se sim, está de parabéns.

Chave de Correcção

1. a) 2; b) 2; c) -2; d) -2

2. a) 29; b) 6; c) 4;

Venda proibida

LIÇÃO Nº 14: Triângulos

Introdução

Caro aluno, depois das aulas anteriores ter aprendido operações em $\mathbb{Z}$, nesta lição vamos recordar os conteúdos sobre geometria particularmente sobre triângulos. Nesta revisão, primeiro vamos abordar a classificação dos triângulos quanto aos lados, em seguida vamos a construção de triângulos e por fim a construção da altura, da mediana e da bissectriz num triângulo isósceles. Desejamos desde já bom estudo da lição.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

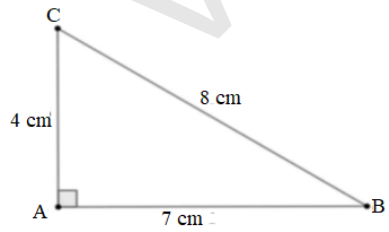
- Classificar triângulos quanto à amplitude dos ângulos;
- Construir altura, mediana e a bissectriz no triângulo isósceles.

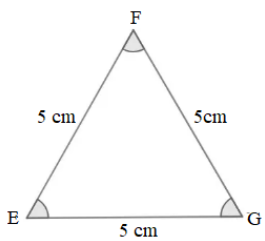
A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos.

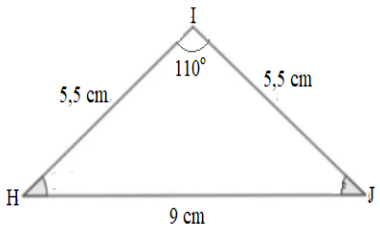
Caro aluno, com certeza ainda se lembra da classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos que aprendeu em classes anteriores. Vamos fazer uma pequena revisão para ajudar-te a relembrar alguns conceitos ligados aos triângulos.

Os triângulos são polígonos que possuem **três lados**, **três ângulos internos** e **três vértices**.

Observa os triângulos e classifica-os quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos.





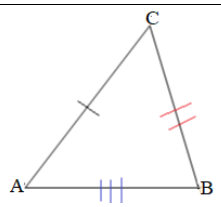
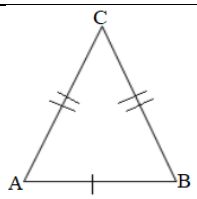
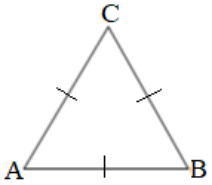


De certeza que conseguiu notar que o primeiro triângulo quanto aos lados é **escaleno** e quanto a amplitude dos ângulos é **rectângulo,** o segundo quanto aos lados é **equilátero** e quanto a amplitude dos ângulos é **acutângulo** e o terceiro quanto aos lados **é isósceles** e quanto a amplitude dos ângulos é **obtusângulo.**

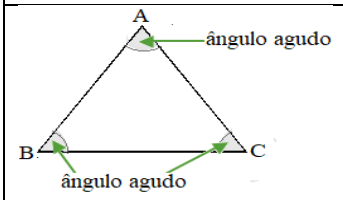
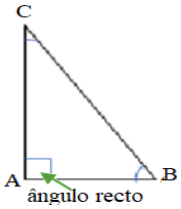
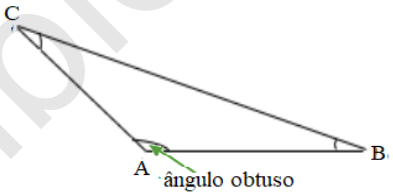
O quadro que se segue apresenta o resumo da classificação dos triângulos.

Venda proibida

Os triângulos quanto ao comprimento dos lados podem ser

Triângulo escaleno	**Triângulo isósceles**	**Triângulo equilátero**
		
Todos os lados são diferentes	Tem pelo menos dois lados iguais.	Todos os lados são iguais
$\overline{AB} \neq \overline{BC} \neq \overline{AC}$	$\overline{AC} = \overline{BC} \neq \overline{AB}$	$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$

Quanto a amplitude dos ângulos, os triângulos podem ser

Triângulo acutângulo	**Triângulo rectângulo**	**Triângulo obtusângulo**
		
Todos os ângulos internos são menores que 90°, ou seja, são **ângulos agudos**	um dos ângulos internos mede 90°, ou seja, é um **ângulo recto**	um dos ângulos internos tem amplitude maior que 90°, ou seja, é **um ângulo obtuso**

Passo a passo, agora você vai aprender como se constrói um triângulo.

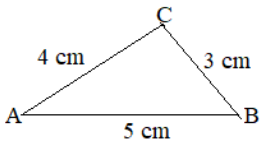
Construção de triângulo

Para construir um triângulo é necessário ter régua ou esquadro, compasso, transferidor, lápis e borracha.

Uma actividade

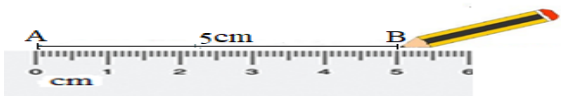
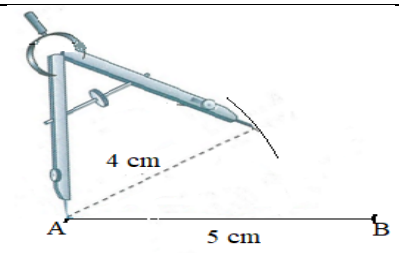
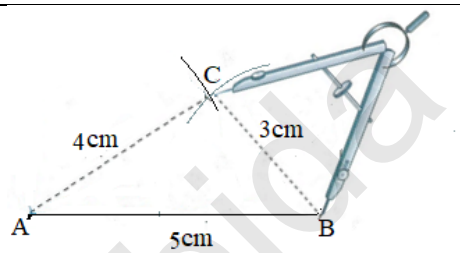
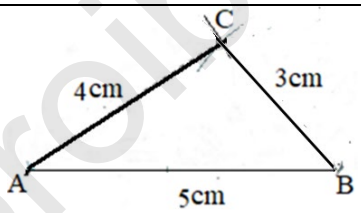
1. Constrói um triângulo [ABC], tal que $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{AC} = 4cm$ e $\overline{BC} = 3cm$. Repara que nesta construção são dadas as medidas dos três lados do triângulo. Para tal, antes de iniciar com a construção, deve se fazer um esboço onde se assinala os dados para ter ideia de como deve estar posicionada a figura.

Esboço



Venda proibida

Feito o esboço, começa-se com a construção, seguindo os seguintes passos:

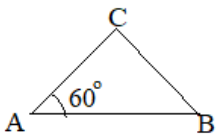
1º Usando régua e lápis, traça um dos lados do triângulo. Neste caso, o lado $\overline{AB} = 5cm$	
2º Com auxílio do compasso, traça um arco com centro em A e abertura igual a $4cm$ que corresponde ao lado $\overline{AC} = 4cm$	
3º Com auxílio do compasso, traça também um outro arco com centro no ponto B e abertura igual a $3cm$ que corresponde ao lado $\overline{BC} = 3cm$	
4º No ponto da intersecção dos dois arcos, marca o ponto C e com a régua e o lápis, une os três pontos traçando os segmentos $\overline{AC} = 4cm$ e $\overline{BC} = 3cm$, lados do triângulo ABC.	

Caro aluno, conseguiu compreender como se faz a construção?

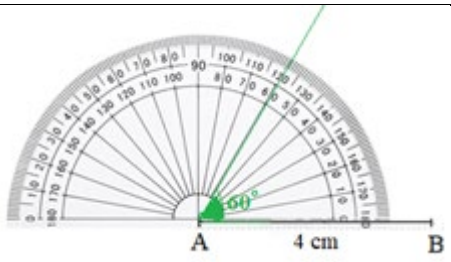
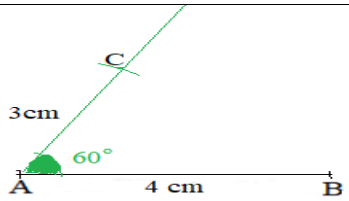
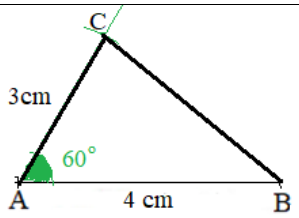
Não se preocupe, se não percebeu muito bem. Esta actividade (exemplo) é a primeira. Seguir-se-ão mais. Preste bem atenção!

2. Agora, vamos construir um triângulo [ABC], tal que $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{AC} = 3cm$ e $\widehat{CAB} = 60^{\circ}$.

Neste caso, são dadas as medidas dos dois lados e de um angulo. Os procedimentos são similares a anterior construção.

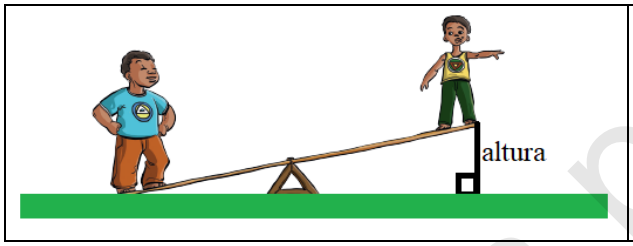
Esboço 	2º Traça o lado $\overline{AB} = 4cm$
3º Constrói o Angulo $\widehat{CAB} = 60^{\circ}$ com centro no ponto A, usando o transferidor	4º Sobre a semi-recta traçada com a origem no ponto A, marca o ponto C a uma distância igual a $3cm$ que corresponde ao lado $\overline{AC}$.

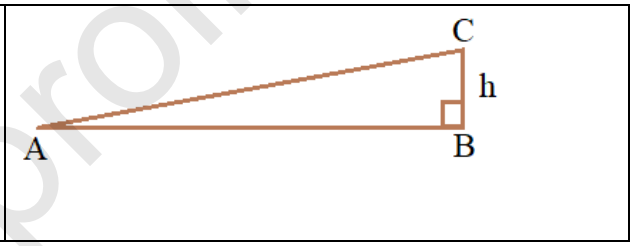
Venda proibida

	
5º Une os pontos C e B, obtendo assim o triângulo [ABC].	

Construção da altura, mediana e a bissectriz num triângulo isóscele

Agora vamos aprender construir a altura, a mediana e a bissectriz no triângulo isósceles. Mas antes disso, precisamos de ter noção de altura do triângulo. Ora vejamos:





O triângulo rectângulo ABC representado pela figura geométrica do baloiço e o chão. O segmento $\overline{BC}$ é **perpendicular ao lado** $\overline{\boldsymbol{AB}}$. O lado $\overline{AB}$ é **a base** do triângulo ABC. O segmento $\overline{BC}$ é a **altura (*h*)** do triângulo ABC. Então:

A altura de um triângulo é o segmento de recta perpendicular à base do triângulo, traçado a partir do vértice oposto à base.

Qualquer um dos lados pode servir de base do triângulo e pode se traçar altura em relação a um dos lados. A questão que se coloca é:

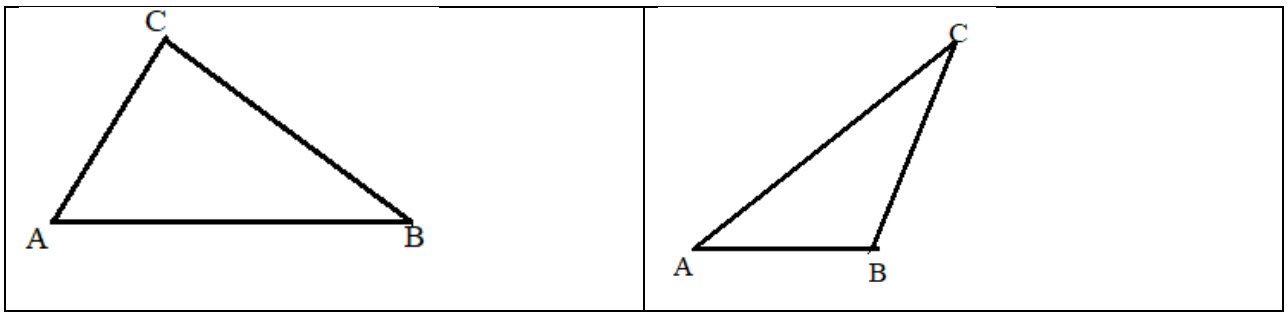
Como construir a altura de um triângulo?

Existe vários procedimentos para construir a altura de um triângulo. Mas para nós, usaremos o mais simples que consiste em usar régua e esquadro.

Exemplos:

Constrói as Alturas dos seguintes triângulos em relação ao lado [AB].

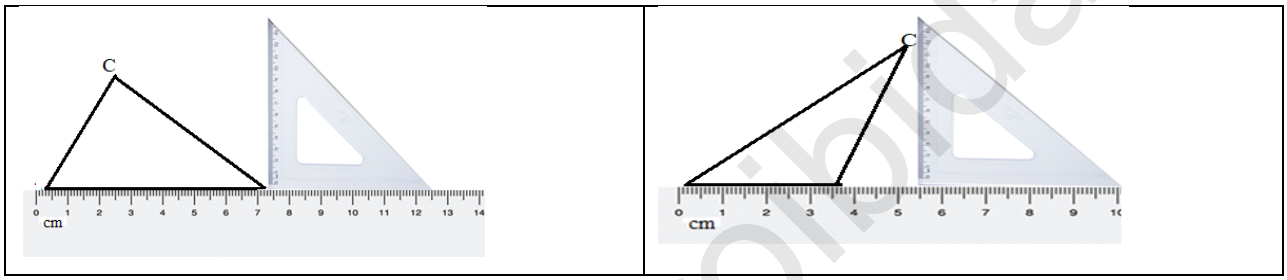
Venda proibida



Para construir a altura do triângulo ABC usando régua e esquadro, segue-se os seguintes passos:

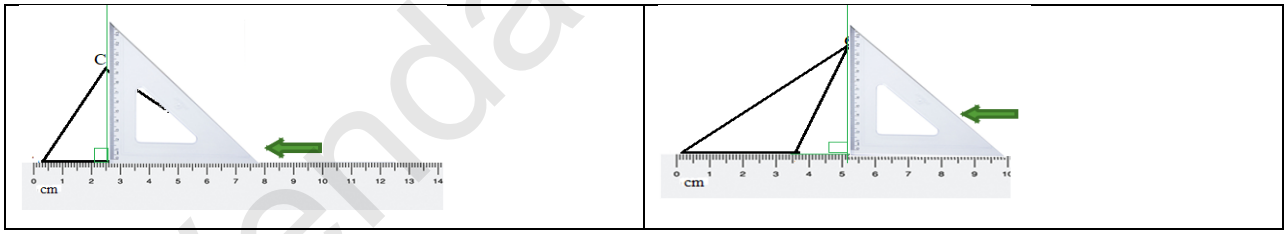
1º Passo

Coloca-se, a régua na base do triângulo ABC e ajusta-se com o esquadro, como mostram as figuras abaixo.



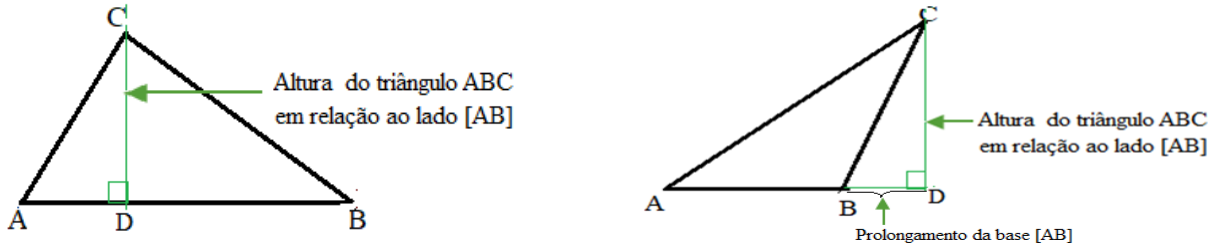
2º Passo

Mantem-se a régua fixa, desloca-se o esquadro para a esquerda até encontrar o vértice C e traça-se o segmento perpendicular que parte de C até ao lado $\overline{AB}$.



3º Passo

Na intersecção do segmento perpendicular que parte do ponto C até ao lado $\overline{AB}$, marca-se o ponto D. O segmento $\overline{CD}$ é a altura (h) do triângulo ABC em relação ao lado $\overline{AB}$.



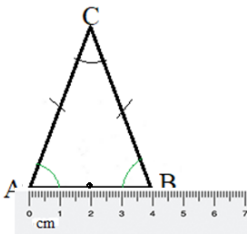
Repara que no segundo triângulo, para traçar a altura em relação ao lado $\overline{AB}$ foi necessário o prolongamento da base [AB].

Venda proibida

No triângulo isóscele procede-se do mesmo modo.

Exemplo:

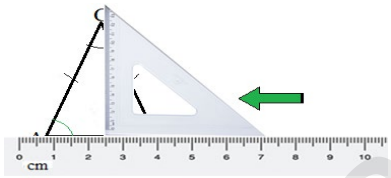
1º Desenha um triângulo isósceles, com a régua mede o comprimento da base ($\overline{AB}$) e marca o meio da base



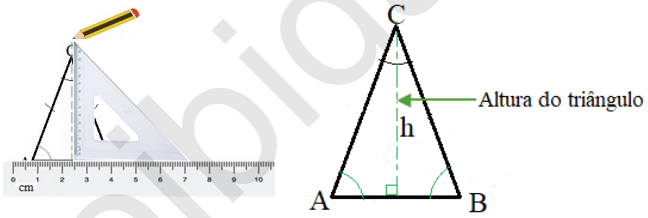
Não se esqueça:

Um triângulo isósceles tem dois lados iguais e dois ângulos iguais

2º Desloca-se o esquadro sobre a base $\overline{AB}$ até encontrar o vértice oposto (ponto C).



3º A partir do vértice, traça um segmento de recta perpendicular à base. Este segmento de recta representa a **altura do triângulo**



Com estas construções você já é capaz de traçar altura de um triângulo em relação a um dos seus lados. Passemos agora, para a construção de mediana de um triângulo:

Certamente já ouviu falar sobre mediana. Se nunca ouviu, então, aprenda. Se já ouviu, então, melhor.

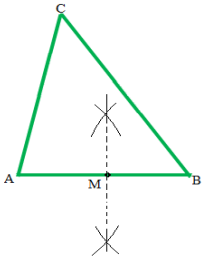
Mediana de um triângulo

E o que a Mediana de um triângulo?

Mediana de um triângulo é o segmento de recta que parte de um vértice do triângulo para o ponto médio do lado oposto. Para construir mediana num triangulo ABC segue-se os seguintes passos:

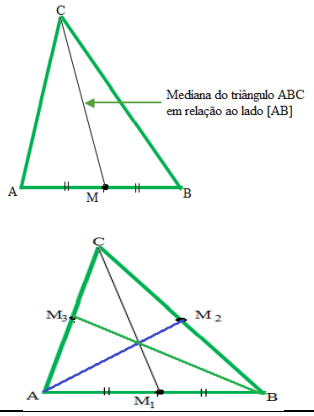
1º Determina **o ponto médio** num dos lados do triângulo ABC, como mostra a figura abaixo. Neste caso, será no lado [AB].

O ponto médio divide o segmento em duas partes iguais.



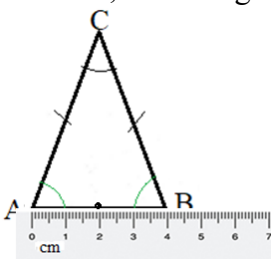
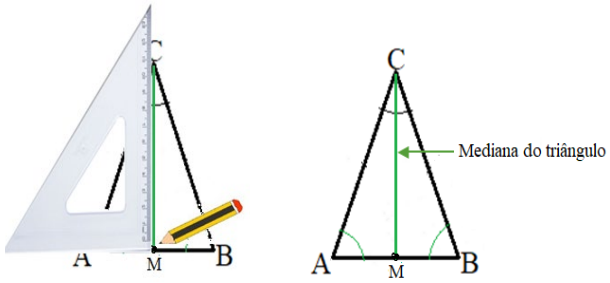
2º Traça um segmento de recta que parte do vértice ao ponto médio do lado [AB].

Um triângulo tem três medianas



Para construir mediana, em relação à base do triângulo isósceles, pode se proceder da seguinte maneira:

Venda proibida

1º Desenha um triângulo isósceles, com a régua mede o comprimento da base ($\overline{AB}$) e marca o meio da base. 	2º Traça um segmento de recta que une o meio da base e o vértice C. O segmento de recta ($\overline{CM}$) representa a **mediana do triângulo.** 

Caro aluno, já aprendeu a construir um triângulo, a sua altura e a sua mediana. Agora vamos aprender a traçar a bissectriz num triângulo isóscele.

A bissectriz do triângulo isósceles

Como se constrói esta bissectriz do triângulo isósceles?

Antes de aprender a construir a bissectriz no triângulo isósceles é necessário que saibas o que é bissectriz de um ângulo.

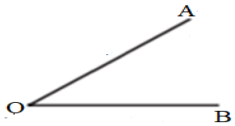
Bissectriz de um ângulo é a semi-recta que o divide em dois ângulos geometricamente iguais.

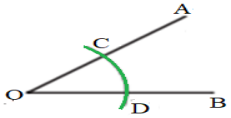
Para determinar a bissectriz de um ângulo pode se usar dois caminhos.

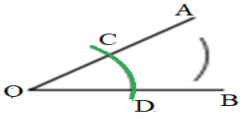
Passos para a construção da bissectriz:

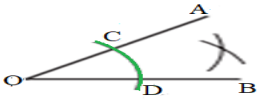
- Medir o ângulo com transferidor e determinar a metade;
- Determinar, com o compasso, a semi-recta que divide o ângulo em duas partes iguais.

Exemplo:

A bissectriz do ângulo AOB pode ser determinada da seguinte maneira: 

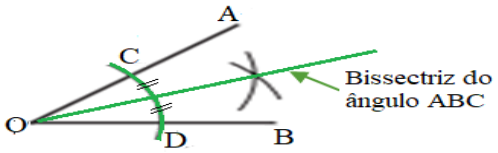
1º Coloca-se a ponta seca do compasso no vértice O do ângulo e traça- se um arco que intersecta cada lado do ângulo obtendo os pontos **C** e **D** respectivamente. 

2º Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto C e traça-se um arco na região entre os lados do ângulo. 

3º Com a mesma abertura do compasso, coloca-se a ponta seca do compasso no ponto D e traça-se um outro arco de modo que os dois arcos se cruzem. 

Venda proibida

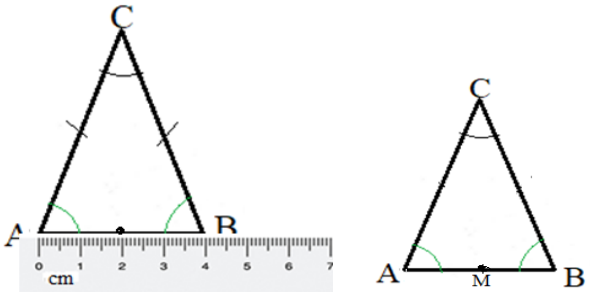
4ºTraça-se uma semi-recta que parte de O e passa pela intersecção dos arcos. Obtendo assim, a bissectriz do ângulo AOB em dois ângulos iguais



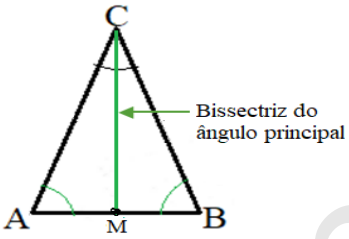
Após esta construção, já se pode tratar da bissectriz do triângulo isósceles.

No triângulo isóscele considera-se a bissectriz do ângulo principal ($\widehat{ACB}$). Assim, para construir a bissectriz do ângulo principal, pode se proceder da seguinte maneira:

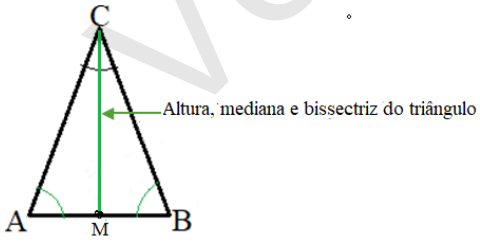
1º Desenha o triângulo isósceles e determina o meio da base $\overline{AB}$ e marca-se o ponto M.



2º Traça um segmento de recta que une o ponto M e vértice C. Este segmento de recta representa a bissectriz do triângulo.



Nota que, num triângulo isósceles, a altura, a mediana e a bissectriz do ângulo principal definem o mesmo segmento de recta.



$\overline{AM}=\overline{MB}$

$\widehat{ACM}=\widehat{MCB}$

Propriedades de triângulos isósceles

- Triângulo isósceles é um triângulo que tem dois lados com o mesmo comprimento;
- Os ângulos da base são iguais;

Venda proibida

- A bissectriz do ângulo superior é perpendicular à base e divide-a em dois lados congruentes;
- A mediatriz da base divide o ângulo oposto em dois ângulos iguais;
- A mediatriz da base é a mesma que a mediana e a altura do triângulo.

Caro aluno, chegado ao fim da lição, é momento de testar o nível do conhecimento adquirido. Para tal volta a reconstruir todas as figuras construídas na Lição, acompanhando cuidadosamente os passos seguidos. Caso tenha dificuldades procura o tutor para poder dar mais auxílio. Tenha bom trabalho.

Exercício

1. Das afirmações a baixo, indique com **V** as verdadeiras e com **F** as falsas.
   a) Todo triângulo isóscele tem todos lados iguais.
   b) Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
   c) A mediatriz da base divide o ângulo oposto em dois ângulos iguais.
   d) A bissectriz do ângulo superior não é perpendicular à base do triangulo.

2. Com base nos dados por cada alínea, construa os respectivos triângulos:
   a) Considere $\overline{AB} = 6\ cm$, $\overline{Ac} = 5\ cm$ e $\overline{BC} = 4\ cm$
   b) $\overline{AB} = 5\ cm$, $\overline{Ac} = 4\ cm$ e $\widehat{CAB} = 60^{o}$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Nesta lição aprendeu a classificação de triângulos quanto à amplitude dos ângulos. Vimos que eles podem ser acutângulos, rectângulos e obtusângulos. Também aprendeu como construir altura, mediana e a bissectriz no triângulo isósceles. Desta abordagem concluiu-se que num triângulo isósceles, a altura, a mediana e a bissectriz do ângulo principal definem o mesmo segmento de recta. Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) F b) V c) V d) F
2. A Chave de Correcção desta pergunta considera se as construções feitas ao longo da lição**.**

Venda proibida

LIÇÃO Nº 15: Ângulos

Introdução

Depois de estudar os triângulos e respectiva classificação quanto aos ângulos, entre outros aspectos, na lição anterior, nesta lição vai estudar os ângulos. Complementares, suplementares e adjacentes.

Preste atenção, caro aluno!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar ângulos complementares,
- Identificar ângulos suplementares;
- Identificar ângulos determinados por uma secante a duas rectas paralelas;
- Identificar os ângulos adjacentes;
- Resolver equações onde são conhecidos alguns ângulos para determinar o complementar, o suplementar, o oposto;

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 90 minutos.

Nas classes anteriores você aprendeu os ângulos e os seus elementos, a classificação dos ângulos quanto à amplitude. Nesta lição vamos aprofundar o estudo de ângulos, iniciando pela revisão do conceito e os elementos de um ângulo, unidade e instrumento de medição de ângulos bem como a classificação dos ângulos quanto a amplitude.

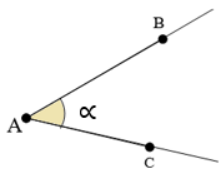
Ângulo e os seus elementos

O que é um Ângulo?

Ângulo é uma porção do plano, formado por duas semi-rectas, com mesma origem e um ponto. As duas semi-rectas chamam-se lados do ângulo e o ponto no qual as duas semi-rectas se cruzam chama-se vértice do ângulo.

Um Exemplo:

A figura ao lado representa **o angulo BAC,** designado pela letra $\propto$ e simbolicamente escreve-se $\measuredangle BAC$**.** Também pode ser designado por $\measuredangle A$**,** usando apenas o vértice**.**



O ponto A é o vértice do angulo (origem das semi-rectas).

$\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os lados do angulo (as semi-rectas)

Venda proibida

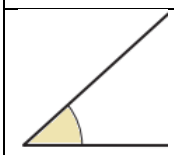
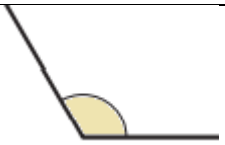
Caro aluno! Ainda lembra-se da unidade usada para indicar a amplitude do angulo? Do instrumento usando para medir a amplitude do angulo? E da classificação dos ângulos quanto a amplitude dos ângulos?

De certeza que está pensando... e… pensando.

De facto, a unidade usada para indicar a amplitude do angulo é "**grau" (°) e o** instrumento usando para medir a amplitude do angulo chama-se **transferidor**.

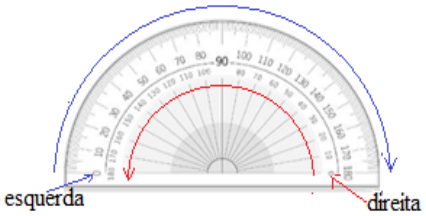
Tipos de Ângulos

Os ângulos quanto à amplitude podem ser:

Ângulo agudo	**Ângulo recto**	**Ângulo obtuso**	**Ângulo raso**	**Ângulo giro**
				
Quando a sua amplitude é menor que 90°	Quando a sua amplitude é igual a 90°	Quando a sua amplitude é maior que 90° e menor que 180°	Quando a sua amplitude é igual a 180°	Quando a sua amplitude é igual a 360°

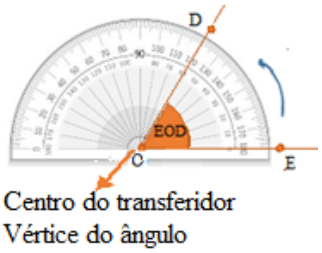
Lembra-se:

O transferidor é graduado da **esquerda para direita** e da **direita para esquerda**.



O maior ângulo que pode ser medido por um transferidor é o ângulo raso, que mede 180^0.

A leitura da amplitude de um ângulo deve ser feita a partir de um dos lados do ângulo que coincide com o zero do transferidor. É necessário que o centro do transferidor coincida com o vértice do ângulo.



Caro aluno, analisemos a seguinte questão:

Ao usar uma parte de transferidor para medir a amplitude do ângulo dado, resta uma parte do transferidor, o que significa esta parte do transferidor que sobra?

Para responder esta questão, acompanha atentamente a abordagem dos conceitos que se seguem.

Ângulos complementares

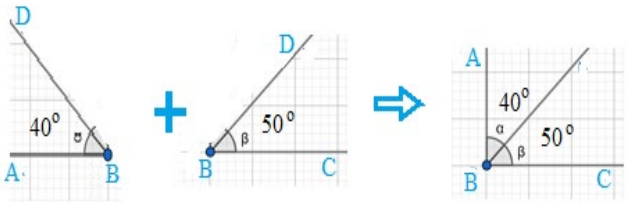
Quando é os ângulos são complementares?

Diz-se que dois ângulos são **complementares,** quando a soma de suas medidas é igual a 90°.

Exemplo:

Venda proibida

Na figura ao lado, o ângulo $\hat{\alpha} = 40°$ e $\hat{\beta} = 50°$. Significa que os ângulos $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ são ângulos complementares porque:



$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90° \Leftrightarrow 40° + 50° = 90°$

Assim, $\boxed{\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90°}$ ou $\boxed{A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90°}$

Ângulos suplementares

Diz-se que dois ângulos são **suplementares,** quando a soma de suas medidas é igual a 180°.

Exemplo:

Na figura a direita, o ângulo $\hat{\alpha} = 45°$ e $\hat{\beta} = 135°$. Quer dizer que os ângulos $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ são **ângulos Suplementares** porque

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180° \Leftrightarrow 45° + 135° = 180°$

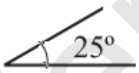
Assim,

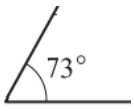
$\boxed{\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°}$ ou $\boxed{A\hat{B}D + D\hat{B}C = 180°}$

Actividades

Observa as figuras que se seguem e indica:

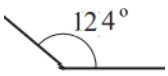
1. O complementar de cada ângulo?

a) 

b) 

2. O suplementar de cada ângulo?

a)

b) 

Bravo! Parabéns por ter conseguido identificar que:

1. a) O complementar de um ângulo de 25° é um ângulo de 65° porque $25° + 65° = 90°$. Isto é, os dois ângulos são complementares porque a soma das amplitudes destes ângulos é igual a 90°, ou seja formam um ângulo recto.

Venda proibida

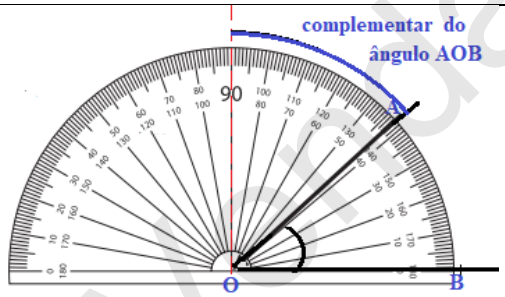
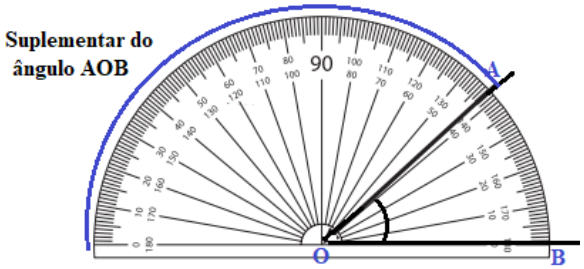
O mesmo que acontece com alínea b) O complementar de um ângulo de 73° é um angulo de 17° porque $73° + 17° = 90°$. Os dois ângulos são complementares porque a soma das amplitudes destes ângulos é igual a 90°, ou seja formam um ângulo recto.

No exercício 2, conseguiu identificar que:

a) O suplementar de um ângulo de 100° é um ângulo de 80° porque $100° + 80° = 180°$, pois a soma das amplitudes destes dois ângulos é igual a 180°, ou seja, formam um ângulo raso por isso são suplementares e;

Na alínea b) o suplementar de um ângulo de 124° é um ângulo de 56° porque $124° + 56° = 180°$.Isto é, a soma das amplitudes destes dois ângulos é igual a 180°, ou seja, formam um ângulo raso por isso são suplementares e;

Repare que, nesta abordagem, a análise dos ângulos é feita dois a dois ou seja aos pares. Isso significa que, ao medir amplitude de um ângulo, usando o transferidor, a parte que sobra do transferidor, representa **o complementar de um ângulo**, se considerarmos o **ângulo recto** ou **o suplementar de um ângulo**, se considerarmos **o ângulo raso**. Aqui esta a resposta da nossa reflexão.

Ângulos complementares	**Ângulos suplementares**
	
Se $\boldsymbol{A\hat{O}B = 42°}$ o ângulo complementar mede **48°**	Se $\boldsymbol{A\hat{O}B = 42°}$ o ângulo suplementar mede **138°**

Considerando a abordagem acima referenciada, pode se afirmar que, os ângulos complementares e suplementares são designados **pares de ângulos.**

Além de ângulos complementares e suplementares, existem outros pares de ângulos com designações específicas que serão abordados, nesta lição, a seguir.

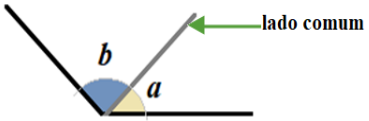
Ângulos adjacentes

Ângulos adjacentes são ângulos que **t**êm um lado comum, eles partilham um lado comum.

Versão proibida

Exemplo:

Os ângulos $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ são **ângulos adjacentes** porque têm um lado comum que os separa.

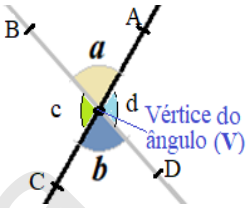


Ângulos opostos pelo vértice

Observa a figura ao lado, ela representa duas rectas que se cruzam.

Quando duas rectas se cruzam, formam dois pares de ângulos chamados **ângulos verticalmente opostos** ou **ângulos opostos pelo vértice**.

Diz-se que **dois ângulos são verticalmente opostos** quando têm o mesmo vértice e os lados de um estão no prolongamento dos lados do outro.



Exemplo:

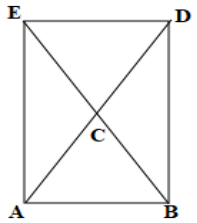
Os $\measuredangle \boldsymbol{BVA}$ $(\measuredangle \boldsymbol{a})$ **e** $\measuredangle \boldsymbol{CVD}$ $(\measuredangle \boldsymbol{b})$ são ângulos verticalmente opostos. Isto é, $\measuredangle \boldsymbol{a} = \measuredangle \boldsymbol{b}$

Os $\measuredangle \boldsymbol{BVC}$ $(\measuredangle \boldsymbol{c})$ **e** $\measuredangle \boldsymbol{AVD}$ $(\measuredangle \boldsymbol{d})$ são ângulos verticalmente opostos. Isto é, $\measuredangle \boldsymbol{c} = \measuredangle \boldsymbol{d}$

Os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude.

Exemplo:

Considere o rectângulo [ABDE].



[AD] e [BE] são diagonais do rectângulo. Se $E\hat{C}D = 40°$. Determine:

a) $A\hat{C}B$

b) $D\hat{C}B$

Resolução

a) Observando no rectângulo, e uma vez que [AD] e [BE] são diagonais do rectângulo, nota-se que os $\measuredangle ACB$ **e** $\measuredangle ECD$ são ângulos verticalmente opostos e como os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude. Assim $A\hat{C}B = E\hat{C}D = 40°$.

b) Para esta alínea, no mesmo rectângulo, nota-se que $\measuredangle DCB$ **e** $\measuredangle ECD$ formam um angulo raso, isto é, são ângulos suplementares assim $D\hat{C}B + E\hat{C}D = 180°$. Substituindo $E\hat{C}D = 40°$, obtém-se:

$D\hat{C}B + 40° = 180° \Leftrightarrow D\hat{C}B = 180° - 40° \Leftrightarrow \boldsymbol{D\hat{C}B = 140°}$

Caro aluno, conseguiu compreender a caracterização dos ângulos adjacentes e dos ângulos verticalmente opostos? Se sim, passa para o conteúdo seguinte. Caso não tenha entendido, volta a reler a abordagem, faça de novo, a resolução de exemplo ou procura o tutor do C.A.A para dar apoio na resolução.

Venda proibida

Para terminar, vamos a abordagem dos últimos pares de ângulos planificados para esta lição.

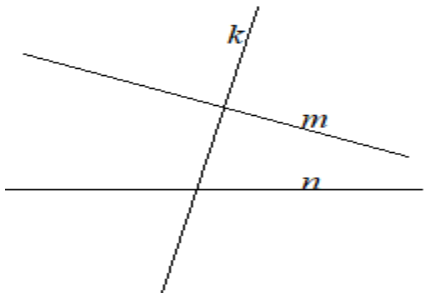
Ângulos formados por duas rectas paralelas e uma secante

Caro aluno, nas classes anteriores aprendeu rectas paralelas e recta secante. Ainda se recorda desta matéria? Acreditamos que sim, mas para melhor revisão, responda à questão que se segue.

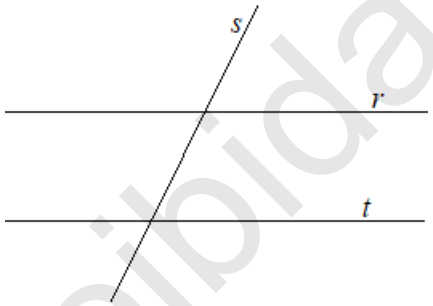
Actividades

Identifique a figura que apresenta rectas paralelas cortadas por uma secante.

a)



b)



De certeza escolheu a alínea b) pois, **duas rectas** de um plano dizem-se **paralelas** se não tiverem nenhum ponto comum.

Exemplo:

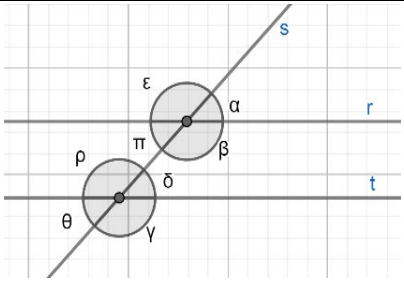
A recta ***r*** é paralela à recta ***t***, pois elas não têm nenhum ponto comum e nunca vão se cruzar. Simbolicamente escreve-se $r // t$.

Uma recta é secante a duas rectas se for concorrente com ambas. Isto é, se ambas apresentam apenas um ponto comum.

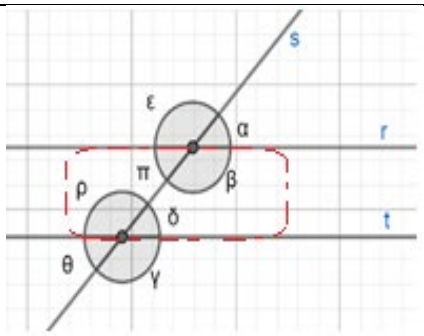
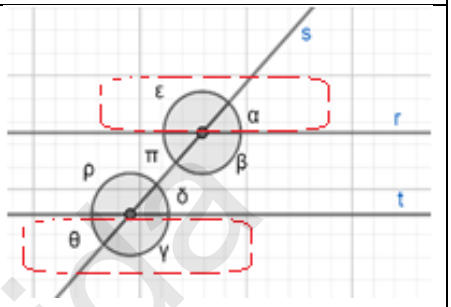
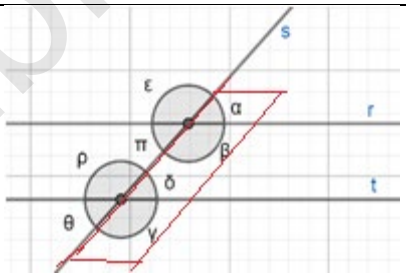
Exemplo:

A recta **k** é **secante** a rectas ***m e n***, mas estas não são paralelas, pois ao prolongarmos as rectas m e n acabam cruzando-se, e a recta ***s*,** também é **secante à** rectas ***r e t,*** as quais são paralelas e pela sua disposição, mesmo que sejam prolongadas não vão se cruzar.

Partindo das três rectas assim dispostas:

Recta ***s*** **secante** à rectas ***r*** paralelo a recta ***t*** **(** $r // t$**),** para além de **ângulos opostos pelo vértice** tais como $\hat{\beta}$ e $\hat{\varepsilon}$; $\hat{\alpha}$ e $\hat{\pi}$; $\hat{\delta}$ e $\hat{\theta}$; $\hat{\rho}$ e $\hat{\gamma}$, formam os seguintes pares de ângulos:	

Venda proibida

Ângulos alternos internos Os ângulos alternos internos localizam-se na região interna das rectas **r** e **t** em posições alternadas em relação a recta secante **s** **Exemplo:** Os ângulos $\hat{\beta}$ e $\hat{\rho}$; $\hat{\pi}$ e $\hat{\delta}$	
Ângulos alternos externos Os ângulos alternos externos estão na região externa das rectas **t** e **r** em posições alternadas em relação a recta secante **s** **Exemplo:** Os ângulos $\hat{\alpha}$ e $\hat{\theta}$; $\hat{\varepsilon}$ e $\hat{\gamma}$	
Ângulos correspondentes Os ângulos correspondentes são aqueles que ocupam a mesma posição em duas rectas distintas. **Exemplo:** Os ângulos $\hat{\alpha}$ e $\hat{\delta}$; $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$; $\hat{\rho}$ e $\hat{\varepsilon}$; $\hat{\theta}$ e $\hat{\pi}$	

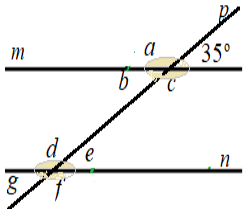
Lembra-se que os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude, ou seja, são iguais. Nesta descrição, também, nota-se que:

- Dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida;
- Dois ângulos correspondentes têm a mesma medida;
- Dois ângulos alternos internos ou alternos externos têm a mesma medida.

Conhecido um dos ângulos pode se determinar a medida dos outros ângulos.

Exemplos:

1. Na figura ao lado, as rectas "*m*" e "**n**" são paralelas, cortadas por uma secante "p". Determina a amplitude dos ângulos representadas pelas letras a, b, c, d, e, f e g.



$m \,//\, n$

Resolução

$\hat{a} + 35° = 180°$ (ângulos suplementares)

$\hat{a} = 180° - 35° = 145°$

Venda proibida

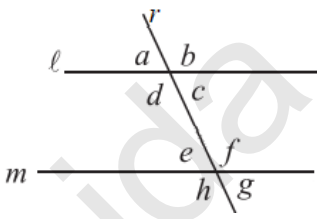
$\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{c}} = \hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{f}} = \mathbf{145°}$ (ângulos opostos pelo vértice, alternos internos e alternos externos)

$\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{g}} = \mathbf{35°}$ (ângulos opostos pelo vértice, alternos internos e alternos externos)

Caro aluno! Para consolidar o que já aprendeu, nesta lição, resolve os exercícios.

Exercícios

1. Indique todos os pares de ângulos que estão formados na figura ao lado.



Ângulos correspondentes

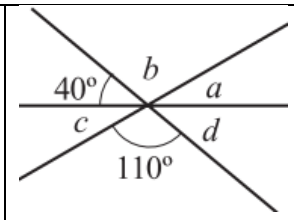
Ângulos alternos internos

Ângulos alternos externos

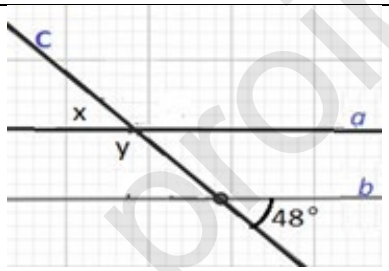
Ângulos verticalmente opostos

2. Calcula a amplitude dos ângulos assinalados por letras.

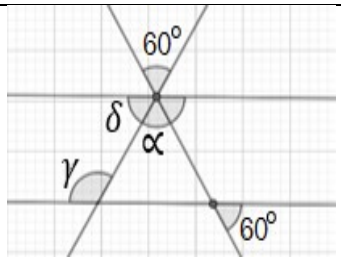
a)



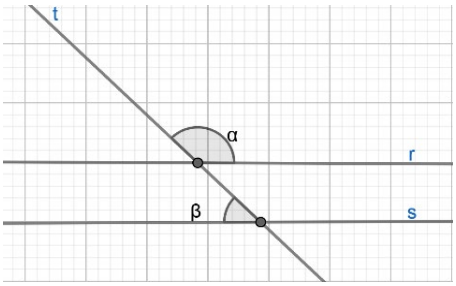
b)



c)



3. Na figura ao lado, as rectas "r" e "s" são paralelas, cortadas por uma secante "t". Se a medida do ângulo alfa (α) é o dobro ângulo beta (β), então a diferença entre alfa e beta é:



a) 120° b) 72° c) 60°

Indica a alternativa correcta que satisfaz a proposição.

Este é momento de apresentar o resumo no seu caderno, pois a lição já chegou ao fim.

Resumo da Lição

Nesta aula aprendeu que dois ângulos complementares formam um ângulo recto e os suplementares formam um ângulo raso. Os ângulos adjacentes têm um mesmo lado comum.

Duas rectas paralelas cortadas por uma secante formam pares de ângulos, nomeadamente, ângulos opostos pelo vértice (verticalmente opostos), correspondentes, alternos internos ou externos.

Venda proibida

Dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida. O mesmo acontece com dois ângulos correspondentes, alternos internos ou externos têm a mesma medida, respectivamente.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de correcção.

Chave de Correcção

1. Ângulos correspondentes — *a* e *e*; *d* e *h*; *b* e *f*; *c* e *g*
   Ângulos alternos internos — *d* e *f*; *e* e *c*
   Ângulos alternos externos — *a* e *g*; *b* e *h*
   Ângulos verticalmente opostos — *a* e *c*; *d* e *b*; *e* e *g*; *h* e *f*

2. a) $\hat{a} = \hat{c} = 50°$(ângulos opostos pelo vértice)
   $\hat{d} = 50°$
   $\hat{b} = 100°$

   b) $\hat{x} = 48°$ (ângulos alternos externos)
   $\hat{y} = 132°$
   (ângulos suplementares)

   c) $\widehat{\propto} = 60°$ (ângulos opostos pelo vértice
   $\hat{\gamma} = 120°$(ângulo externo do triangulo)
   $\hat{\delta} = 60°$

3. Sabe-se que $\widehat{\propto} = 2 \times \hat{\beta}$ e $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$(ângulos suplementares). Substituindo o valor de $\boldsymbol{\alpha}$ fica $2 \times \hat{\beta} + \hat{\beta} = 180°$. Pondo em evidência β obtém-se

$(2 + 1) \times \hat{\beta} = 180° \Leftrightarrow 3 \times \hat{\beta} = 180° \Leftrightarrow \widehat{\beta} = 180^{\circ} \div 3 \Leftrightarrow \widehat{\beta} = 60°$

$\hat{\alpha} = 180° - \hat{\beta} \Leftrightarrow \hat{\alpha} = 180° - 60° \Leftrightarrow \hat{\alpha} = 120°$

$\widehat{\propto} = 2 \times \hat{\beta} = 2 \times 60^{\circ} = 120^{\circ}$

$\hat{\alpha} - \hat{\beta} = 120° - 60° = 60°$

Resposta: a opção correcta é **c).**

Venda proibida

LIÇÃO Nº 16: Polígonos

Introdução

Nesta lição vai estudar a classificação dos polígonos, quanto ao número dos lados, ângulos internos e externos, por outro lado vai aprender a noção de apótema.

Aproveite, devidamente, a lição, caro aluno.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

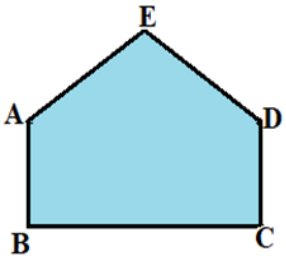
- Classificar os polígonos quanto ao número dos lados;
- Identificar os ângulos internos e externo de um polígono;
- Definir apótema;
- Identificar o apótema.

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos.

Caro estudante, com certeza, ainda se lembra do conceito de polígono que aprendeu em classes anteriores. Certo!

Nesta lição vamos dar continuidade ao estudo dos polígonos, aprofundando o conceito, as características e a classificação dos mesmos. Para tal iniciaremos pela revisão do seu conceito.

Nas classes anteriores aprendeu que **polígono** é uma figura plana limitada por uma linha poligonal fechada.



A figura ao lado representa um polígono constituído por **uma linha poligonal [ABCDE]**, que é fronteira da sua região interior.

Os pontos **A, B, C, D e E** são **vértices do polígono [ABCDE];**

Os segmentos [AB], [BC], [CD], [DE] e [EA] são **lados do polígono** [ABCDE]

Repare que a linha poligonal forma os segmentos [AB], [BC], [CD], [DE] e [EA] que são lados do polígono. Desta forma, **os polígonos são figuras planas e fechadas constituídas por segmentos de recta.**

Venda proibida

Caro aluno, analisando esta última definição, que matéria estudada lhe faz recordar? É isso mesmo, faz recordar o triângulo, rectângulo e o quadrado. Estas figuras planas também são chamadas de polígonos. Muito bem.

Sabias que a palavra "**polígono**" vem da palavra grega "**polígonos**" e que constitui a união de dois termos "*poly*" e "*gon*" que significa ter "muitos lados ou ângulos".

Depois desta informação, de certeza que estará a questionar-se: *quais são as outras figuras que podem ser consideradas polígonos?*

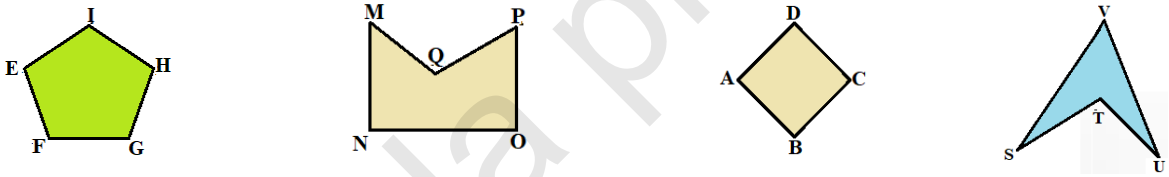
Ora vejamos.

Tipos de polígonos

Tendo em conta as diferentes formas de representação, os polígonos podem ser **simples** ou **complexos.**

1. Os polígonos simples são aqueles que apresentam segmentos consecutivos de forma não colinear, que não se cruzam e só se tocam apenas nas extremidades.

Exemplos:

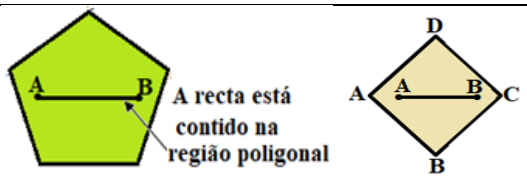
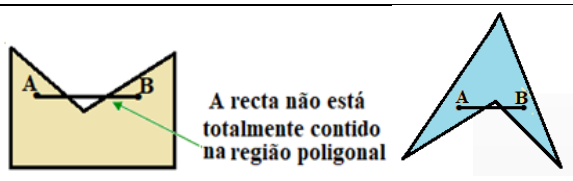


Os polígonos simples subdividem-se em dois grupos: **os convexos** e **os não convexos (côncavos).**

Os polígonos simples são chamados **convexos** quando qualquer segmento de recta [AB] que une dois pontos A e B, está totalmente contido no interior do polígono.

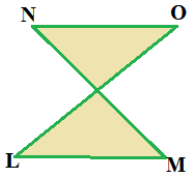
Os polígonos simples são chamados **não convexos** ou **côncavos,** quando existe pelo menos um ponto pertencente ao segmento [AB] no exterior do polígono.

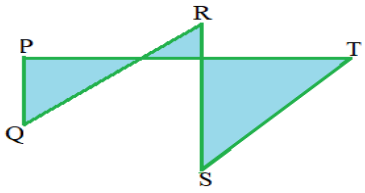
Exemplos:

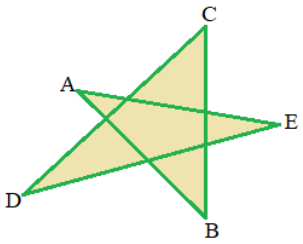
os convexos	**não convexos**
	

2. Os polígonos complexos são aqueles que apresentam segmentos que se cruzam e que há intersecção entre dois lados não consecutivos.

Venda proibida







Então, conseguiu compreender que existem vários tipos de polígonos? Para melhor verificar a tua compreensão? Responde às seguintes questões.

Actividades

a) Dentre vários tipos de polígonos, quais são os dois tipos chaves que os agrupam?

b) Em que tipo de polígonos se enquadra o triangulo, o quadrado e o rectângulo?

Muito bem! De facto, dentre vários tipos, os polígonos agrupam-se em simples e complexos. O triângulo, o rectângulo e o quadrado enquadram-se nos polígonos simples.

Agora vamos juntos pensar, será que a forma de apresentação do polígono é suficiente para identificar o seu enquadramento ou agrupamento?

Para responder esta questão, analisemos primeiro as características dos polígonos tendo em conta os lados e os ângulos que apresentam.

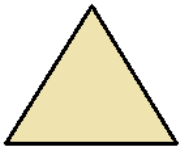
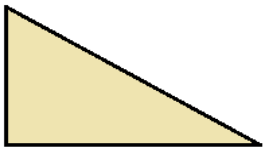
Classificação dos polígonos quanto a medida dos seus lados e ângulos

Os polígonos quanto a medida dos seus lados e ângulos podem ser **regulares** e **irregulares**.

Os polígonos regulares possuem todos lados e ângulos internos com medidas iguais.

Os polígonos irregulares possuem lados todos não iguais, por conseguinte, os ângulos também não são todos iguais.

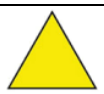
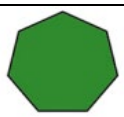
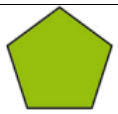
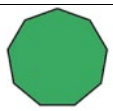
Exemplos:

Polígonos regulares	Polígonos irregulares
 **Triângulo equilátero** **Quadrado**	 **Trapézio** **Triângulo escaleno**

Classificação dos polígonos regulares

Os polígonos regulares quanto ao número dos lados classificam-se em:

Venda proibida

Designação	Características	Exemplo:		Designação	Características	Exemplo:
Triângulo equilátero	Três lados iguais e três ângulos iguais			Heptágono	Sete lados iguais e seteângulos iguais	
Quadrado	Quatro lados iguais e quatroângulos iguais			Octógono	Oito lados iguais e oitoângulos iguais	
Pentágono	Cinco lados iguais e cinco ângulos iguais			Eneágono	Nove lados iguais enove ângulos iguais	
Hexágono	Seis lados iguais e seisângulos iguais			Decágono	Dez lados iguais e dez ângulos iguais	

Terminada a classificação dos polígonos quanto a medida aos lados e dos ângulos, achas que já tens a resposta da reflexão? Acredita-se que ainda não estás seguro na tua resposta. Não faz mal, tens razão de não se sentir seguro pois ainda falta saber, afinal quais são os elementos que constituem a um polígono?

Elementos de um polígono

Ao iniciarmos esta lição, fizemos a revisão sobre a definição de polígono, mencionando alguns elementos que os compõem tais como lado e vértice, lembraste?

Certo! Agora observa a figura que se segue, ela apresenta os elementos de um polígono

Vértices de um polígono são pontos de encontro de segmentos de recta que formam um polígono.

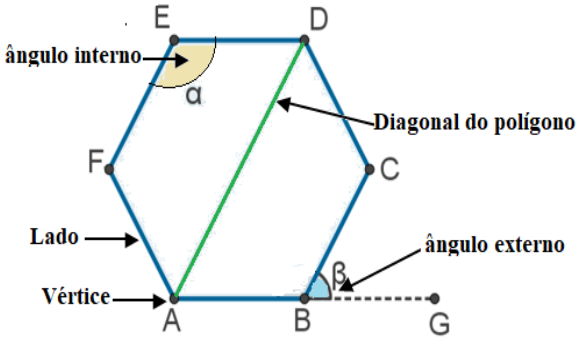
Exemplo:

O ponto A é um dos vértices do polígono [ABCDEF]

Lados de um polígono são os segmentos de recta que une os vértices.

Exemplo:

O segmento [FA] é um dos lados do polígono [ABCDEF].



Venda proibida

Ângulos internos de um polígono são ângulos formados em seu interior entre dois lados consecutivos.

Exemplos:

α é um dos ângulos interno do polígono [ABCDEF]

Ângulos externos de um polígono são ângulos formados entre um lado de um polígono e o prolongamento ao lado consecutivo a ele.

Exemplos:

β é um dos ângulos externo do polígono [ABCDEF]

Diagonais de um polígono são segmentos de recta que ligam dois vértices não consecutivos e que passa pelo interior de polígono.

Exemplo:

O segmento [AD] é uma das diagonais do polígono [ABCDEF]

Além destes elementos de polígono acima mencionados, existe um outro elemento característico designado por **Apótema.** Alguma vez já ouviu falar desta palavra? Certo! Então, vamos a isso.

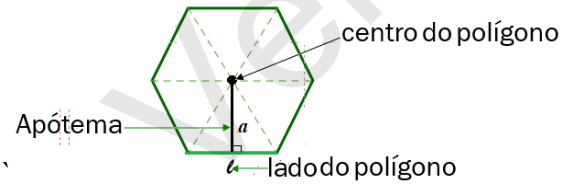
Agora, vai estudar apótema. Preste atenção.

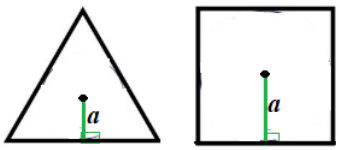
Noção de apótema

Apótema é o segmento de recta que parte do centro de um polígono regular e forma um angulo de 90° com a sua lateral. Ela é perpendicular ao lado do polígono.

Exemplos:

As figuras, abaixo, representam apótema de um hexágono, um triângulo e um quadrado.





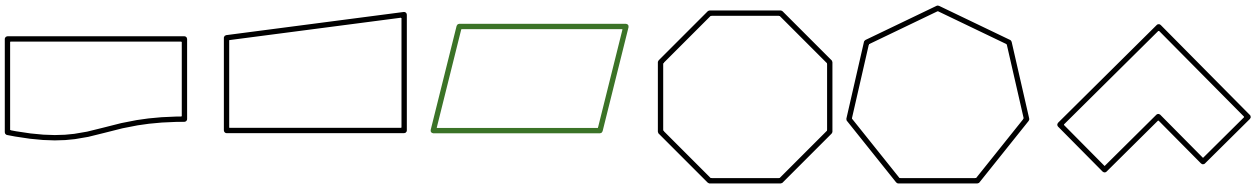
Caro aluno, agora já tem informação suficiente para dar uma resposta segura sobre a questão da reflexão. Ainda se lembra? É fácil lembrar, trata-se dos elementos que constituem um polígono. Estes elementos são considerando no enquadramento e classificação dos polígonos.

Para consolidar o que já aprendeu, nesta lição, resolve os exercícios que se seguem.

Venda proibida

Exercícios

1. Observa as figuras e identifica



a) Polígonos convexos.

b) Polígonos côncavos.

c) Polígonos regulares

2. Mencione os elementos que constituem a um polígono.

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Nesta aula aprendeu que os **polígonos** são figuras planas e fechadas constituídas por segmentos de recta. Os polígonos quanto aos lados podem ser triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, heptágono, octógono, eneágono ou decágono. Apótema é o segmento de recta que parte do centro de um polígono regular e forma um ângulo de 90° com a sua lateral.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1-a) B, C, D, E

b) F

c) C e D

2. Vértices, lado,

Então, conseguiu resolver os exercícios acertadamente? Excelente trabalho! Está a aprender bem esta matéria. Pode continuar com o seu estudo passando à Lição que se segue. Se teve dificuldade em resolver os exercícios, sugerimos que procure a ajuda de colegas ou que visite o CAA e peça apoio ao Tutor. Convém não avançar com o seu estudo sem compreender bem como se fazem estes cálculos, pois vai precisar destes conhecimentos para as lições que se seguem. Não desanime.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 17: Ângulos de um triângulo

Introdução

Nas lições anteriores aprendeu os elementos do triângulo, a classificação dos triângulos quanto ao comprimento dos lados e a amplitude dos ângulos a construção da altura, mediana e bissectriz de um triângulo. Aprendeu ainda as propriedades de um triângulo isósceles.

Nesta lição vai aprofundar o estudo dos e triângulos tratando das propriedades dos ângulos internos e externos de triângulos. Desta forma esperamos que tenha uma proveitosa aprendizagem, nesta aula!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Aplicar a propriedade sobre os ângulos internos de um triângulo na resolução de equações;
- Determinar amplitude do ângulo externo de um triângulo.

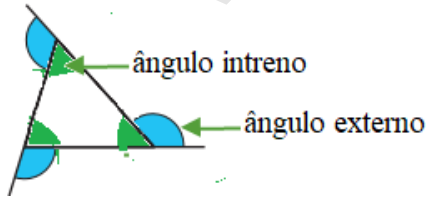
A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos.

Ângulos de um triângulo

Recorda-se que num triângulo há **três lados**, **três ângulos internos,** e **três vértices. Uma vez tendo três ângulos internos, também, nos triângulos há três ângulos externos.**

A um ângulo que está dentro de um triângulo, chama-se **ângulo interno**. E a que está entre o lado de um triângulo e o prolongamento do outro lado chama-se **ângulo externo**.

A seguir ilustramos o que foi dito, aqui. Observe.

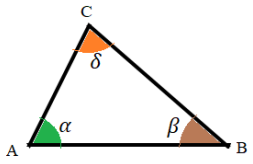


Teorema sobre a soma das medidas de ângulos interno de um triângulo

O teorema diz que:

A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°

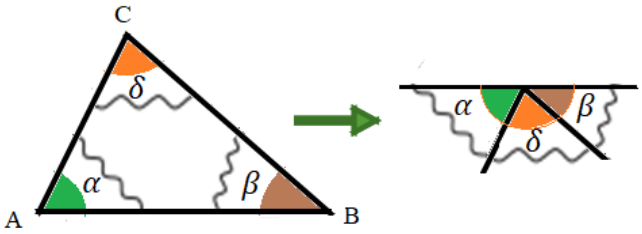
Venda proibida



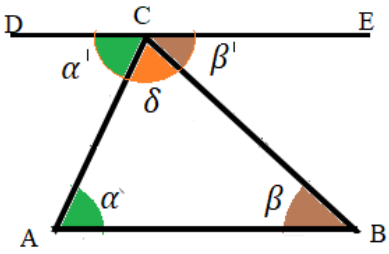
$\widehat{\propto}+\widehat{\boldsymbol{\beta}}+\widehat{\boldsymbol{\delta}}=\mathbf{180}^{\circ}$

A veracidade deste teorema pode ser verificada de duas formas:

1º Os três ângulos de um triângulo são recortados e combinados no mesmo ponto. Os mesmos formam um ângulo raso, ou seja, de 180°



2º Usando as relações entre duas rectas paralelas cortadas por uma secante e os ângulos alternos internos, a soma de três ângulos forma um ângulo raso, ou seja, de 180°.



Sejam $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ e $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$ ângulos internos do triângulo [ABC].

Traçando uma recta, que passa por C, paralela àquela que contém os pontos A e B pode se afirmar que

$\hat{\alpha}=\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}=\hat{\beta}$ (ângulos alternos internos)

$\hat{\alpha}'+\hat{\beta}'+\hat{\delta}'=180^{\circ}$ (formam um ângulo raso). Então:

$\widehat{\propto}+\widehat{\boldsymbol{\beta}}+\widehat{\boldsymbol{\delta}}=\mathbf{180}^{\circ}$

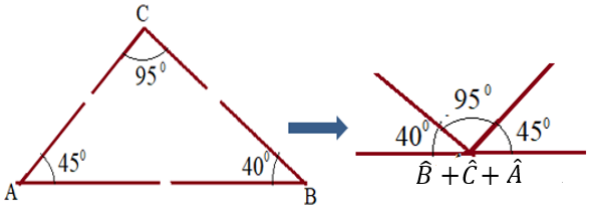
Exemplo:

Repare que

Os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são ângulos internos do triângulo ABC.

$\hat{A}=45°$; $\hat{B}=40°$e $\hat{C}=95°$

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=45°+40°+95°=180°$



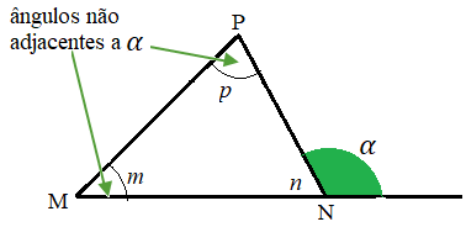
A soma das amplitudes dos ângulos$\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$é igual a 180º.$\widehat{\boldsymbol{A}}+\widehat{\boldsymbol{B}}+\widehat{\boldsymbol{C}}=\mathbf{180}°$

Teorema sobre amplitude de ângulo externo de um triângulo

O teorema anuncia que:

Num triângulo, a amplitude de um angulo externo é a soma das amplitudes dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Venda proibida



A veracidade deste teorema pode ser verificado da seguinte maneira:

$\hat{m} + \hat{p} + \hat{n} = 180^{\circ}$(ângulos internos do triângulo [MNP]).

$\Rightarrow \hat{m} + \hat{p} = 180^{\circ} - \hat{n}$ (1)

$\hat{n} + \hat{\alpha} = 180^{\circ}$(ângulos suplementares)

$\Rightarrow \hat{\alpha} = 180^{\circ} - \hat{n}$

Substituindo $(180^{\circ} - \hat{n})$ em (1), obtém-se: $\boldsymbol{\hat{\alpha} = \hat{m} + \hat{p}}$

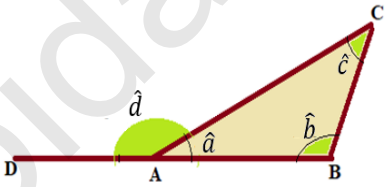
Exemplo:

Repara o triângulo ABC

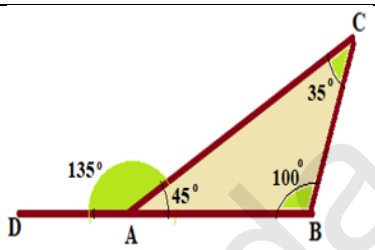
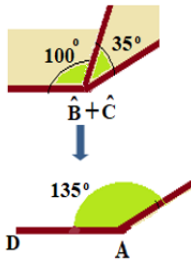
Os ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são ângulos internos do triângulo ABC.

O ângulo $\hat{d}$ é o ângulo externo ao triângulo ABC.

O ângulo $\hat{a}$ é adjacente ao ângulo $\hat{d}$ e os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são ângulos não adjacente ao ângulo $\hat{d}$.



Se atribuirmos as amplitudes a cada um desses ângulos obtém-se:

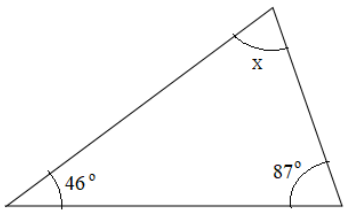
$\hat{a} = 45°$ $\hat{b} = 100°$ $\hat{c} = 35°$ $\hat{d} = 135°$		$\hat{b} + \hat{c} = 100° + 35° = 135°$ $\hat{d} = 135°$. Então, a soma das amplitudes dos ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ é igual a amplitude do ângulo $\hat{d}$, $\boldsymbol{\hat{b} + \hat{c} = \hat{d}}$	

Para exercitar o que aprendeu nesta lição eis os exercícios por resolver.

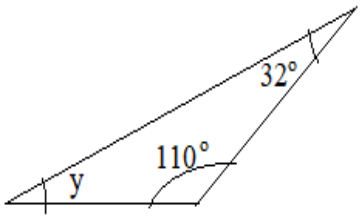
Exercícios

1. Aplicando o teorema sobre os ângulos internos de um triângulo, calcula a amplitude dos ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$.

a)



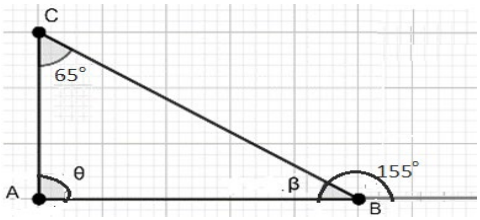
b)



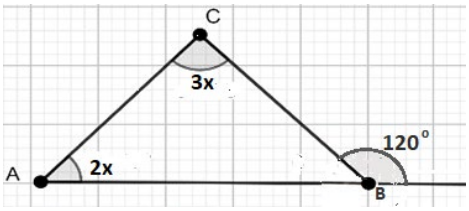
Venda proibida

2. Calcula a amplitude dos ângulos em falta em cada uma das alíneas a seguir

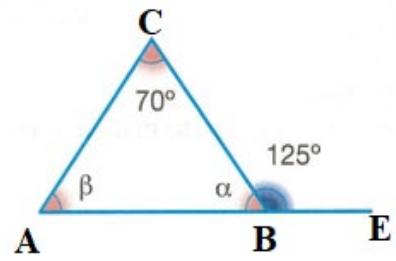
a)



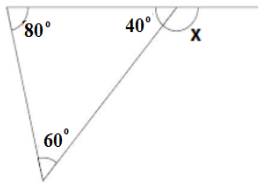
b)



C)



d)



Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Nesta lição, aprendeu sobre ângulos de um triângulo, onde destacamos ângulos internos e ângulos externo. Sobre ângulos internos, aprendeu o teorema que relaciona esses ângulos num triangulo, onde dissemos que a soma das amplitudes dos seus ângulos, é igual a 180°.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de correcção. Acertou em todas? Se sim, está de parabéns.

Chave de Correcção

Então, conseguiu resolver os exercícios acertadamente? Excelente trabalho! Está a aprender bem esta matéria. Pode continuar com o seu estudo passando à lição que se segue. Se teve dificuldade em resolver os exercícios, sugerimos que procure a ajuda de colegas ou que visite o CAA e peça apoio ao Tutor. Convém não avançar com o seu estudo sem compreender bem como se fazem estes cálculos, pois vai precisar destes conhecimentos para as lições que se seguem. Não desanime!

Venda proibida

LIÇÃO Nº 18: Circunferência e Círculo

Introdução

Estimado aluno, depois de você aprender as construções e relações entre os ângulos num triângulo, nesta lição vai aprender os conceitos de Circunferência e círculo. Aqui, para além da definição, você, irá estudar igualmente de seus elementos e a respectiva construção. Desde já está convidado a prestar toda a sua atenção para estes temas.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

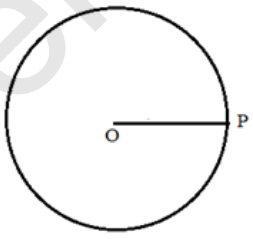
- Distinguir circunferência do círculo;
- Mostrar a relação existente entre o raio e diâmetro;
- Identificar o raio, a corda, o diâmetro e o arco;
- Construir circunferência, semicírculo e semicircunferência.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 120 minutos no mínimo.

Conceito de circunferência e círculo

O que será uma circunferência?

Para responder esta questão, vamos considerar a seguinte figura:



Nesta figura podemos notar que há uma linha curva fechada em que todos os seus pontos estão a mesma distância do ponto **O**. A este tipo de figuras, denominamos **circunferência.**

Circunferência - definição

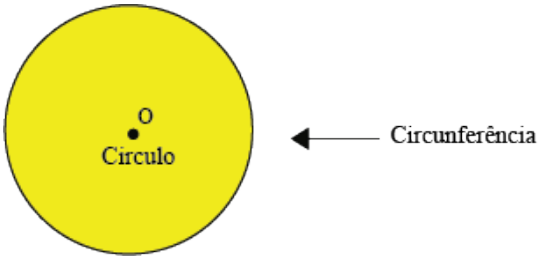
Circunferência é um conjunto de pontos que estão no mesmo plano e todos situados à mesma distância de um **ponto O**, chamado **centro da circunferência.**

Você já sabe o que é uma circunferência. Não é verdade? E então, o que vem a ser um círculo?

Venda proibida

Círculo é uma superfície plana limitada por uma circunferência, ou seja, é o conjunto formado por todos pontos do interior da circunferência incluindo a circunferência.

Exemplo:



O ponto O é **o centro** da circunferência e do círculo.

Elementos de uma circunferência

Para uma boa compreensão sobre circunferência, importa que o caro aluno conheça os elementos de uma circunferência. Quais são esses elementos da circunferência?

Esta pergunta, tem resposta simples, que é:

São elementos da circunferência os seguintes: raio; Corda; Diâmetro e arco.

Vamos agora, definir cada um deles e perceber as suas características:

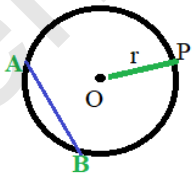
1. **Raio**

   Raio é o segmento de recta que une qualquer ponto da circunferência com o centro da circunferência.

2. **Corda**

   Corda é o segmento de recta que une dois pontos distintos de uma circunferência.

   Exemplo:



O segmento [OP] é o raio da circunferência

O segmento [AB] é uma corda da circunferência

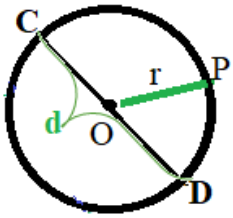
3. **Diâmetro** é a corda que passa pelo centro da circunferência.

   O diâmetro representa o dobro do comprimento do raio, ou seja, o raio é metade do diâmetro.

Venda proibida

Exemplo:

Na figura os segmentos [CO], [OD] e [OP] são raios da circunferência. $[\boldsymbol{CO}] = [\boldsymbol{OD}] = [\boldsymbol{OP}]$



O segmento [CD] é um diâmetro

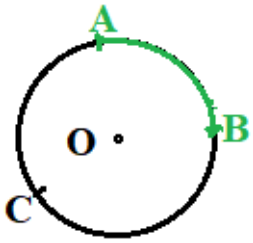
$[\boldsymbol{CO}] + [\boldsymbol{OD}] = [\boldsymbol{CD}] \Rightarrow \mathbf{2} \times [\boldsymbol{CO}] = [\boldsymbol{CD}]$

$d = 2 \times r \Rightarrow r = d \div 2$; $d \rightarrow$ diâmetro $e\ r \rightarrow$ raio.

4. **O arco**

Considere uma circunferência de centro em O com os pontos A e B. As partes delimitadas da circunferência pelos pontos A e B designam-se de **arcos**.

Exemplo:



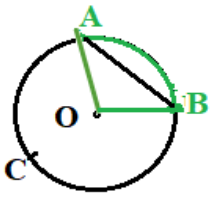
Na figura estão representados dois arcos:

$\widehat{AB} \rightarrow$ arco de A e B, o menor.

$\widehat{BCA} \rightarrow$ arco de B e A , o maior.

Arco é a porção da circunferência limitada por dois pontos distintos.

Dois pontos quaisquer pertencentes a uma circunferência formam dois arcos. Esses arcos possuem comprimentos.



A corda AB corresponde ao arco AB.

- O arco AB corresponde ao ângulo AOB.
- O ângulo AOB corresponde a corda AB.

A medida do arco AB é dada pelo ângulo AOB e escreve – se $\boldsymbol{\widehat{AB} = \measuredangle \overline{AOB}}$.

Observa que o vértice do ângulo AOB é o centro da circunferência. Por isso é designado por **ângulo ao centro.**

Construção da circunferência; Semicircunferência e semicírculo

Conhecida a circunferência e seus elementos, vamos passar para a sua construção. Convidamos desde já ao querido aluno prestar atenção nos passos que se seguem da construção de circunferência.

Para construir uma circunferência pode recorrer-se ao **uso do compasso** ou **contornar objectos** de forma circular.

1. **Construção da circunferência usando compasso**

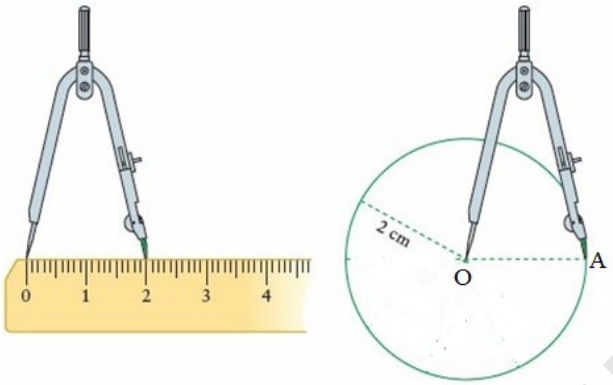
Exemplo:

Vamos construir uma circunferência de raio igual a 2cm

Venda proibida

1º Marca o ponto O, centro da circunferência.

2º Coloca a ponta seca do compasso no centro da circunferência e com abertura do compasso igual a 2 cm, traça o raio da circunferência.



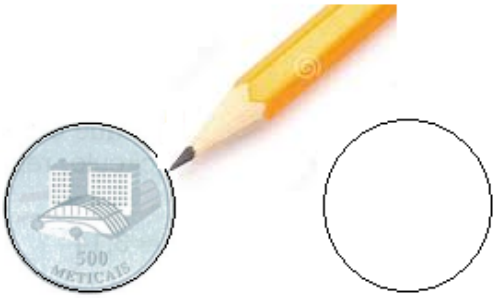
2. Construção de circunferência usando contornos de objectos

Exemplo:

Pode se usar uma moeda, uma folha de papel e um lápis.

1º Coloca a moeda em cima da folha de papel;

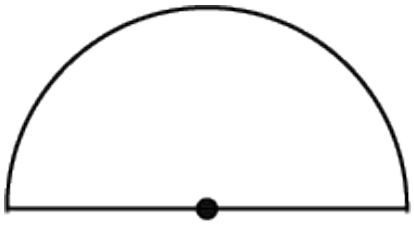
2º Contorna a moeda com o lápis até obteres uma linha curva fechada.



Querido aluno, note que os dois procedimentos nos permitem obter uma circunferência, mas o procedimento mais eficaz é o do uso do compasso pois nos permite obter circunferências de vários tamanhos ao nosso desejo.

Semicircunferência e semicírculo

Para além da circunferência que acabamos de construir, podemos encontrar a sua metade.



A esta figura, chama se semicírculo.

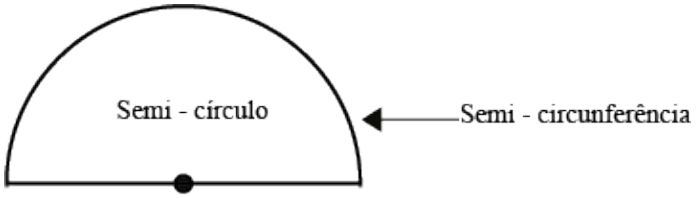
Semicircunferência e Semicírculo - Definição

Semicircunferência é meia circunferência

Venda proibida

Semicírculo é metade de um círculo.

Exemplo:



Caro aluno, depois de termos abordado o conteúdo sobre circunferência, círculo, elementos da circunferência e a respectiva construção, você pode estar em condições de resolver exercícios abaixo propostos:

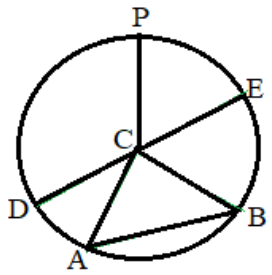
Exercícios

1. Considere uma peneira de forma circular com mapira. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F,** as falsas:
    a) A mapira constitui a circunferência que delimita a peneira. ____
    b) Cada grau de mapira não faz parte do círculo. ____
    c) Toda a mapira pertence ao círculo. ____
    d) A mão que mexe a mapira na peneira está no círculo. _____

2. Assinale com um **V** as afirmações verdadeiras e com um **F,** as falsas:
    a) Uma circunferência é uma região plana limitada por um círculo. ____
    b) Uma circunferência é um conjunto de pontos cuja distância até o centro é sempre menor do que a constante r._____
    c) Uma circunferência possui apenas dois raios e a soma desses dois elementos é igual ao diâmetro. _____
    d) Uma circunferência de centro O e raio r é um conjunto de todos os pontos cuja distância até O é igual a r.____
    e) Círculo é a região do plano limitado por um diâmetro. ____

3. Na figura abaixo está desenhada uma circunferência de centro C e alguns segmentos de recta.

Venda proibida



a) Que relação existe entre os segmentos [CA], [CB], [CD], [CE], e [CP]?

b) Que nome dás aos segmentos [CP], [AB] e [DE]?

c) Comenta a seguinte afirmação:" O diâmetro duma circunferência é a maior das suas cordas. "

Agora confronte as suas respostas com as da Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) F b) F c) V d) V
2. a) F b) F c) F d) V e) F
3. a) Os segmentos [CA], [CB], [CD], [CE], e [CP] são geometricamente iguais e todos são raios da mesma circunferência.

   b)

   i. [CP] é um raio da circunferência de centro C.

   ii. [AB] é uma corda da circunferência de centro C.

   iii. [DE] é um diâmetro da circunferência de centro C.

   c) [DE] é a maior das cordas da circunferência, porque é uma corda especial que contém o centro, ou seja, que passa pelo centro.

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição:

Nesta lição, você aprendeu que Circunferência é um conjunto de todos pontos que estão no mesmo plano e situados à mesma distância de um ponto O, chamado centro da circunferência. Para além da definição da circunferência também definimos círculo, onde dissemos que o círculo é uma superfície plana limitada por uma circunferência.

Para construir uma circunferência pode se recorrer duas formas que é o uso do compasso ou por contornar um objecto de forma circular. Aprendeu igualmente que uma circunferência tem como elementos: raio; Corda; Diâmetro e arcos.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 19: Sólidos geométricos

Introdução

Nas classes anteriores aprendeste o bloco, cubo, cilindro, cone e esfera. Aprendeu ainda os elementos que constituem a cada solido geométrica e algumas propriedades que os caracterizam. Nesta lição vaia profundar o estudo destes sólidos geométricos tendo em conta a sua classificação. Aproveite a lição no máximo, caro aluno!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

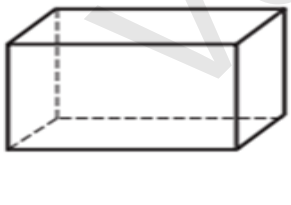
- Identificar os sólidos geométricos e os seus elementos;
- Descrever as propriedades dos sólidos geométricos.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

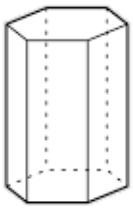
Um **sólido geométrico** é uma figura com três dimensões: o comprimento, a largura e a altura. Os sólidos geométricos classificam se em: **Poliedros** e **não poliedros** designados por **corpos redondos**.

Poliedros: são sólidos geométricos cujas superfícies são formadas apenas por polígonos planos (triângulos, quadriláteros, pentágonos e outros).

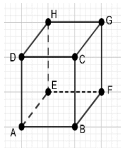
Exemplos:



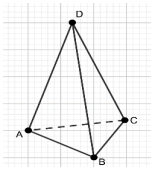
Prisma rectangular



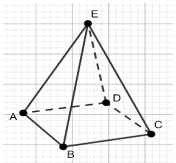
Prisma hexagonal



Cubo



Pirâmide triangular

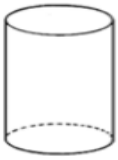


Pirâmide rectangular

Corpos redondos: são sólidos geométricos cujas superfícies são curvas ou têm ao menos uma parte que é arredondada (não plana).

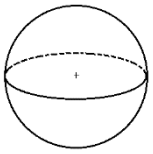
Exemplos:

Venda proibida



Cilindro

Cone

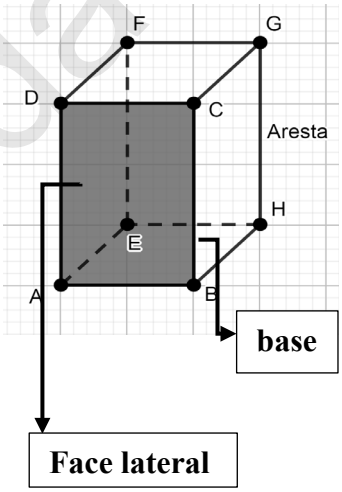


Esfera

Agora vamos aprofundar o estudo de cada tipo de solido.

Prisma

Prisma é um poliedro com duas bases poligonais geometricamente iguais e paralelos e as faces laterais são planas (rectângulo ou paralelogramos).



Em um prisma podemos distinguir:

Faces: são os polígonos que formam a superfície do prisma. Exemplo: ABCD, DCGF e outros.

Arestas: são os lados dos polígonos que constituem as faces do prisma. Cada aresta é constituída um segmento de recto determinado pela intersecção de duas faces.

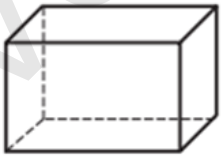
Exemplo: AB, BH, HG e outros

Vértices: são as extremidades das arestas. Cada vértice é a intersectada por duas ou mais arestas. Exemplo: A, B, C, D, E, F, G, H.

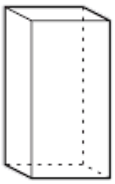
Classificação dos Prismas

Os prismas quanto a forma da base, podem ser:

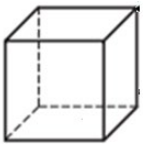
Prisma triangular



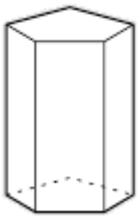
Prisma rectangular



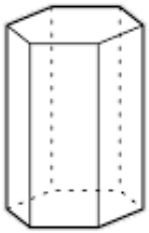
Prisma quadrangular



Cubo



Prisma pentagonal

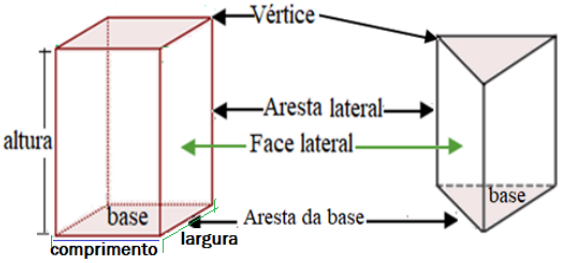


Prisma hexagonal

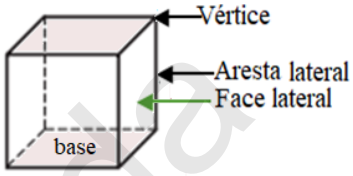
Venda proibida

Repara que num prisma, no geral:

- O número de faces laterais é igual ao número das arestas das bases;
- As arestas da base podem ser comprimento e largura das bases e;
- A altura são as arestas laterais, distância entre dois planos das bases

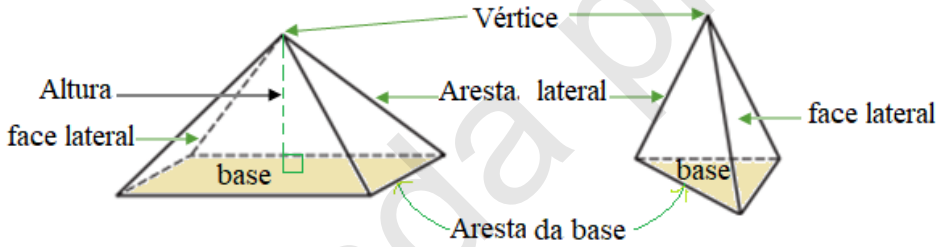


- O cubo é um prisma especial com todas faces iguais, ou seja, são quadrados.



Pirâmide

Pirâmide é um poliedro em que uma das faces (base) é um polígono e as restantes (faces laterais) são triângulos que tem um vértice comum (vértice da pirâmide). Por outras palavras, pirâmide é um sólido geométrico de base poligonal e de faces laterais triangulares.

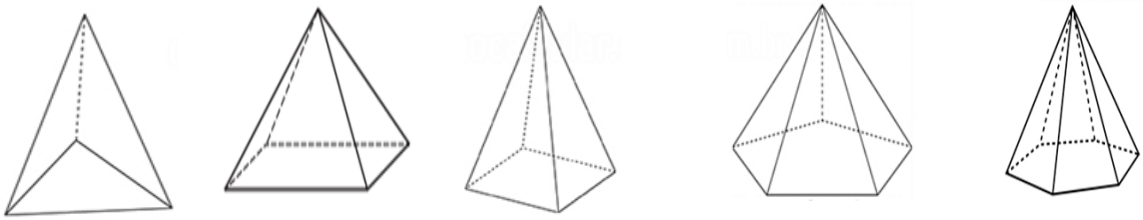


Numa pirâmide, a **altura** é a distância do vértice ao centro da base.

As **faces laterais** são triângulos isósceles e geometricamente iguais.

Classificação das pirâmides

As pirâmides de acordo com a forma das bases podem ser:

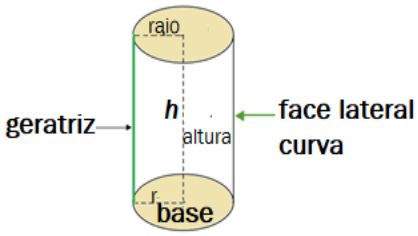


Pirâmide Triangular	Pirâmide rectangular	Pirâmide quadrangular	Pirâmide pentagonal	Pirâmide hexagonal

Venda proibida

Cilindro

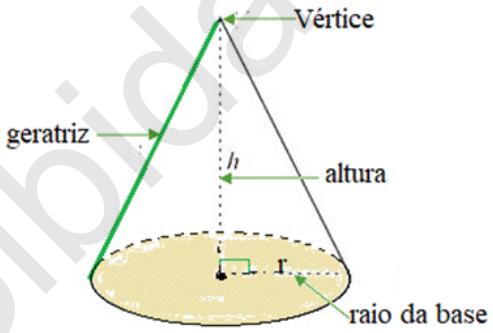
O cilindro circular recto ou **cilindro de revolução** é um sólido geométrico alongado e arredondado, que se obtém ao girar um rectângulo em torno de um dos seus lados até dar uma volta completa.



O cilindro tem duas bases circulares iguais e geratriz, que é perpendicular as bases do cilindro gerando toda superfície lateral. Assim sendo, a altura do cilindro é igual ao comprimento da altura.

Cone

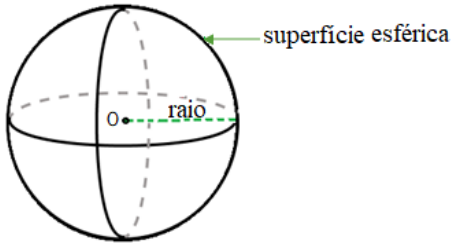
O cone circular recto ou **cone de revolução** é um sólido geométrico que se obtém ao girar um triângulo rectângulo em torno de um dos seus catetos até dar uma volta completa. O cone é formado por uma base circular e um único vértice.



O cone tem uma base circular e as geratrizes são geometricamente iguais.

Esfera

A esfera é um sólido geométrico que se obtém ao girar um semi-círculo em torno do seu diâmetro até dar uma volta completa. Na esfera. os pontos da superfície têm todos a mesma distância em relação ao seu centro.



Tal como a circunferência limita o círculo, uma esfera é limitada por uma superfície esférica.

A distância do centro a qualquer ponto da superfície da esfera chama-se **raio.**

A nossa lição termina por aqui, acredito que hoje aprendeu o suficiente e deu para aprofundar os conteúdos ligados a sólidos geométricos**.** Como forma de consolidar o que aprendeu e recordando outros conteúdos relacionados com esta aula, resolve os exercícios que se seguem.

Exercícios

1. Escreve o nome do solido geométrico que corresponde a cada objecto**.**

a)

b)

c)

Venda proibida

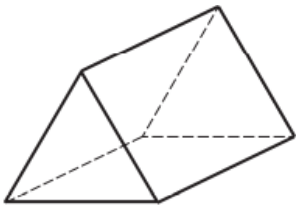
d)

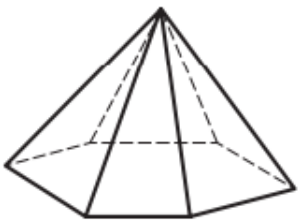
e)

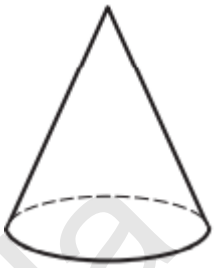
f)

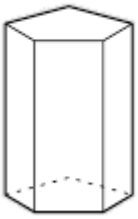
2. Escolhe a planificação correcta de cada figura e faz a correspondência.

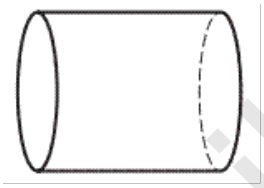
Figura

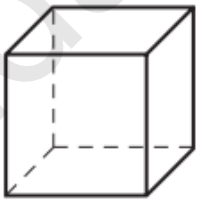
a) 

b) 

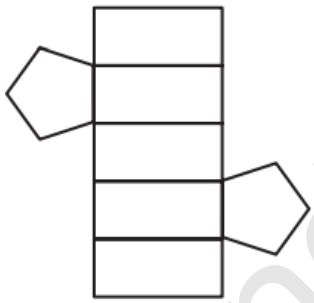
c) 

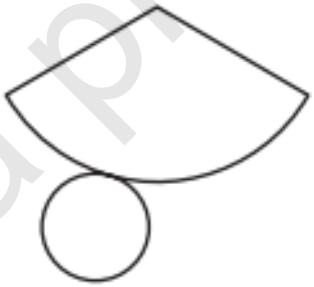
d) 

e) 

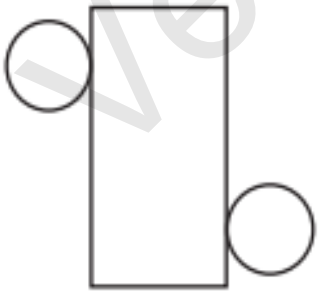
f) 

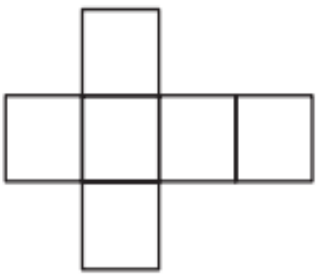
Planificação

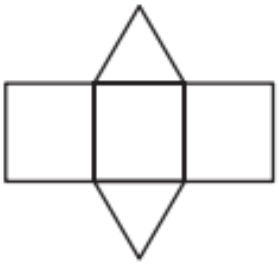
I 

II 

III

IV 

V 

VI 

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Vendaproibida

Resumo da Lição

Os sólidos geométricos classificam se em: **Poliedros** e **não poliedros.**

Os prismas e pirâmides são poliedros cujas superfícies são polígonos planos. O que difere os prismas de pirâmides são as bases e os vértices, pois os prismas têm duas bases e as pirâmides têm uma base e um vértice comum. O cubo é um prisma especial.

O cilindro, o cone e a esfera são corpos redondos designados por sólidos geométricos não poliedros cujas superfícies são curvas. O cilindro e o cone têm bases circulares.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) Cone b) Cilindro c) esfera d) Prisma triangular e) Prisma triangular f) Prisma rectangular

2. a) VI b) III c) II d) I e) IV f) V

Venda proibida

LIÇÃO Nº 20: Números fraccionários e números decimais

Introdução

Caro aluno, depois de você ter realizado operações cujo resultado eram números naturais e números inteiros, nesta lição, vai continuar na realização de operações, mas procurando dar resposta às situações em que o resultado não pertence a nenhum desses conjuntos (o conjunto dos números naturais e o dos números inteiros).

Objectivos

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Explicar a necessidade do surgimento de números fraccionários;
- Representar uma fracção na recta graduada;
- Identificar fracções próprias;
- Identificar fracções impróprias
- Identificar números mistos
- Converter fracções em números mistos e decimais e vice-versa;
- Determinar fracções equivalentes e irredutíveis.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Números faccionários e números decimais

Caro aluno. Para iniciar este estudo observe as seguintes operações:

$\mathbf{8 \div 2 = 4}$ O resultado 4 é um número natural ($4 \in \mathbb{N}$)**.**

$\mathbf{7 \div 2 = 3,5,}$ O resultado 3,5 não é um número natural nem número inteiro **(** $\mathbf{3,5 \notin \mathbb{N}}$ nem $\mathbf{3,5 \notin \mathbb{Z}}$ **).**

De certeza que já sabia que nem sempre o resultado das operações que são realizadas no conjunto dos números naturais ou dos números inteiros, resultam num número natural ou inteiro.

Vamos analisar mais um exemplo:

Exemplo:

Temos 3 laranjas e queremos distribuí-las por 4 pessoas. Quantas laranjas irá receber cada pessoa?

Resolução:

Usando o algoritmo da divisão o resultado que obtemos é o número 0,75, e $0,75 \notin \mathbb{N}$ e $0,75 \notin \mathbb{Z}$**.**

3,0 0	**4**
3 0	**0,75**
2 0	
0	

Venda proibida

Foi para dar resposta a este tipo de situações que surgiu o número fraccionário. O quociente $3 \div 4$ pode ser representado por $\frac{3}{4}$, que chamamos fracção ou número fraccionário.

Recordar que em uma divisão, o quociente é o valor que se obtém ao dividir o dividendo pelo divisor.

$$\boldsymbol{Dividendo \div Divisor = Quociente}$$

De maneira geral, este número fraccionário é representado na forma $\frac{p}{q}$ onde; $\boldsymbol{p}$ é o **numerador** (dividendo), que indica quantas dessas partes foram tomadas, $\boldsymbol{q}$ que é o **denominador** (divisor) que indica o número das partes iguais em que foi dividida a unidade, e o traço que os separa, indica a divisão.

Uma atenção deve se ter com o denominador, pois ele deve ser sempre diferente de zero, pois se ele for igual a zero a fracção fica sem sentido. O significado do vocábulo fracção vem do latim ***fragere*** que significa "quebrar.

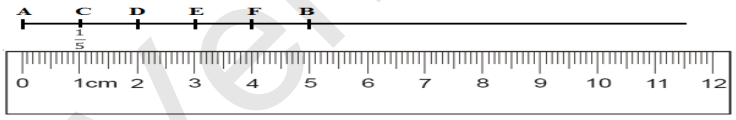
Definição: Número fraccionário é todo o número que pode ser representado na forma $\frac{p}{q}$, onde p e q são números naturais e $q \neq 0$.

Representação dos números fraccionários na recta graduada.

Caro aluno. Aprendeu a representação dos números inteiros na recta graduada. Vai precisar desse conhecimento para representar números fraccionários na recta graduada.

Comecemos pelo número $\frac{1}{5}$.

Para representar esta fracção na recta graduada, traça uma recta e assinala um segmento $[AB]$ de 4cm de comprimento. Considera o segmento $[AB]$ como unidade e divide-o em cinco partes iguais.



Considere o ponto A como origem do segmento.

O comprimento do segmento $[AC]$ é $\frac{1}{5}$ do comprimento do segmento $[AB]$.

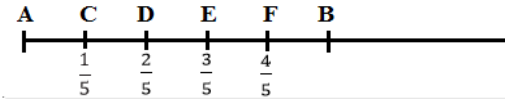
Por outras palavras, a distância do ponto C ao ponto A é $\frac{1}{5}$ do comprimento do segmento $[AB]$, e por isso pode-se fazer corresponder ao ponto C, a fracção $\frac{1}{5}$.

Exercício

Escreve as fracções correspondentes aos pontos D, E, F.

Venda proibida

Resolução:



Seguindo o mesmo raciocínio, fica fácil perceber que o comprimento de $[AD]$ é $\frac{2}{5}$, de $[AE]$ é $\frac{3}{5}$, de $[AF]$ é $\frac{4}{5}$.

Tipos de fracções

De certeza pode estar a questionar. As fracções não são só fracções? Há tipos diferentes de fracções? A resposta é simples. Basta analisar os componentes ***p*** e ***q*** para descobrir a diferença entre as fracções. Elas podem ser próprias, improprias e aparentes.

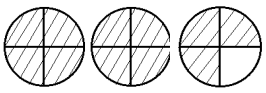
Alguns exemplos:

Fracções próprias - são aquelas cujo numerador é menor que o denominador.	$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7}$
Fracções impróprias - são aquelas cujo numerador é maior que o denominador, mas não é múltiplo do mesmo.	$\frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \frac{11}{7},$
Fracções aparentes - são aquelas cujo numerador é múltiplo do denominador; ela tem apenas aparência de fracção.	$\frac{8}{4}, \frac{10}{5}, \frac{14}{7}$

Representação de uma fracção na forma mista

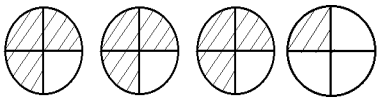
Antes, precisamos de compreender porque se diz forma mista. Diz-se mista pois ela representa ao mesmo tempo unidades inteiras e parte dessas unidades. Ou melhor parte inteira e parte fraccionaria.

Exemplo:$2\frac{3}{4}$ Duas unidades inteiras e três fatias. Lê-se dois três quartos.



A parte inteira é 2 e a fraccionária é $\frac{3}{4}$.

$3\frac{1}{4}$ Três unidades inteiras e uma fatia. Lê-se três um quarto. A parte inteira é 3 e a parte fraccionária é $\frac{1}{4}$.



Transformação de fracção em número misto

Para transformar uma fracção imprópria em um número misto, devemos dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira do número, e o resto será o numerador da fracção restante, que terá o mesmo denominador que a original.

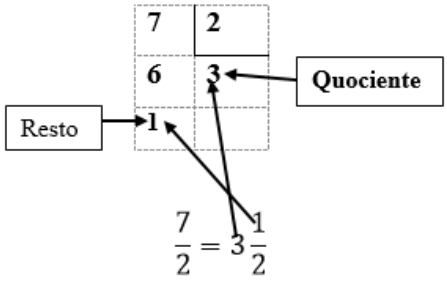
Exemplo:

Transformar a fracção $\frac{7}{2}$ em um número misto.

Venda proibida

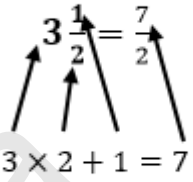
Resolução:

Para transformar $\frac{7}{2}$ em um número misto, divide-se o numerador pelo denominador. **O quociente** representa a parte inteira (unidades)e **o resto** representa a parte fraccionário (fracção), como se ilustra ao lado.



$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

O processo inverso, para sair do número misto $\mathbf{3\frac{1}{2}}$ para a fracção $\frac{7}{2}$, basta proceder da seguinte forma: $3 \times 2 + 1$ como esta ilustrado ao lado para obter o numerador 7 e manter o denominador 2.

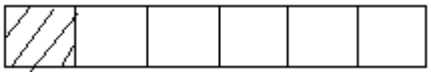


Fracções equivalentes

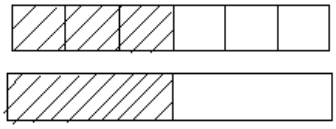
Definição – Fracções equivalentes, são aquelas fracções que representam a mesma parte do todo; ou seja, são fracções escritas de forma diferente, mas que representam a mesma parte do todo.

Exemplo:

Um sabão foi repartido em 6 partes iguais, logo cada parte representa $\frac{1}{6}$ do sabão todo.



Se tomarmos 3 dessas partes estaremos com $\frac{3}{6}$ do sabão todo, mas isso representa também a metade do sabão, $\frac{1}{2}$



Por isso, diz-se que $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são fracções equivalentes;

Note que: As fracções equivalentes formam uma classe. Por isso elas representam o mesmo ponto.

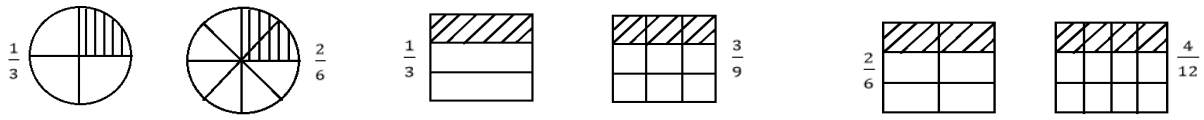
Determinação de fracções equivalentes

Se analisarmos as fracções $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ podemos chegar a conclusão de que, para obter a fracção $\frac{3}{6}$ a partir de $\frac{1}{2}$, multiplicou-se o numerador e o denominador pelo mesmo valor 3. Ou seja $\frac{1\times\mathbf{3}}{2\times\mathbf{3}} = \frac{3}{6}$ ou por outro lado também $\frac{3\div3}{6\div3} = \frac{1}{2}$. Isto acontece porque estas duas fracções $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são equivalentes. Logo para obtermos uma fracção equivalente a uma dada fracção, basta multiplicar ou dividir tanto o numerador como o denominador pelo mesmo número natural diferente de zero.

Exemplo:

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ porque $\frac{1\times2}{3\times2} = \frac{2}{6}$ b) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ porque $\frac{1\times3}{3\times3} = \frac{3}{9}$ c) $\frac{4}{12} = \frac{2}{6}$ porque $\frac{4\div2}{12\div2} = \frac{2}{6}$

Venda proibida



Agora você deve medir o nível da sua progressão, na aprendizagem desta matéria.

Exercícios

1. Assinale com V as afirmações verdadeiras e, com F, as falsas.

a) ( ) Fracção própria é aquela cujo numerador é menor que o denominador;

b) ( ) Fracção imprópria é aquela cujo numerador é menor que o denominador;

c) ( ) Fracção própria é aquela cujo denominador é menor que o numerador;

d) ( ) Fracção imprópria é aquela cujo numerador é maior que o denominador, mas não é múltiplo do mesmo;

e) ( ) Fracção imprópria é aquela cujo numerador é maior que o denominador, mas é múltiplo do mesmo.

2. Traça um segmento AB de 12cm de comprimento. Considera este segmento como unidade, com origem em A e marca neste segmento as fracções: $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{12}, \frac{7}{12}, 2\frac{1}{3}$.

3. Representa as seguintes fracções na forma de numeral decimal:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ *c)* $\frac{15}{8}$ d) $\frac{21}{5}$

4. Represente graficamente as seguintes fracções:

a) $2\frac{1}{3}$ b) $3\frac{2}{5}$

5. Converte em números mistos as seguintes fracções:

e) $\frac{9}{2}$ f) $\frac{13}{3}$ *g)* $\frac{81}{5}$ h) $\frac{112}{17}$

6. Simplifica as seguintes fracções:

a) $\frac{4}{10}$ b) $\frac{12}{4}$ *c)* $\frac{18}{45}$ d) $\frac{26}{65}$

Venda proibida

7. Torna irredutíveis as seguintes fracções:

a) $\frac{175}{125}$ b) $\frac{105}{120}$ *c)* $\frac{81}{108}$ d) $\frac{47}{141}$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro Aluno, nesta lição explicamos como surgiu o número fraccionário, dissemos que ele surgiu para dar resposta a operação divisão, de modo a que o resultado pertença a um conjunto.

No que se refere as fracções, aprendeu a representa-las como número decimal, número misto e na recta graduada. Identificou os tipos de fracções com base nos seus elementos (numerador e denominador). Dissemos que quando o numerador for menor que o denominador a fracção é própria, e no caso contrário em que o numerador for maior e não múltiplo do denominador a fracção diz-se impropria. Quando o numerador for maior e múltiplo do denominador a fracção diz-se aparente.

As fracções improprias podem ser convertidas em números mistos bastando para isso dividir o numerador pelo denominador. Para compor o número misto usamos o quociente, o resto e o denominador, sendo que mantemos o denominador, a parte inteira fica o quociente e o numerador o resto.

Um número misto pode também ser convertido em fracção impropria.

Para terminar dissemos que fracções podem ser reduzidas ou ampliadas. Neste processo de redução e amplificação são geradas fracções equivalentes.

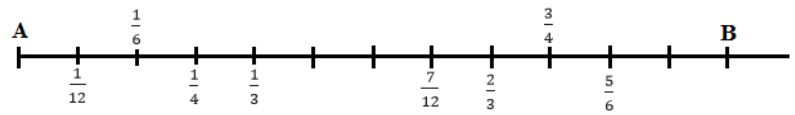
Quando na redução de fracções resulta uma fracção onde o maior divisor comum do numerador e denominador é um, diz-se que a fracção é irredutível.

Venda proibida

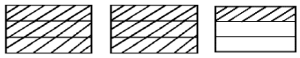
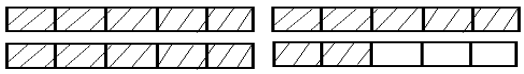
Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) V , b)F, c)F, d)V, e)F.

2. 

3. a) $\frac{1}{2} = 0{,}5$ b) $\frac{3}{4} = 0{,}75$ *c)* $\frac{15}{8} = 1{,}875$ d) $\frac{21}{5} = 4{,}2$

4. a) $2\frac{1}{3}$  b) $3\frac{2}{5}$ 

5.

a) $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ b) $\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$ *c)* $\frac{81}{5} = 16\frac{1}{5}$ d) $\frac{112}{17} = 6\frac{10}{17}$

6

a) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{12}{4} = 3$ *c)* $\frac{18}{45} = \frac{6}{15}$ d) $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$

7

a) $\frac{175}{125} = \frac{7}{5}$ b) $\frac{105}{120} = \frac{7}{8}$ *c)* $\frac{81}{108} = \frac{3}{4}$ d) $\frac{47}{141} = \frac{1}{3}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 21: Fracções irredutíveis

Introdução

Caro aluno, depois de ter aprendido a determinar fracções equivalentes, nesta lição, vai aprender a simplificar e amplificar, determinar fracções irredutíveis, reduzir fracções ao mesmo denominador, comparar e a ordenar fracções, conteúdos que servirão de base para realizar operações com este tipo de números, para além de aprender identificar os números decimais finitos e infinitos e o período de um número decimal infinito.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Determinar fracções irredutíveis;
- Reduzir fracções ao mesmo denominador;
- Comparar fracções;
- Ordenar fracções

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Simplificação e amplificação de fracções

Na lição anterior, você, aprendeu a definir fracções equivalentes. Nesta lição vai dar continuidade a este tema, mas desta vez concentrando a sua atenção nos processos de obtenção destas fracções.

As fracções equivalentes podem ser obtidas multiplicando ou dividindo, ambos os termos de uma fracção pelo mesmo número, diferente de zero.

Ao processo de obtenção de fracções equivalentes com base na multiplicação dos termos da fracção (numerador e denominador) pelo mesmo número chama-se **amplificação de fracções**.

Exemplo:

$\frac{4\times2}{12\times2}=\frac{8}{24}$; $\frac{4\times3}{12\times3}=\frac{12}{36}$; logo, as fracções $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$ e $\frac{12}{36}$ são equivalentes.

Por outro lado, ao processo de obtenção de fracções equivalentes com base na divisão dos termos da fracção (numerador e denominador) pelo mesmo número chama-se **simplificação de fracções**.

Exemplo:

$\frac{4\div2}{12\div2}=\frac{2\div2}{6\div2}=\frac{1}{3}$, logo, as fracções $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{3}$ são equivalentes.

Venda proibida

Fracção irredutível

Uma fracção é chamada irredutível, quando nela o numerador e o denominador são números inteiros que não têm outros divisores comuns além de 1.

Exemplo:

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{7}, \frac{9}{17}, \ldots$

Para obter uma fracção irredutível, divide-se o numerador e o denominador pelo mesmo número, designado como o máximo divisor comum (*m.d.c*).

Exemplo:

Obtenha a fracção irredutível das seguintes fracções:

a) $\frac{16}{24}$

$16 = 2^4$

$24 = 2^3 \times 3$

$m.d.c(16,24) = 2^3 = 8$

$\frac{16}{24} = \frac{16 \div 8}{24 \div 8} = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ é fracção irredutível.

b) $\frac{75}{100}$

$75 = 5^2 \times 3$

$100 = 5^2 \times 2^2$

$m.d.c(75,100) = 5^2 = 25$

$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ é fracção irredutível

Redução de fracções ao mesmo denominador

Quando realizamos operações com fracções, por vezes temos situações em que as fracções envolvidas têm denominadores deferentes. Para facilitar somos levados a transforma-las em fracções com mesmo denominador.

A esse processo chamamos redução ao mesmo denominador.

Exemplos:

Reduza ao mesmo denominador as seguintes fracções:

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$

Para reduzir fracções ao mesmo denominador, é preciso primeiro encontrar o mínimo múltiplo comum dos denominadores dessas fracções e depois dividir esse m.m.c pelo denominador de cada fracção e multiplicar o resultado pelo respectivo numerador.

Resolução:

a) $m.m.c\ (3,4) = 12$

3 e 4 são denominadores $12 \div 3 = 4 \quad 12 \div 4 = 3$

$\frac{2}{3} = \frac{2\times\mathbf{4}}{3\times\mathbf{4}} = \frac{8}{12}$ $\quad$ $\frac{3}{4} = \frac{3\times\mathbf{3}}{4\times\mathbf{3}} = \frac{9}{12}$

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ e $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ logo $\frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$ são fracções reduzidas ao mesmo denominador

Venda proibida

b) $m.m.c\ (3,6) = 6$

3 e 6 são denominadores $6 \div 3 = 2 \quad 6 \div 6 = 1$

$\frac{2}{3} = \frac{2\times\mathbf{2}}{3\times\mathbf{2}} = \frac{4}{6}$ $\quad\quad$ $\frac{5}{6} = \frac{5\times\mathbf{1}}{6\times\mathbf{1}} = \frac{5}{6}$

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ e $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$ logo $\frac{4}{6}$ e $\frac{5}{6}$ são fracções reduzidas ao mesmo denominador

Comparação e ordenação de fracções

A comparação de fracções tem a ver com a ordenação das fracções. Mas antes de prosseguirmos recordemos alguns símbolos matemáticos que você já aprendeu em classes anteriores. O símbolo de maior que ($>$) e ode menor que ($<$).

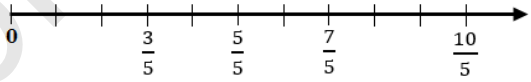
Comecemos por comparar fracção à unidade.

Deve estar a questionar porque comparar com a unidade. A resposta é simples, É que todas as fracções em que o numerador é igual ao denominador são iguais a unidade:

$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \cdots$

Repare o seguinte exemplo:

Dada a recta graduada ao lado, compare as fracções $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{5}$ à unidade.



Analisando caso a caso teremos:

Primeiro caso $\frac{3}{5}$	Segundo caso $\frac{5}{5}$	Terceiro caso $\frac{7}{5}$
$\frac{3}{5} < 1$ porque $3 < 5$ $\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6 < 1$	$\frac{5}{5} = 1$ porque $5 = 5$ $\frac{5}{5} = 5 \div 5 = 1$	$\frac{7}{5} > 1$ porque $7 > 5$ $\frac{7}{5} = 7 \div 5 = 1{,}4 > 1$

Por isso podemos afirmar que:

Para comparar fracções com a unidade verificamos se o numerador é maior, menor ou igual ao denominador.

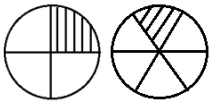
- Se o numerador for menor que o denominador, a fracção é menor que a unidade;
- Se o numerador for igual ao denominador, a fracção é igual a unidade;
- Se o numerador é maior que o denominador, a fracção é maior que a unidade.

Caro aluno, acabou de aprender comparar uma fracção qualquer com a fracção cujo numerador é igual ao denominador.

Venda proibida

A seguir vamos estabelecer as regras para mais três casos.

Regra 1-Comparação de fracções com numeradores iguais

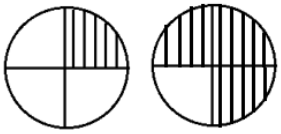
Observe as figuras a seguir: 

As partes tracejadas nestas figuras representam as fracções $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ respectivamente. Comparando a região tracejada nas duas figuras, podemos afirmar que $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Sempre que duas fracções tenham o mesmo numerador, é maior aquela que tiver menor denominado.

Exemplo: $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$ porque $4 < 6$

Regra 2- Comparação de fracções com denominadores iguais



Observe as figuras ao lado que representam dois bolos divididos em quatro partes iguais:

As partes tracejadas nestas figuras representam as fracções $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ respectivamente. Comparando a região tracejada nas duas figuras, podemos afirmar que $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$

Isto nos leva a afirmar que:

Sempre que duas fracções tenham o mesmo denominador, é maior aquela que tiver maior numerador.

Exemplo: $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$ porque $3 > 1$

Regra 3 - Comparação de fracções com numeradores e denominadores diferentes

E agora como proceder? Os denominadores são diferentes. É isso mesmo. Quando os numeradores e os denominadores são diferentes, precisamos de encontrar fracções equivalentes às fracções dadas que tenham denominadores iguais.

A esse processo se diz redução ao mesmo denominador, como viu no tópico anterior. Uma vez realizada a redução, aplicamos a regra sobre comparação de fracções com mesmo denominador.

Vamos mostrar isso na prática:

Exemplo:

Compare as fracções $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$

Venda proibida

Primeiro precisamos de reduzi as fracções ao mesmo denominador. Para facilitar o processo vamos determinar o mínimo múltiplo comum dos denominadores.

$m.m.c(4,5) =?$

Lembre-se que o mínimo múltiplo comum é dado pelo produto de factores primos comuns e não comuns de maior expoente.

Logo uma vez que $4 = 2^2$ e $5 = 5$ $\quad m.m.c(4,5) = 2^2.5 = 20$

Conhecido o $m.m.c(4,5)$ vamos dividir este valor por cada um dos denominadores.

$20 \div 4 = 5$ e $20 \div 5 = 4$

Depois, multiplica-se ambos os termos de cada uma das fracções ($\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$) por 5 e 4 respectivamente.

$$\begin{matrix} \frac{1}{4} & \frac{2}{5} \\ (5) & (4) \end{matrix}$$

O que resulta em $\frac{1\times5}{4\times5} = \frac{5}{20}$ e $\frac{2\times4}{5\times4} = \frac{8}{20}$. Por fim aplica-se a regra de comparação de fracoes com mesmo denominar $\frac{5}{20} < \frac{8}{20}$. Então $\frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

Realize o exercício que se segue, medindo, assim, se está ou não a assimilar a matéria.

Exercícios

1. Simplifica as seguintes fracções:
   a) $\frac{8}{20}$ b) $\frac{15}{21}$ c) $\frac{12}{30}$ d) $\frac{14}{21}$ e) $\frac{40}{60}$

2. Determina a função irredutível, usando o mdc.
   a) $\frac{8}{12}$ b) $\frac{10}{25}$ c) $\frac{12}{28}$ d) $\frac{50}{75}$ e) $\frac{45}{75}$

3. Reduza ao mesmo denominador
   a) $\frac{5}{6}$ e $\frac{4}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{7}$ c) $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{6}$ d) $\frac{1}{10}$ e $\frac{3}{2}$ e) $1\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{6}$

4. Compara as seguintes fracções:
   a) $\frac{8}{10}$ e $\frac{3}{15}$ b) $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{6}$ c) $\frac{2}{12}$ e $\frac{5}{9}$ d) $\frac{8}{45}$ e $\frac{1}{15}$ e) $2\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{6}$

Venda proibida

Agora, caro aluno, resuma a lição no seu caderno, como forma de consolidá-la.

Resumo da Lição

Caro Aluno. Nesta lição você aprendeu a simplificar fracções, a determinar fracções irredutíveis, onde ficou explicado que apesar de com o processo de simplificação poder-se chegar a uma fracção reduzida o processo de chegar a fracção irredutível "e eficaz se primeiro encontrar o m.d.c do numerador e denominador, pois se com base neste simplificar a fracção encontramos logo a fracção irredutível.

Aprendeu também a comparar fracções e a reduzir fracções ao mesmo denominador. No que se refere a comparação de fracções aprendeu regras para o caso de fracções com mesmo denominador, com mesmo numerador e com numeradores e denominadores diferentes.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

2. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{5}$

3. a) $\frac{5}{6}$ *e* $\frac{8}{6}$ b) $\frac{28}{21}$ *e* $\frac{15}{21}$ c) $\frac{18}{30}$ *e* $\frac{20}{30}$ d) $\frac{1}{10}$ *e* $\frac{15}{10}$ e) $\frac{8}{6}$ *e* $\frac{7}{6}$

4. a) $\frac{8}{10} > \frac{3}{15}$ b) $\frac{3}{5} < \frac{4}{6}$ c) $\frac{2}{12} < \frac{5}{9}$ d) $\frac{8}{45} > \frac{1}{15}$ e) $2\frac{1}{3} > \frac{7}{6}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 22: Aproximação e Arredondamento de números decimais

Introdução

Caro aluno, nesta lição vai aprender a arredondar números decimais a menos de um décimo, de um centésimo, e a menos de um milésimo. Este conhecimento vai ser útil sempre que estiver a realizar operações que resultem em números decimais.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar números decimais, finitos e infinitos;
- Identificar o período de um número decimal infinito;
- Arredondar números decimais a menos de um décimo;
- Arredondar números decimais a menos de um centésimo;
- Arredondar números decimais a menos de um milésimo.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 60 minutos.

Caro aluno, aprendeu nas lições anteriores a trabalhar com os números decimais. Deve ter percebido que, às vezes, o número de casas decimais é enorme e por isso mesmo pouco confortável para apresentar os resultados quando solicitado.

Por outro lado, no seu dia-a-dia deve ter percebido que para alguns cálculos pode-se prever o resultado fazendo estimativas, isto é, não considerando os valores exactos, mas sim valores aproximados, ou seja, valores arredondados. Nesta lição vamos dedicar atenção a estes processos de arredondamento de números decimais, mas antes vamos aprender a representar fracções na forma decimal e a identificar o período de um número decimal infinito.

Representação decimal da fracção

Caro aluno, para realizar a representação decimal da fracção, vamos tomar a fracção $\frac{p}{q}$, tal que p não seja múltiplo de $\boldsymbol{q}$, se efectuarmos a divisão do numerador ($\boldsymbol{p}$) pelo denominador ($\boldsymbol{q}$), podem ocorrer dois casos a saber:

a) O quociente obtido tem, após a vírgula, uma quantidade finita de algarismos e o resto da divisão é zero.

Venda proibida

Exemplo:

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

3,0 0	4
3 0	0,75
2 0	
0	

Quando isso ocorrer, o número decimal obtido é chamado número decimal exacto.

b) O quociente obtido tem, após a vírgula, uma infinidade de algarismos, nem todos iguais a zero, e não é possível obter resto igual a zero na divisão.

Exemplo:

a) $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$

2,0 0 0	3
2 0	0,666…
2 0	
20	
2	

b) $\frac{4}{13} = 0{,}3\overline{63}$

4,0 0 0 0 0	11
4 0	0,36363…
7 0	
4 0	
7 0	
4 0	
7…	

Observe que, nesses casos, ocorre uma repetição de alguns algarismos, os mesmos algarismos. Na alínea "**a)**" repete-se o algarismo **6** e na alínea "**b)**" os algarismos **6** e **3**.

Por isso, os números decimais obtidos são chamados números decimais periódicos ou dízimas periódicas; em cada um deles, os algarismos que se repetem formam a parte periódica, ou período da dízima.

Para não escrever repetidamente estes algarismos, colocamos um traço horizontal sobre seu primeiro período.

Se uma fracção é equivalente a uma dízima periódica, ela é chamada geratriz dessa dízima. No exemplo anterior $\frac{2}{3}$ é a fracção geratriz da dízima $0,\overline{6}$ e $\frac{4}{13}$ é a fracção geratriz da dízima $0,\overline{63}$ etc.

Para uma fracção irredutível, quer dizer uma fracção que não pode ser mais simplificada, gerar uma dízima, é necessário que, na decomposição do seu denominador em factores primos, haja algum factor diferente de 2 e de 5.

Exemplo:

a) As fracções $\frac{3}{16}$ e $\frac{31}{100}$ não geram dizimas periódicas porque como pode observar ao decompor tanto o número 16 como o número

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$16 = 2.2.2.2 = 2^4$

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$100 = 2.2.5.5 = 2^2.5^2$

Venda proibida

100 que são respectivamente denominadores das duas fracções, teremos $16 = 2.2.2.2 = 2^4$ **e** $\mathbf{100 = 2.2.5.5 = 2^2.5^2}$ **.** Nenhum dos factores é diferente de 2 e 5.

b) As fracções $\frac{1}{42}$ e $\frac{2}{45}$ geram dizimas periódicas porque como também pode observar ao decompor tanto o número 42 como o número 45 que são respectivamente denominadores das duas fracções, teremos $42 = 2.3.7$ **e** $100 = 5.3.3$. E temos pelo menos um factor diferente de 2 e 5.

42	2
21	3
7	7
1	

$42 = 2.3.7$

45	5
9	3
3	3
1	

$45 = 5.3.3$

Representação fraccionária das dízimas periódicas

Caro aluno, vamos apresentar alguns exemplos de transformação de dízimas periódicas em fracções.

Exemplo 1: Seja $x = 0,\overline{6} = 0{,}666\ldots$ (1) Se multiplicarmos os dois membros desta igualdade teremos $10x = 10 \times 0{,}666\ldots = 10 \times 0,\overline{6}$ $10x = 6{,}66\ldots = 6,\overline{6}$ (2)	Subtraindo membro a membro (1) e (2) teremos: $10x - x = 6,\overline{6} - 0,\overline{6}$ $\mathbf{9x = 6}$ $\boldsymbol{x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}$
Exemplo 2: Seja $\boldsymbol{x = 0{,}3\overline{63}}$ $\boldsymbol{x = 0{,}3\overline{63}}$ (1) $\mathbf{100x = 36,3\overline{63}}$ **(2)**	De (1) e (2) teremos **:** $\mathbf{100x - x = 36}$ $\mathbf{99x = 36}$ $\boldsymbol{x = \frac{36}{99} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}}$
Exemplo 1: Seja $\boldsymbol{x = 2,0\overline{45}}$ $\boldsymbol{x = 2{,}0\overline{45}}$ (1) $\mathbf{10x = 20,\overline{45}}$ **(2)** $\mathbf{1000x = 2045,\overline{45}}$ **(3)**	Se subtrairmos (1) e (3) continuaremos com número decimal no segundo membro. Então vamos subtrair (2) e (3) $\mathbf{1000x - 10x = 2045{,}4545\ldots - 20{,}4545\ldots}$ $\mathbf{990x = 2045}$ $\boldsymbol{x = \frac{2045}{990} = \frac{45}{22}}$
Exemplo 4: Seja $\boldsymbol{x = 1,12\overline{3}}$ $\boldsymbol{x = 1,12\overline{3}}$ (1) $\mathbf{100x = 112,\overline{3}}$ **(2)** $\mathbf{1000x = 1123,\overline{3}}$ **(3)**	Se subtrairmos (1) e (3) continuaremos com número decimal no segundo membro. Então vamos subtrair (2) e (3) $\mathbf{1000x - 100x = 1123,\overline{3} - 112,\overline{3}}$ $\mathbf{900x = 1011}$ $\boldsymbol{x = \frac{1011}{900} = \frac{337}{300}}$

Venda proibida

Pronto! Já abordamos os dois aspectos iniciais que nós propomos, representação decimal da fracção e representação fraccionária das dízimas periódicas, podemos prosseguir com as aproximações e arredondamento de números decimais.

Mas o que se entende por aproximação ou arredondamento de números decimais?

Aproximações e arredondamentos de números decimais

Arredondar um número decimal consiste em enquadra-lo entre dois números decimais consecutivos e considerá-lo aproximadamente igual àquele que lhe estiver mais próximo.

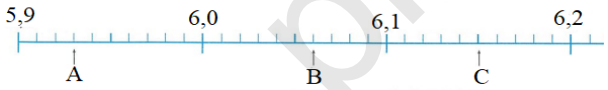
Podemos arredondar a menos de um décimo, a menos de um centésimo, a menos de um milésimo e mais, mas nesta lição vamos abordar o arredondamento a menos de um décimo, a menos de um centésimo e a menos de um milésimo.

Arredondamento a menos de um décimo

Arredondar um número decimal **a menos de um décimo** é o mesmo que arredondar a menos de $\mathbf{0,1}$.

Exemplo:

Observa a semi-recta graduada e arredonda a menos 0, 1 os números decimais representados, pelas letras A, B e C.



Enquadrando os números A, B e C entre dois números decimais consecutivos, obtém-se:

$A: 5{,}9 < 5{,}93 < 6{,}0$ $B: 6{,}0 < 6{,}06 < 6{,}1$ $C: 6{,}1 < 6{,}15 < 6{,}2$

Arredondando os números decimais A, B e C a menos de 0,1, isto é, a uma casa decimal, obtém-se:

$A: 5{,}93 \approx 5{,}9$ $B: 6{,}06 \approx 6{,}1$ $C: 6{,}15 \approx 6{,}2$

Para arredondar números decimais a menos de 0,1, considera-se o algarismo dos centésimos.

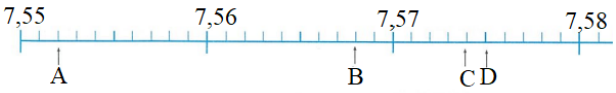
Se o algarismo dos centésimos for 0, 1, 2, 3 ou 4 mantém-se o algarismo dos décimos. Se o algarismo dos centésimos for 5, 6, 7, 8 ou 9 aumenta-se mais 0,1 no algarismo dos décimos.

Arredondamento a menos um centésimo

Arredondar um número decimal **a menos de um centésimo** é o mesmo que arredondar a menos de $\mathbf{0,01}$, isto é, a duas casas decimais.

Exemplo:

Observa a semi-recta graduada e arredonda a menos 0,01 os números decimais representados, pelas letras A, B, C e D.



Venda proibida

Enquadrando os números A, B, C e D entre dois números decimais consecutivos, obtém-se:

$A: 7{,}55 < 7{,}552 < 7{,}56$ $B: 7{,}56 < 7{,}568 < 7{,}57$ $C: 7{,}57 < 7{,}574 < 7{,}58$ $D: 7{,}57 < 7{,}575 < 7{,}58$

No arredondamento dos números decimais A, B, C e D a menos de 0,01, considera-se o algarismo dos milésimos. Assim:

$A: 7{,}552 \approx 7{,}55$ $B: 7{,}568 \approx 7{,}57$ $C: 7{,}574 \approx 7{,}57$ $D: 7{,}575 \approx 7{,}58$

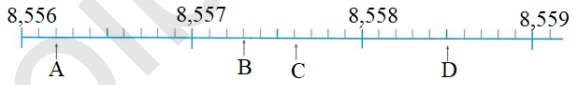
Se o algarismo dos milésimos for 0,1, 2, 3 ou 4 mantém-se o algarismo dos centésimos. Se o algarismo dos milésimos é **5, 6, 7, 8** ou **9** acrescenta-se mais **0,01** no **algarismo dos centésimos.**

Arredondamento a menos de um milésimo

Arredondar um número decimal **a menos de um milésimo** é o mesmo que arredondar a menos de $\mathbf{0,001}$, isto é, a três casas decimais.

Exemplo:

Observa a semi-recta graduada ao lado. Identifica os números decimais representados pelas letras A, B, C e D. Escreve-os na forma decimal a menos de 0,001



$A = 8{,}5562$ $B = 8{,}5573$ $C = 8{,}5576$ $D = 8{,}5585$

Escrevendo-os na forma decimal menos de 0,001, obtém-se:

$A: 8{,}556\mathbf{2} \approx 8{,}556$ $B: 8{,}557\mathbf{3} \approx 8{,}557$ $C: 8{,}557\mathbf{6} \approx 8{,}558$ $D: 8{,}558\mathbf{5} \approx 8{,}559$

A casa decimal escolhida mantém-se na mesma se a casa decimal a sua direita for 0,1, 2, 3 ou 4. E aumenta-se uma unidade à casa decimal escolhida se a casa decimal a sua direita for 5, 6, 7, 8 ou 9.

Agora é momento de resolução de exercícios, caro aluno. Use o seu caderno para tal.

Exercícios

1. Representa na forma decimal as seguintes fracções:

   a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{15}{21}$ d) $\frac{8}{7}$ e) $\frac{4}{75}$

2. Representa na forma de fracção as seguintes dizimas

   a) $1,\overline{6}$ b) $0,\overline{7}$ c) $1,\overline{8}$ d) $2{,}8\overline{3}$ e) $2{,}1\overline{6}$

Venda proibida

3. Arredonda a menos de 0,1.

a) 1,548 b) 25,432 c) 101,25 d) $5\frac{1}{3}$ e) $3\frac{1}{2}$

4. Arredonda a menos de 0,01.

a) 1,124 b) 12,1461 c) 121,522 d) $\frac{17}{31}$ e) $3\frac{1}{17}$

5. Arredonda a menos de 0,001.

a) 32,0435 b) 6,8888 c) 121,9873 d) $\frac{17}{3}$ e) $3\frac{1}{13}$

6. Calcula e arredonda a menos de 0,1:

e) $0{,}12 + 3{,}7$ g) $178{,}63 - 53{,}087 + 8{,}3$

f) $5{,}74 + 4{,}03 + 1{,}41$ h) $8{,}3 \times 1{,}235$

Agora, caro aluno, resuma a lição no seu caderno, como forma de consolidá-la.

Resumo da Lição

Nesta lição você aprendeu a arredondar números decimais. Mas antes disso ficou a saber que arredondar um número decimal consiste em enquadra-lo entre dois números decimais consecutivos e considerá-lo aproximadamente igual àquele que lhe estiver mais próximo.

No processo de arredondamento destacou aqueles que são a menos de um décimo, a menos de um centésimo, a menos de um milésimo.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1.

a) 1,5 b) 0,71 c) 0,71 d) 1,14 e) 0,05

2.

a) $\frac{55}{33}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{187}{99}$ d) $\frac{55}{18}$ e) $\frac{13}{6}$

Venda proibida

3.

a) 1,5 b) 25,4 c) 101,3 d) 5,3 e) 3,5

4.

a) 1,12 b) 12,14 c) 121,52 d) 0,55 e) 51,06

5.

a) 32,044 b) 6,889 c) 121,987 d) 5, 667 e) 3, 076

6.

a) 3,8 b) 11,2 c) 133,8 d) 10,3

Venda proibida

LIÇÃO Nº 23: Adição e subtracção de números fraccionários e números decimais

Introdução

Depois de você ter definido números fraccionários e números decimais, vai nesta lição aprender fazer operações de adição, subtracção destes números e a aplicação das propriedades nestas operações. Desde já, desejamos bons estudos.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Adicionar números fraccionários;
- Subtrair números fraccionários;
- Adicionar números decimais;
- Subtrair números decimais;
- Aplicar as propriedades na adição, subtracção de números fraccionários e decimais.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 45 minutos no mínimo.

Adição e subtracção de números fraccionários e decimais

Caro aluno, comecemos por adicionar e subtrair números decimais. Como bem sabe podemos obter um número decimal dividindo o numerador pelo denominador.

```
3,0 0 | 4
3 0   | 0,75
  2 0
    0
```

Exemplo: $\frac{3}{4} = \boxed{0}, \boxed{75}$ ⇨ Parte decimal

Parte inteira

A questão que se coloca é a seguinte:

Como uma fracção pode ser transformada em um número decimal será que adicionar ou subtrair números decimais é o mesmo que adicionar ou subtrair fracções? Essa será a nossa tarefa para que fique bem claro como se procede em cada caso. Comecemos com a adição e subtracção de números decimais.

Considere os seguintes exemplos:

Venda proibida

Exemplos:

Calcule

a) $2{,}342 + 0{,}23$

b) $2{,}3 - 0{,}23$

Acrescentamos o zero

$$\begin{array}{r} 2,342 \\ +\ 0,230 \\ \hline 2,572 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2,30 \\ -\ 0,23 \\ \hline 2,07 \end{array}$$

Sim. É isso mesmo, para adicionar ou subtrair números decimais, deve-se:

- Igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros se necessário;
- Colocar as vírgulas por baixo das vírgulas;
- Adicionar ou subtrair como se de números naturais se tratasse, colocando a vírgula no resultado por baixo das outras vírgulas.

Actividade

1. Calcule

a) $0{,}2 + 1{,}234$

b) $2{,}78 - 1{,}7$

Resolução**:**

$$\begin{array}{r} 0,200 \\ +\ 1,234 \\ \hline 1,434 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2,78 \\ -\ 1,70 \\ \hline 1,08 \end{array}$$

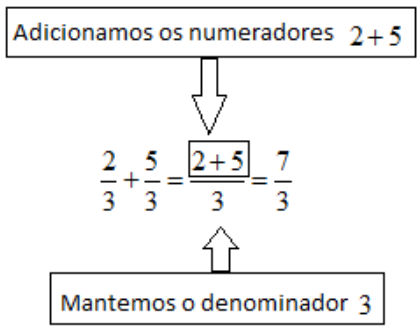
Resposta: $0{,}2 + 1{,}234 = 1{,}434$

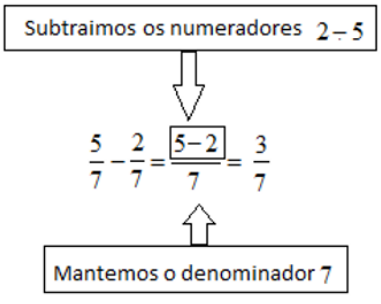
Resposta: $2{,}78 - 1{,}7 = 1{,}08$

E como procedermos com as fracções? Preste atenção nas regras que estabelecemos a seguir.

1. Se as fracções tiverem o **mesmo denominador**, adicionam-se ou subtraem-se **os numeradores** e **matem-se o mesmo denominador**.

Veja os exemplos a seguir:





Venda proibida

2. Se as fracções tiverem denominadores diferentes, calcula-se o menor múltiplo comum (***m.m.c.***) entre os denominadores, com o objectivo de os reduzir a um mesmo denominador. Depois procede-se como no caso anterior: realiza-se a operação só com os numeradores e mantém-se o denominador.
   Preste muita atenção no exemplo a seguir:

Exemplo:

Calcula

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

Como pode ver o menor múltiplo comum entre 2 e 3 é 6.

Pois se compararmos os múltiplos dos dois números, chegaremos a conclusão de que **6 é** o menor múltiplo comum.

Os múltiplos de 2 são: 2, 4, **6**, 8, …. Os múltiplos de 3 são: 3, **6**, 9, 12, ….

Abreviadamente escrevemos $m.m.c.(2,3) = 6$

Uma vez que o *m.m.c.* de 2 e 3 é 6, multiplica-se o denominador da primeira fracção por um número de modo a que esse denominador seja 6.

Repare que, se o denominador era **2** para que seja **6** só pode ser multiplicado por **3**. Para não alterar o valor da fracção, temos de multiplicar também o numerador pelo mesmo número **3**.

De igual modo, o denominador da segunda fracção que é **3** só pode ser multiplicado por **2** para que se torne 6. O numerador também deve ser multiplicado por **2** para não alterar o valor da fracção.

Por outras palavras pode-se dizer simplesmente que dividimos o m.m.c pelos denominadores para achar o tal número que multiplicado pelo denominador, o resultado seja igual ao valor do m.m.c. como ilustrado a seguir:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \underset{(6 \div 2 = 3)}{\frac{1}{2}} - \underset{(6 \div 3 = 2)}{\frac{1}{3}} = \underset{(3)}{\frac{1}{2}} - \underset{(2)}{\frac{1}{3}} =$$

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} - \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

Copie este exercício para o seu caderno e realize as operações. Lembre-se que a prática faz a perfeição.

Venda proibida

Actividade

1. Efectue as seguintes operações em Q.

a) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}$

Resolução:

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\underset{(3)}{\frac{3}{4}}+\underset{(4)}{\frac{1}{3}}=\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=\frac{9+4}{12}=\frac{13}{12}$$

b) $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

Resolução:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\underset{(2)}{\frac{1}{2}}-\underset{(1)}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$$

Fazendo revisões

Nas lições anteriores, estudou propriedades em relação às operações de adição e de subtracção em $\mathbb{Z}$. Não é verdade? Essas propriedades são também válidas na adicção e subtração de frações: Que propriedades são essas? Sim! Essas mesmas. A propriedade referente à existência do **elemento neutro**, a **comutativa** e a **associativa.**

Exemplo:

a) $\mathbf{4+0=0+4}$ Elemento neutro da adição

b) $\mathbf{4+5=9}$ $\boldsymbol{e}$ $\mathbf{5+4=9}$ Propriedade comutativa da adição

c) $\mathbf{2+4+6=(2+4)+6=6+6=12}$ **e**
$\mathbf{2+4+6=2+(4+6)=2+10=12}$ Propriedade associativa da adição.

Estas propriedades que acabou de recordar são também válidas na adição e subtracção de fracções e números decimais. Assim podemos ter:

Comutativa	O valor da soma não depende da ordem das parcelas	$a+b=b+a$	**Exemplo:** **a)** $\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{8}{11}$ e $\frac{5}{11}+\frac{3}{11}=\frac{8}{11}$ $\Rightarrow \frac{3}{11}+\frac{5}{11}=\frac{5}{11}+\frac{3}{11}$ b) $3{,}1+2{,}5=5{,}6$ e $2{,}5+3{,}1=5{,}6$ $\Rightarrow 3{,}1+2{,}5=2{,}5+3{,}1$

Venda proibida

Associativa	Pode se iniciar a adição pelas duas primeiras parcelas ou pelas duas últimas parcelas, o valor da soma não se altera.	$(a+b)+c=a+(b+c)$	**Exemplo:** a) $\left(\frac{12}{25}+\frac{5}{25}\right)+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\left(\frac{5}{25}+\frac{3}{25}\right)$ $\frac{17}{25}+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\frac{8}{25}$ $\frac{20}{25}=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$ $\Rightarrow\left(\frac{12}{25}+\frac{5}{25}\right)+\frac{3}{25}=\frac{12}{25}+\left(\frac{5}{25}+\frac{3}{25}\right)$ b) $(12{,}1+36{,}02)+5{,}2=48{,}12+5{,}2$ $=53{,}32$ Por outro lado: $(12{,}1+36{,}02)+5{,}2$ $=36{,}02+(12{,}1+5{,}2)=36{,}02+17{,}3$ $=53{,}53$ Assim: $(12{,}1+36{,}02)+5{,}2=36{,}02+(12{,}1+5{,}2)$ $53{,}32=53{,}32$
Elemento neutro	A soma de qualquer número com zero é o próprio número.	$a+0=0+a$	**Exemplo:** **a)** $\mathbf{\frac{2}{7}+0=\frac{2}{7}}$ **e** $\mathbf{0+\frac{2}{7}=\frac{2}{7}}$ $\mathbf{\Rightarrow\frac{2}{7}+0=0+\frac{2}{7}}$ **b)** $\mathbf{23{,}4+0=23{,}4}$ $\mathbf{0+23{,}4=23{,}4}$ $\mathbf{\Rightarrow 23{,}4+0=0+23{,}4}$

Venda proibida

Faça uma pequena pausa bem merecida e depois resolva as actividades que lhe propomos. Em caso de dificuldades consulte os seus colegas ou o seu tutor.

Exercícios

1. Efectue as operações seguintes:

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}$ c) $2+\frac{1}{3}$

d) $0{,}25+1{,}257$ e) $\frac{3}{5}+2{,}5$ f) $4{,}22-1{,}05$

2. Efectue as operações, aplicando propriedades

a) $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ b) $0{,}25+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$

Resuma a lição, no seu caderno e consolide, assim, a matéria estudada.

Resumo da Lição

Caro estudante. Nesta lição aprendeu a realizar as operações de adição e subtracção de números decimais e de fracções.

Para adicionar ou subtrair números decimais procede-se da seguinte forma:

- Igualar o número de casas decimais, acrescentando zeros se necessário;
- Colocar as vírgulas por baixo das vírgulas;
- Adicionar ou subtrair como se de números naturais se tratasse, colocando a vírgula no resultado por baixo das outras vírgulas.

Para adicionar ou subtrair fracções, deve se ter em conta que as fracções podem ter denominadores iguais ou diferentes. No caso em que os denominadores são iguais, adicionam-se os denominadores e em seguida procura-se obter a fracção irredutível correspondente.

Se os denominadores forem diferentes, reduz-se ao mesmo denominador e depois procede-se coo se tivessem o mesmo denominador.

Na adição e subtracção de fracções e números decimais são validas as propriedades: Existência de um elemento neutro, comutativa, associativa

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1.

a) $\frac{11}{10}$ b) $\frac{14}{15}$ c) $\frac{7}{3}$ d) 1,507 *e)* 3,1 f) 3,17

2.

a) $\frac{13}{10}$ b) $\frac{5}{12}$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 24: Multiplicação e Divisão de Números Fraccionários e Decimais

Introdução

Caro aluno, depois de aprender adicionar e subtrair números fraccionários e números decimais, vai nesta lição aprender a multiplicar e a dividir estes números aplicando as propriedades válidas nestas operações.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar operadores multiplicativos;
- Identificar operadores partitivos;
- Aplicar os operadores multiplicativos no cálculo;
- Aplicar os operadores partitivos no cálculo;
- Multiplicar e dividir números fraccionários e decimais.

Para a melhor compreensão desta lição necessita de estudar durante 90 minutos no mínimo.

Multiplicação e Divisão de Números Fraccionários e Decimais

Caro aluno, aprendeu na lição anterior a adicionar e subtrair fracções e números decimais aplicando propriedades. Agora vai estender o seu conhecimento realizando as operações de multiplicação e divisão destes mesmos números, as fracções e os números decimais.

Comecemos pelas fracções.

Multiplicação de fracções

Para multiplicar fracções, multiplicam-se tanto os numeradores como os denominadores entre si.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemplo: $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Muito fácil, não é?

Chamamos a sua atenção para analisar sempre a fracção produto, quer dizer o resultado que obtiver, pois sempre é necessário tornar essa fracção resultante, uma fracção irredutível, como neste exemplo que acabou de observar ($\frac{2}{6}$ é uma fracção que pode ser reduzida para $\frac{1}{3}$)

Venda proibida

Ao calcular o produto é possível simplificar os cálculos, usando a lei de corte que consiste em decompor os termos comuns das fracções em factores primos e cortar os termos que se repetem nos numeradores e denominadores.

Observe neste exemplo:

a) $\frac{18}{49}\times\frac{14}{27}=\frac{18\times 14}{49\times 27}=\frac{2\times 9\times 2\times 7}{7\times 7\times 3\times 9}=\frac{2\times 2}{7\times 3}=\frac{4}{21}$

Se o produto de duas fracções é 1, então, diz-se que a primeira fracção é inversa da segunda fracção. O inverso de uma fracção é a mesma fracção com o seu numerador e denominador invertidos.

$\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$; $\frac{a}{b}$ é inverso de $\frac{b}{a}$

Exemplo:

$\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}=\frac{9\times 4}{4\times 9}=\frac{36}{36}=1\Rightarrow\frac{4}{9}$ é inverso de $\frac{9}{4}$

Divisão de fracções

Para dividir duas fracções, multiplica-se a fracção dividendo pelo inverso da fracção divisor, ou seja, multiplica-se os termos da primeira fracção pelo inverso dos termos da segunda fracção.

$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times d}$

Exemplo:

a) $\frac{5}{4}\div\frac{7}{6}=\frac{5}{4}\times\frac{6}{7}=\frac{5\times 6}{4\times 7}=\frac{30}{28}=\frac{15}{14}$

b) $3\frac{1}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{13}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{13}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{13\times 8}{4\times 3}=\frac{13\times 2\times 4}{4\times 3}=\frac{13\times 2}{3}=\frac{26}{3}=8\frac{2}{3}$

Multiplicação de números decimais

Para multiplicar dois números decimais, procede-se primeiro como se fossem números naturais, ignorando as virgulas, e depois, considera-se que o número de casas decimais do produto tenha que ser igual à soma do número de casas decimais dos factores**. Exemplo:** $4{,}25\times 2{,}3=9{,}775$

$$\begin{array}{r} 4{,}25 \longrightarrow \text{duas casas decimais} \\ \times\ 2{,}3 \longrightarrow \text{uma casa decimal} \\ \hline 1275 \\ +850 \\ \hline 9{,}775 \longrightarrow \text{três casas decimais} \end{array}$$

Outra forma de multiplicar dois números decimais consiste em transformar os números decimais em fracções decimais e aplicar as regras da multiplicação de fracções.

Exemplo:

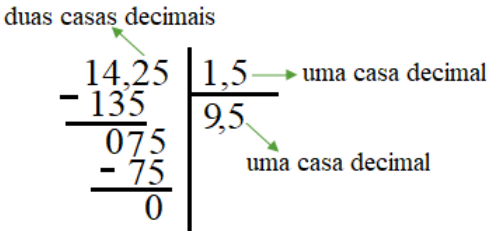
$$4{,}25\times 2{,}3=\frac{425}{\underset{\text{duas casas decimais}}{100}}\times\frac{23}{\underset{\text{uma casa decimal}}{10}}=\frac{9775}{\underset{\text{três casas decimais}}{1000}}=9{,}775$$

Venda proibida

Divisão de números decimais

Para dividir dois números decimais, é preciso dividi-los como se tratasse de números naturais, e depois considerar que o número de casas decimais no quociente deva ser a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e do divisor.

Exemplo: $14{,}25 \div 1{,}5 = 9{,}5$



Na divisão de dois números decimais, também, é possível dividi-los através da transformação de números decimais em fracções decimais e aplicar as regras da divisão de fracções.

Exemplo:

$$14{,}25 \div 1{,}5 = \frac{1425}{100} \div \frac{15}{10} = \frac{1425}{100} \times \frac{10}{15} = \frac{95 \times \cancel{15} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times 10 \times \cancel{15}} = \frac{95}{10} = 9{,}5$$

Tome nota

Para multiplicar um número decimal por 10, 100 ou 1000, basta deslocar a vírgula uma, duas ou três casas para direita, respectivamente, acrescentando os zeros necessários.	**Exemplo:** a) $0{,}06 \times 10 = 0{,}6$ b) $5{,}43 \times 10 = 54{,}3$ c) $0{,}06 \times 1000 = 60$
Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000, basta deslocar a vírgula uma, duas ou três casas para esquerda, respectivamente, acrescentando os zeros necessários.	**Exemplo:** a) $4 \div 10 = 0{,}4$ b) $34{,}8 \div 10 = 3{,}48$ c) $34{,}8 \div 100 = 0{,}348$

Aplicando as propriedades

A seguir ilustramos como são aplicadas as propriedades:

Propriedade	**Exemplo:**
Existência de um elemento neutro $a \times 1 = a$	$\frac{2}{7} \times 1 + \frac{2}{7} \times \frac{1}{1} = \frac{2 \times 1}{7 \times 1} = \frac{2}{7}$
Existência de um elemento absorvente	$\frac{2}{7} \times 0 = 0$
Existência de um elemento inverso $a \times \frac{1}{a} = 1$	$\frac{1}{7} \times \frac{1}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \times \frac{7}{1} = \frac{1 \times 7}{7 \times 1} = \frac{7}{7} =$

Venda proibida

Propriedade comutativa

$$a \times b = b \times a$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

logo $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$

Propriedade associativa

$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Exemplo: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$

Podemos primeiro associar os dois factores $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{6 \times 3} = \frac{2}{18} = \frac{2 \div 2}{18 \div 2} = \frac{1}{9}$$

Em segundo associar os dois últimos factores $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{2 \div 2}{18 \div 2} = \frac{1}{9}$$

O resultado não altera, será sempre como vê $\frac{1}{9}$.

Propriedade distributiva da multiplicação

Em relação à adição	**Em relação a subtracção**
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
ou	ou
$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

Comecemos pela primeira forma:

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} + \frac{2 \times 1}{3 \times 3} = \frac{2}{6} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Depois a segunda forma:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 3} = \frac{2}{6} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Venda proibida

Operadores multiplicativos e partitivos

De certeza que já ouviu alguém a dizer por exemplo o dobro de um número referindo-se a duas vezes esse número ou o triplo de um número referindo-se a três vezes esse número. Não é verdade? Esse tipo de expressões, dobro, triplo, dá-se o nome de numerais multiplicativos.

Exemplo: O dobro de 7 é 14;

O triplo de 4 é 12;

O triplo de 2,2 é 6,6;

Por outro lado, as expressões um meio, um terço, etc. dá-se o nome de numerais partitivos multiplicativos.

Exemplo: Um meio de 14 é 7;

Um terço de12 é 4;

Actividade

1. Copie o exercício para o seu caderno e procure resolver sem copiar a resolução apresentada. Lembre-se que não adianta enganar-se a si próprio:

   a) Um terço de 45; b) O dobro de 1,25; c) Três quintos do dobro de 15.

   Resolução:

   a) Para calcular um terço de 45, procedemos da seguinte maneira:
   $\frac{1}{3} \times 45 = \frac{45}{3} = 15$

   b) Para calcular o dobro de 1,25, procedemos da seguinte maneira:
   $2 \times 1{,}25 = 2{,}50$

   c) Para calcular três quintos do dobro de 15, procedemos da seguinte maneira:
   $\frac{3}{5} \times 2 \times 15 = \frac{3}{5} \times 30 = \frac{90}{5} = 18$

Agora é tempo de avaliar o nível de assimilação da sua aprendizagem, realizando este exercício.

Exercícios

1. Calcula:

   a) Dois quintos de 90
   b) $\frac{3}{4}$ de 50
   c) A décima parte do quádruplo de 3,1
   d) O quíntuplo de 60

Venda proibida

2. Complete, aplicando propriedades da multiplicação:

		Propriedade
a)	$____ \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$	
b)	$\frac{3}{4} \times (____ \times \frac{8}{7}) = (____ \times \frac{1}{2}) \times \frac{8}{7}$	
c)	$\frac{1}{5} \times 5 \times ____ = \frac{7}{6}$	
d)	$\frac{1}{5} \times 5 \times ____ = 0$	

3. Preenche as seguintes tabelas:

÷	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{4}$				
$\frac{5}{10}$				
$\frac{3}{2}$				
$\frac{5}{6}$				

×	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$				
$\frac{5}{10}$				
$\frac{3}{2}$				
$\frac{5}{6}$				

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição:

Caro aluno, nesta lição aprendeu a multiplicar e dividir fracções e números decimais. No que diz respeito a multiplicação aprendeu que se são dadas duas fracções a fracção produto correspondente é obtida multiplicando termo a termo, o que quer dizer multiplica-se numerador com numerador e denominador com denominador. Para dividir fracções basta multiplicar uma delas com o inverso da outra.

Aprendeu também a multiplicar e a dividir números decimais. E ficou explicado que para multiplicar números decimais basta proceder como se eles não fossem números decimais, ou seja como se não tivessem virgulas, e depois de obter o produto, colocar a vírgula tendo em conta que o número de casas decimais deste produto deverá ser igual à soma das casas decimais dos factores.

Venda proibida

Já na divisão, apesar de também procede-se como se não tivessem casas decimais, no fim deve se ter em conta que o número de casas decimais do quociente é a diferença dos números de casas decimais do dividendo e do divisor.

Para terminar a lição, e depois de se ter falado das propriedades e sua aplicação, foi abordada a questão dos operadores multiplicativos e partitivos.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1. a) 36 b) 37,5 c) 1,24 d) 300

2. a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{2} e \frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{6}$ d) 0

Comutativa **Associativa** **Elemento neutro** **Elemento absorvente**

3.

Divisão			
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10}$
2	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$
6	3	1	$\frac{9}{5}$
$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{9}$	1

Multiplicação			
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{3}{4}$	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{12}$

Acertou em nove alíneas? Está de parabéns! Caso contrário, leia mais uma vez a lição, estude com outros colegas e tente responder às questões colocadas de novo. Se necessário consulte o Tutor no CAA ou um colega de estudo.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 25: Potência de Base Fraccionária ou Decimal de Expoente Natural

Introdução

Caro aluno, de certeza que já aprendeu potências de base e expoente naturais nas lições anteriores. Nesta lição vai aplicar esse conhecimento para o caso em que a base da potência é um número fraccionário ou um número decimal.

Boa aprendizagem.

Objectivos da lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Identificar potências de base fraccionária ou decimal de expoente natural;
- Adicionar e subtrair potências de base fraccionária ou decimais de expoente natural;
- Determinar o valor das expressões numéricas envolvendo números fraccionários e decimais.

Para a melhor compreensão desta lição necessitas de estudar 90 minutos.

Potência de base fraccionária e decimal de expoente natural

Para começar esta lição vamos recordar o que aprendeu sobre potências nas lições anteriores.

Uma **potência** representa um **produto de factores iguais**. O factor que se repete é a **base da potência**, o número de vezes que ele se repete é o **expoente**. O expoente pode tomar os seguintes valores: 1, 2, 3, 4, …, por isso diz-se que que é uma potência de **expoente natural.**

Exemplo:

a) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ b) $3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

O que você aprendeu, até agora, foi a potência de expoente e base naturais. E nesta lição vai aprender aqueles casos em que a base é uma fracção ou um número decimal.

Por isso precisamos apenas de considerar que nesta lição as potências em estudo têm como base uma fracção ou um número decimal.

Exemplos:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ — 3: Expoente; $\frac{2}{3}$: base

$$(0{,}3)^3 = 0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}027$$

$(\mathbf{0,3})^3$ — $\mathbf{0,3}$: base; ^{3}: Expoente

Venda proibida

Muita atenção no seguinte aspecto: Sempre que a base de uma potência é uma fracção, é necessário colocares os parenteses.

Repare nas diferenças nas três situações a seguir:

Primeira situação	**Segunda situação**	**Terceira situação**
$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \mathbf{\frac{16}{81}}$	$\frac{2^4}{3} = \frac{2\times2\times2\times2}{3} = \mathbf{\frac{16}{3}}$	$\frac{2}{3^4} = \frac{2}{3\times3\times3\times3} = \mathbf{\frac{2}{81}}$

Na primeira situação o expoente afectou tanto o numerador como o denominador pois foram colocados os parenteses. Já na segunda e terceira situação aconteceu o contrário, o expoente afectou apenas o numerador ou o denominador.

Adição e subtracção com potências de base fraccionária e decimal de expoente natural

Para adicionar e subtrair potências, calcula-se o valor de cada potência.

Exemplos:

- Caso em que a base é uma fracção.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2\times2}{3\times3}\right) + \left(\frac{1\times1}{3\times3}\right) = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4+1}{9} = \frac{5}{9}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2\times2}{3\times3}\right) - \left(\frac{1\times1}{3\times3}\right) = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4-1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

- Caso em que a base é um número decimal

c) $(\mathbf{0,3})^2 + (\mathbf{0,2})^2 = [(\mathbf{0,3}) \times (\mathbf{0,3})] + [(\mathbf{0,2}) \times (\mathbf{0,2})]$ $= 0,09 + 0,04 = 0,13$	d) $(\mathbf{0,3})^2 - (\mathbf{0,2})^2 = [(\mathbf{0,3}) \times (\mathbf{0,3})] - [(\mathbf{0,2}) \times (\mathbf{0,2})]$ $= 0,09 - 0,04 = 0,05$

Actividade

Resolva os seguintes exercícios no seu caderno e depois compare a resolução:

a) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ c) $0,4\times0,4\times0,4\times0,4$ d) $(1,25)^3$

Resolução:

a) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$

c) $0,4\times0,4\times0,4\times0,4 = (0,4)^4$

d) $(1,25)^3 = 1,25\times1,25\times1,25$

Se procedeu conforme a solicitação e conseguiu chegar a solução sem copiar, você está de parabéns, é sinal de que está a assimilar bem esta matéria. Então vamos prosseguir com expressões numéricas.

Venda proibida

Expressões numéricas envolvendo números fraccionários e decimais

As regras que se usam para resolver expressões numéricas com números inteiros são as mesmas que se aplicam aos números fraccionários e decimais. Ainda se recorda? Não se preocupe vamos recordar.

- Efectuar, em primeiro lugar, os cálculos dentro de parenteses;
- Depois, se houver uma potência, calcular a potência;
- Em seguida, efectuar as multiplicações e as divisões;
- Finalmente, efectuar as adições e as subtracções.

Exemplo:

$4 + 3[2{,}5 - (3^2 - 7)] + 4 =$	
$= 4 + 3 \times [2{,}5 - (\mathbf{9} - 7)] + 4$	Primeiro as potências.
$= 4 + 3 \times (2{,}5 - \mathbf{2}) + 4$	Depois o que está dentro de parênteses curvos e os parênteses rectos transformam-se em curvos.
$= 4 + 3 \times \mathbf{0{,}5} + 4$	De seguida resolve o que está dentro de parenteses curvos.
$= 4 + \mathbf{1{,}5} + 4$	A seguir a multiplicação.
$= 9{,}5$	Por fim a adição.

Mas simplesmente apresentamos da seguinte forma:

$$4 + 3 \times [2{,}5 - (3^2 - 7)] + 4 =$$
$$= 4 + 3 \times [2{,}5 - (9 - 7)] + 4 =$$
$$= 4 + 3 \times (2{,}5 - 2) + 4 =$$
$$= 4 + 3 \times 2{,}5 - 3 \times 2 + 4 =$$
$$= 4 + 7{,}5 - 6 + 4 =$$
$$= 9{,}5$$

Agora é vez de exercitação. Use o seu caderno. Boa prática!

Exercícios

1. Escreva, sob forma de potência, cada um dos seguintes produtos:
   a) $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$
   b) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$
   c) $\frac{7}{5} \times \frac{7}{5} \times \frac{7}{5} \times \frac{7}{5} \times \frac{7}{5}$
   d) $2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5$
   e) $0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5$
   f) $2{,}53 \times 2{,}53 \times 2{,}53 \times 2{,}53$
2. Calcula o valor numérico das seguintes potências:
   a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$
   b) $\frac{2^3}{5}$
   c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$
   d) $\frac{2}{5^3}$
   e) $(1{,}2)^3$
   f) $\frac{(0{,}5)^3}{5}$

Venda proibida

3. Calcula as seguintes expressões:

a) $2^5 + (3^4 - 9^2) - 3^3$

b) $6^3 - [8^2 + (3^4 + 7^2) + 2^4] - 6$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3$

d) $(1{,}2)^2 + \left(1\frac{1}{4}\right)^2$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(1\frac{1}{4}\right)^2$

f) $\left(\frac{3}{25} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)^2$

4. Calcula o valor das seguintes expressões:

a) $\left(\frac{1}{2} + 0{,}5\right) \times 3$

b) $(24{,}3 + 0{,}7) \div 2{,}5$

c) $\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{3}$

d) $(4{,}75 + 0{,}256) \times 2{,}1$

e) $(3{,}2 + 2{,}8) \div 1{,}5$

f) $0{,}25 + 0{,}6 + 1{,}7$

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição:

Caro aluno. Nesta lição você recordou potências de base e expoente natural, e aprendeu que tudo o que já sabia sobre potencias também se aplica com potências de base fraccionária ou decimal e de expoente natural. Uma atenção especial foi chamada para que a base fraccionária esteja entre parenteses para evitar que se confunda os casos em que o expoente apenas afecte o numerador ou denominador.

Para terminar esta lição você recordou também as regras das expressões numéricas e resolveu expressões numéricas envolvendo números fraccionários e decimais.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$ b) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ c) $\left(\frac{7}{5}\right)^5$ d) $(2{,}5)^4$ e) $(0{,}5)^4$ f) $(2{,}53)^4$

2.

a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{8}{125}$ d) $\frac{2}{125}$ e) $1{,}728$ f) $\frac{0{,}125}{5}$

3.

a) 5 b) 0 c) $\frac{13}{27}$ d) $\frac{1\,201}{400}$ e) $\frac{75}{16}$ f) $\frac{12}{25}$

4.

a) $\frac{3}{4}$ b) 10 c) $\frac{1}{8}$ d) $10{,}5$ e) 4 f) $2{,}55$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 26: Perímetro de figuras compostas

Introdução

Nesta lição vai estudar como calcular o perímetro de figuras compostas por rectângulo, quadrados, triângulos ou circunferência. Desde já desejamos boa aprendizagem e sucessos nesta aula.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Determinar o perímetro de figuras planas formadas por rectângulo, quadrado, triângulo e circunferência

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos.

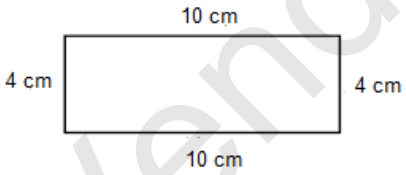
Perímetro de rectângulo, quadrado, triângulo ou circunferência

Caro aluno, desde o ensino primárias, aprendeu a calcular o perímetro das figuras planas. Por isso, já sabe que o perímetro de uma figura é a soma de comprimento de todos os lados. Use o conhecimento adquirido nas classes anteriores para resolver os exercícios que se seguem.

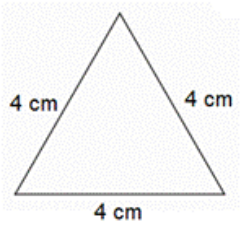
Actividades

Determine o perímetro das seguintes figuras.

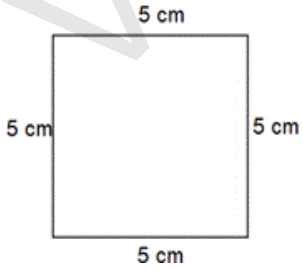
a)



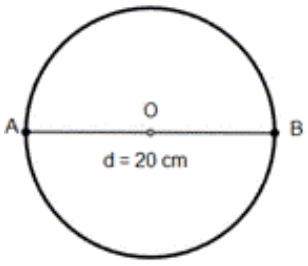
b)



c)



d)



De certeza, para determinar o perímetro de cada figura adicionou as medidas de todos os lados que compõem cada figura ou recorreu as fórmulas:

a) $P = 2 \times (C + L)$

$P = 2 \times (10 + 4)\ cm.$

$P = 28\ cm$

b) $P = 3 \times l$

$P = 3 \times 4cm$

$P = 12cm$

c) $P = 4 \times l$

$P = 4 \times 5cm$

$P = 20cm$

Venda proibida

Para a figura da alínea d), primeiro teve que usar a fórmula: $\boldsymbol{P = 2 \times \pi \times r}$, onde $\boldsymbol{2 \times r}$ representa o diâmetro da figura e 3,14 é constante, assim: $P = 2 \times 3{,}14 \times 10cm = 62{,}8cm$.

Muito bem, isso apenas foi uma breve revisão.

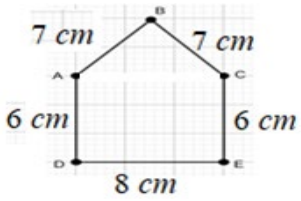
Agora, vamos para o tema da lição.

Perímetro de figuras compostas por rectângulo, quadrado, triângulo ou circunferência

Uma vez que o perímetro representa o comprimento do contorno da figura, para determinar o perímetro de uma figura composta, basta adicionar as medidas de todos os lados que representam o contorno da figura.

Calcule o perímetro das seguintes figuras.

a)

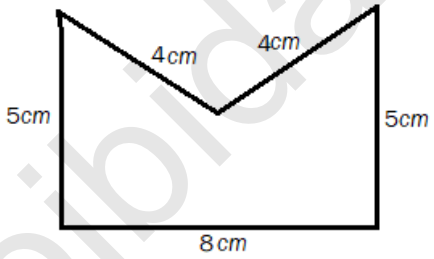


$P = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5$

$P = 7cm + 7cm + 6cm + 8cm + 6cm$

$P = 34cm$

b)



$P = \ell_1 + 2 \times \ell_2 + 2 \times \ell_3$

$P = 8\ cm + (2 \times 5)\ cm + (2 \times 4)\ cm$

$P = 26\ cm$

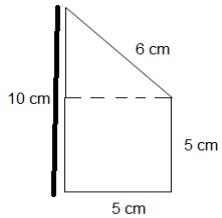
Esta fórmula é extensiva no cálculo do perímetro de qualquer figura composta por figuras planas.

Como forma de consolidar a matéria estudada nesta lição, resolva os exercícios que se seguem:

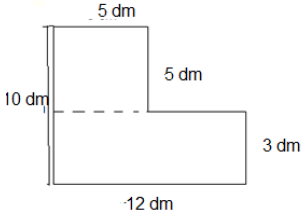
Exercícios

1. Para consolidar aquilo que aprendeu nesta lição, determine o perímetro das figuras que se seguem.

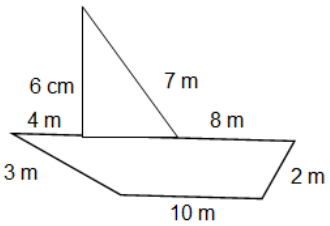
a)



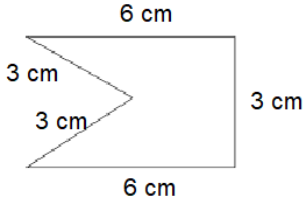
b)



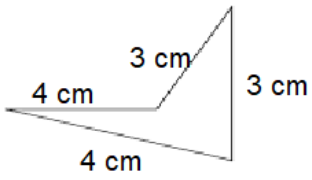
c)



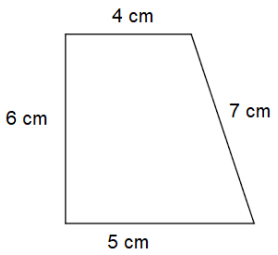
d)



e)

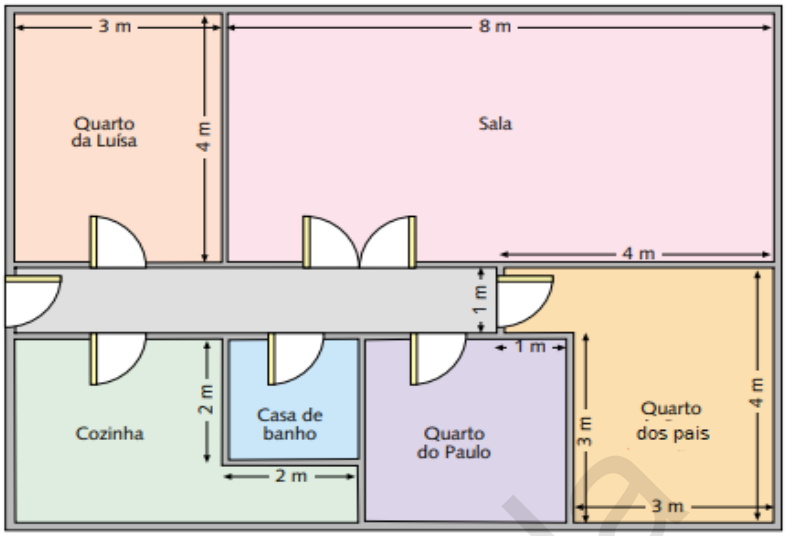


f)



Venda proibida

2. Observa a planta da casa dos pais da Luísa e o Paulo. O pai da Luísa pretende colocar por Cima do muro arame farpado.



a) Quantos metros de arame farpado deverá comprar, aproximadamente, de modo a rodear toda casa?

b) Se 1 metro de arame farpado custa 278Mt. Quanto ia pagar o pai da Luísa pela compra do arame?

c) Os pais da Luísa pretendem ornamentar a sala incluindo a entrada. Quantos metros de tecido serão necessários para cobrir todas as paredes da sala?

d) Os pais da Luísa colocaram rodapé no corredor da casa, na sala, na cozinha e no quarto deles. Cada metro de rodapé custa 189Mt. Quanto gastaram, no total, por colocar rodapé?

e) Entre a cozinha e o quarto deles. Em que lugar tiveram mais gastos?

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição

Para determinar o perímetro de uma figura composta por rectângulo, quadrado, triângulo ou circunferência, adicionam-se as medidas de todos os lados que representam o contorno da figura.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1-a) $26\ cm$ b) $35\ dm$ c) $40\ m$ d) $21\ cm$ e) $14\ cm$ f) $22\ cm$

2-a) Para cobrir toda casa deverá comprar, aproximadamente, 38 metros de arame farpado

b) Pela compra do arame, o pai da Luísa ia pagar $10\ 564Mt$

c) Para cobrir todas as paredes e a entra da sala, serão necessários 24 metros de tecido.

d) Por colocar rodapé no corredor da casa, na sala, na cozinha e no quarto deles, gastaram, no total, $11\ 340Mt$.

e) Na cozinha e no quarto deles tiveram os mesmos gastos pois os dois lugares têm o mesmo perímetro.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 27: Perímetro de polígonos regulares

Introdução

Nesta lição, vai estudar como determinar o perímetro de polígonos regulares e irregulares.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Determinar o perímetro de polígonos regulares;
- Determinar o perímetro de polígonos irregulares.

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos

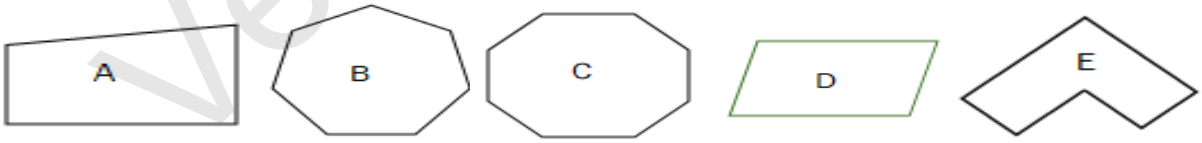
Perímetro de polígonos regulares

Caro aluno!

Com certeza, ainda se lembra da classificação dos polígonos quanto ao comprimento dos seus lados e ângulos. Então, vamos fazer uma pequena revisão para ajudá-lo a relembrar esta matéria, respondendo à seguinte questão:

Actividade

Observa as figuras e identifica os polígonos regulares e irregulares



Certo! Você, conseguiu notar que as figuras A, D e E são polígonos irregulares e as figuras B e C são polígonos regulares. Então, nesta lição vais aprender como se determina o perímetro destas figuras, começando por:

Perímetro de polígonos regulares

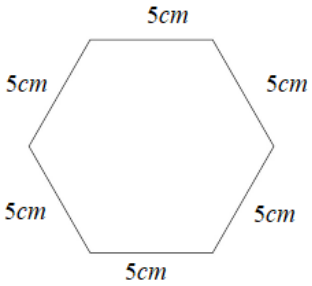
Lembre que o perímetro indica o comprimento ou contorno de uma figura.

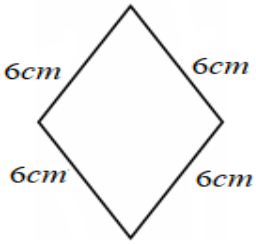
E, para calcular o perímetro de polígonos regulares, usa-se a fórmula $\boldsymbol{P = n \times \ell}$, onde $\boldsymbol{n}$ indica o número de lados do polígono e $\boldsymbol{\ell}$ indica o comprimento de cada lado.

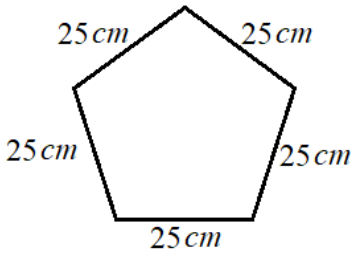
Venda proibida

Exemplo:

Determine o perímetro das figuras que se seguem.

a) 

b) 

c) 

$P = n \times \ell,$

$P = 6 \times 5cm$

$P = 30cm$

$P = n \times \ell,$

$P = 4 \times 6cm$

$P = 24cm$

$P = n \times \ell,$

$P = 5 \times 25cm$

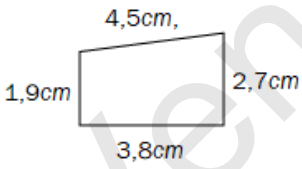
$P = 125cm$

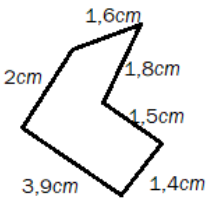
Já conhece a fórmula para determinar o perímetro de polígonos regulares? Claro que sim! Agora, vamos passar para os polígonos irregulares.

Perímetro de Polígonos Irregulares

Para calcular o perímetro de polígonos irregulares segue-se o mesmo procedimento. Isto é, o perímetro de um polígono irregular é dado pela soma das medidas de todos os lados que representam o contorno desse polígono.

Determine o perímetro das seguintes figuras:

a) 

b) 

$P = n \times \ell,$

$P = 6 \times 5cm$

$P = 30cm$

$P = n \times \ell,$

$P = 4 \times 6cm$

$P = 24cm$

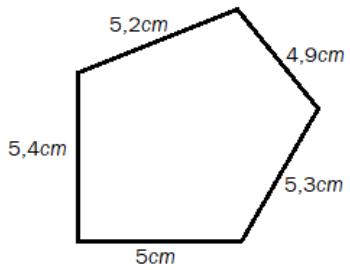
Agora, para consolidar a lição do dia, resolva os exercícios que se seguem, no caderno:

Exercícios

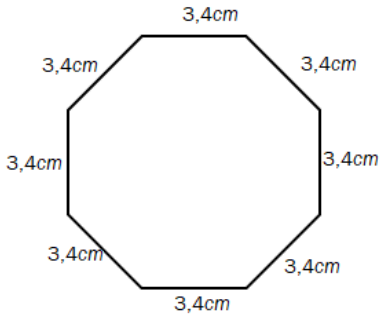
1. Observa as figuras e determina o perímetro de cada

Venda proibida

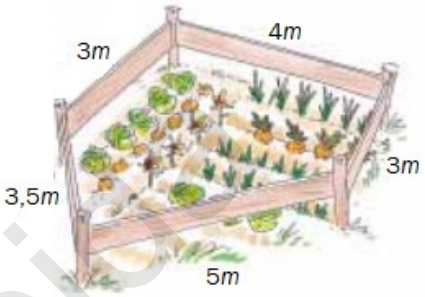
a)



b)



2. A senhora Laura pretende reforçar a vedação do espaço, onde fez uma pequena horta, como mostra a figura.



a) Quantos metros de tábuas de madeira serão necessários para fazer mais duas fiadas para cima?

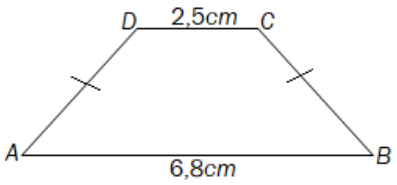
b) Se 1 metro de tábua de madeira custa $150Mt$. Quanto pagará a senhora Laura pela compra dessas tábuas?

3. O António, nas manhãs, costuma correr pela praça, dando duas voltas. Determine, em km, a distância percorrida pelo António?

a) Determine o perímetro da placa que contém o símbolo de prevenção da SIDA, considerando que cada lado da figura mede $50cm$

4. O perímetro de um terreno, com formato de um heptágono, é de $191{,}8m$. Quantos metros mede cada lado?

5. Determine o comprimento de cada lado desconhecido da figura ao lado, sabendo que o perímetro da mesma é de $18{,}3cm$ e $\overline{AD} = \overline{BC}$.



Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Venda proibida

Resumo da Lição

Nesta lição fez a revisão do conceito perímetro, que indica o comprimento ou contorno de uma figura Para calcular o perímetro de um polígono, seja regular ou irregular, adiciona-se as medidas de todos os lados desse polígono**.**

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1-a) O perímetro é de $25{,}8cm$ b) O perímetro é de $27{,}2cm$

2-a) Para fazer mais duas fiadas serão necessários $37m$ de tábuas de madeira.

b) A senhora Laura pagará $5\ 550Mt$.

3 A distância percorrida pelo António é de $6{,}686Km$

3-a) O perímetro é de $300cm$

4. Cada lado mede $27{,}4cm$

5. Cada lado mede $4{,}5cm$

Venda proibida

LIÇÃO Nº 28: Áreas de figuras planas: Área do trapézio, do losango e do círculo

Introdução

Nesta lição vai estudar como determinar a área de figuras planas, nomeadamente, do trapézio, do losango e do círculo. Tenha uma óptima aprendizagem!

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

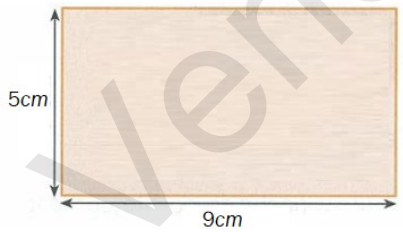
- Determinar a área do trapézio;
- Determinar a área do losango;
- Determinar a área de círculo.

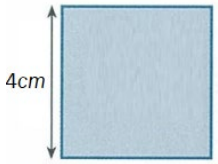
A aprendizagem desta lição terá uma duração de 90 minutos.

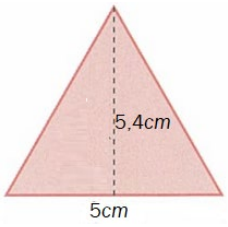
Caro aluno! Com certeza ainda se lembra da fórmula para determinar a área do rectângulo, quadrado e triangulo. Para certificar melhor os teus conhecimentos sobre as áreas, resolva os exercícios que se seguem:

Actividades

Calcula a área das seguintes figuras

a) 

b) 

c) 

De certeza que conseguiste calcular a área de cada figura. Vamos certificar os resultados.

a) **Dados** **Resolução**

$C = 9cm$ $\boldsymbol{A} = C \times L$

$L = 5cm$ $A = 9cm \times 5cm$

$A = 45cm^2$

b) **Dados** **Resolução**

$\ell = 4cm$ $A = \ell \times \ell$ ou $A = \ell^2$

$A = (4cm)^2$

$A = 164cm^2$

c) **Dados** **Resolução**

$b = 5cm$

$h = 5{,}4cm$ $A = \dfrac{b \times h}{2}$ $A = \dfrac{5cm \times 5{,}4cm}{2} = 13{,}5cm^2$

Venda proibida

Agora, vais aprender, como determinar a área de um trapézio

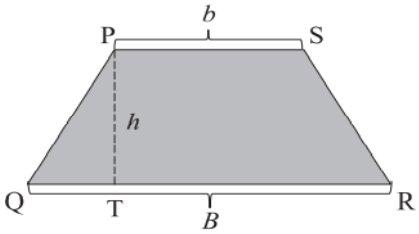
A área de um trapézio

Observa a figura ao lado. Ela representa um trapézio, onde:

O segmento [PS] é a base menor (b),

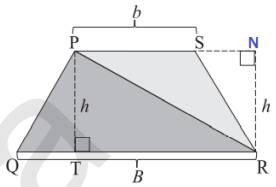
O segmento [QR] é a base maior (B) e

O segmento [PT] é a altura do trapézio (h).



Ao traçar uma diagonal [PR], obtém-se dois triângulos ΔPQR e ΔPRS, como mostra a figura ao lado.

Repara que:



1. A área do ΔPQR é dada pela fórmula $A = \frac{b \times h}{2}$, onde $\boldsymbol{B}$ é base e $\boldsymbol{h}$ é a altura do ΔPQR.
2. A área do ΔPRS é dada pela fórmula $A = \frac{b \times h}{2}$, onde $\boldsymbol{b}$ é a base e $\boldsymbol{h}$ é a altura do ΔPRS.

Os segmentos [PT] e [NR] são paralelas e representam a altura dos ΔPQR e ΔPRS. Lembra-se que, a altura de um triangulo é um segmento perpendicular que resulta de um dos vértices, neste caso (R) com o prolongamento da base [PS].

Continuando com a observação do trapézio, repara que se recortarmos o triângulo ΔPQT e sobrepor no triângulo ΔRNS, notaremos que os dois triângulos são iguais e formam um rectângulo.
Para confirmar, podes usar uma folha de papel, faz o recorte da figura com as mesmas medidas. Assim poderás tiras as dúvidas sobre esta afirmação.

Retomando a nossa observação do trapézio, repara ainda que, a área do trapézio é dada pela soma das áreas dos triângulos ΔPQR e ΔPRS:

$$\boldsymbol{A_{trapezio} = A_{\Delta PQR} + A_{\Delta PRS} \Leftrightarrow A = \left(\frac{B \times h}{2}\right) + \left(\frac{b \times h}{2}\right) = \frac{B \times h + b \times h}{2} = \left(\frac{B+b}{2}\right) \times h}$$

Portanto, **a área do trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida da altura.**

$\boldsymbol{A_{trapezio} = \left(\frac{B+b}{2}\right) \times h,}$ onde $\boldsymbol{B}$ é a base maior, $\boldsymbol{b}$ é a base menor e $\boldsymbol{h}$ é altura do trapézio**.**

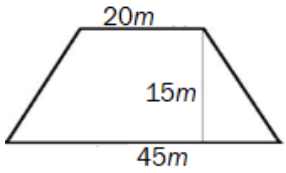
Caro aluno, conseguiu compreender a fórmula para calcular a área de trapézio? Conseguiu notar que trapézio representa dois triângulos? E para entender esta descrição, vamos resolver o exemplo, como forma de certificar a compreensão.

Venda proibida

Actividade

A senhora Luísa, professora de música, é dona de um terreno em forma de trapézio. O lado maior do terreno mede 45 metros e o lado menor mede 20 metros. A distância que separa os dois lados mede 15 metros. Determine a área do terreno.

Dados



$B = 45m$

$b = 20m$

$h = 15m$

Resolução

$$\boldsymbol{A = \left(\frac{B + b}{2}\right) \times h}$$

$$A = \left(\frac{45m + 20m}{2}\right) \times 15m$$

$$A = 32{,}5m \times 15m$$

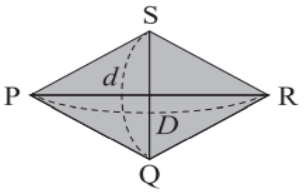
$$A = 487{,}5m^2$$

Resposta: O terreno da senhora Luísa é de $487{,}5m^2$.

Prosseguindo com a nossa lição, a seguir vai aprender, como determinar a área de um losango

A área de um losango

Observa a figura ao lado. Ela representa um losango, onde o segmento [PR] é a diagonal maior (D) e o segmento [QS] é a diagonal menor (d). Repara que a diagonal menor divide o losango em dois triângulos geometricamente iguais.

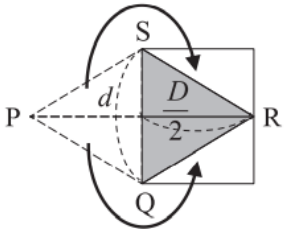


Caro aluno, nota que:

Ao cortar o triângulo [PSQ] e colocá-lo à direita do outro triângulo [SQR], obtém-se um rectângulo de área igual, como mostra a figura ao lado.

Nota-se, ainda, que um dos lados do rectângulo tem a mesma medida que a diagonal menor do losango e o outro lado do rectângulo mede a metade rectângulo é igual ao produto das medidas da diagonal menor pela metade da diagonal maior

$$\boldsymbol{A = d \times \frac{D}{2} = \frac{d \times D}{2}}$$



Assim, a área de losango é igual à metade do produto das medidas da diagonal maior pela diagonal menor.

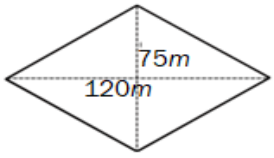
$\boldsymbol{A_{losango} = \frac{d \times D}{2}}$, onde $\boldsymbol{d}$ é diagonal menor e $\boldsymbol{D}$ é diagonal maior.

Exemplo:

A machamba do senhor Jonas, extensionista reformada, apresenta-se na forma de um losango, e ela tem de diagonal maior 120m e diagonal menor 75m. Quantos metros quadrados tem a machamba acima descrita?

Venda proibida

Dados



$D = 120m$

$d = 75m$

Resolução

$$\boldsymbol{A = \frac{D \times d}{2}}$$

$$A = \frac{120m \times 75m}{2}$$

$$A = 4\,500m^2$$

Resposta:

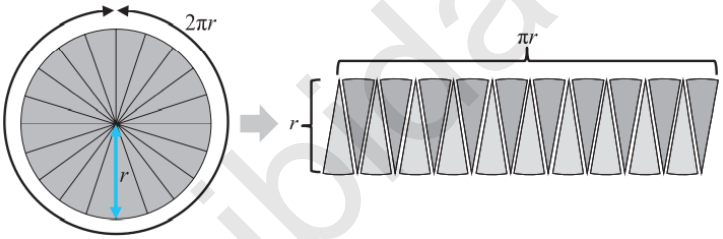
A machamba do senhor Jonas tem $4\,500m^2$

E por fim, vamos passar para a determinação da área de um círculo.

Área de um círculo

Observa a figura ao lado.

Ela representa o perímetro de uma jante de bicicleta que corresponde ao perímetro de uma circunferência



Ao dividir a jante em pequenas partes e reorganizá-las, obtém-se um paralelogramo cuja base é igual à metade da medida do perímetro da circunferência (πr) e a sua altura é igual à medida do raio do círculo (r), sendo a área do paralelogramo equivalente à área da superfície delimitada pela jante (círculo). Assim, Área do círculo = Área do paralelogramo, ou seja:

Área do círculo $=$ altura $\times$ base $\Leftrightarrow$ area do circulo $= r\pi \times r = \pi r^2$

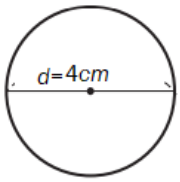
Portanto, pode-se concluir que a área do círculo é igual ao produto de π (3,14) pelo quadrado da medida do raio (r)

$\boldsymbol{A_{circulo} = \pi r^2}$, sendo r, o raio do círculo e π uma constante.

Exemplo:

Determina a área da superfície de uma moeda cujo diâmetro mede $4cm$.

Dados



$d = 4cm$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{4cm}{2}$$

$$r = 2cm$$

Resolução

$$\boldsymbol{A = \pi r^2}$$

$$A = 3{,}14 \times (2cm)^2$$

$$A = 3{,}14 \times 4cm^2$$

$$A = 12{,}56cm^2$$

Resposta:

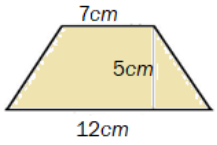
A área da superfície da moeda é $12,56cm^2$

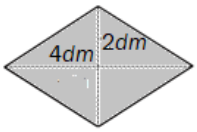
Para consolidar a matéria que aprendeu nesta lição, resolva os exercícios que se seguem.

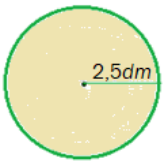
Venda proibida

Exercícios

1. Calcula a área das seguintes figuras.

a) 

b) 

c) 

2. Uma praça pública com a forma de uma circunferência, tem de raio 20 metros. Determina área ocupada por essa praça.

3. A diagonal maior de um losango, mede 75mm e a menor mede 3,2cm. Calcula a área desse losango, em centímetros quadrados.

4. Determina a área de um terreno de forma de um trapézio, cuja base maior mede $25m$ e a menor $20m$. A altura do trapézio é de $\frac{1}{5}$ da soma das medidas das bases.

5. Um losango tem $32cm^2$ de área e a medida de uma das suas diagonais é $10cm$. Qual é a medida da outra diagonal desse losango?

6. A área de um terreno de forma de um trapézio é de $28m^2$. Um dos seus lados mede $5m$ e a distância que separa os dois lados é de $7m$. Determina a medida do outro lado desse terreno?

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição

- Para calcular a área de figuras de forma de trapézio usa-se a fórmula: $\boldsymbol{A = \left(\frac{B+b}{2}\right) \times h}$
- Para calcular a área de figuras de forma de losango usa-se a fórmula: $\boldsymbol{A = \frac{D \times d}{2}}$
- Para calcular a área de figuras de forma de círculo usa-se a fórmula: $A = \pi \times r^2$

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Venda proibida

Chave de Correcção

1. a) $47{,}5cm^2$ b) $4dm^2$ c) $19{,}625dm^2$
2. A área ocupada por essa praça é de $1\ 256m^2$.
3. A área do losango é $de\ 12cm^2$
4. A área de um terreno de forma de um trapézio é $de\ 202{,}5m^2$.
5. A medida da outra diagonal é $6{,}4cm^2$
6. A medida do outro lado desse terreno é $8{,}71m^2$.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 29: Área da parte tracejada de algumas figuras geométricas

Introdução

Caro aluno, nas lições anteriores aprendeu como determinar a área de figuras planas. Nesta lição vaia profundar o estudo de cálculo de áreas da parte tracejada e de figuras compostas por rectângulo, quadrado, triângulos e outras figuras planas. Desde já, desejamos que tenha um bom trabalho!

Objectivos da Lição

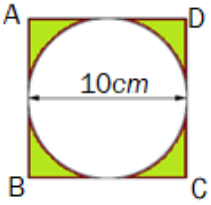
Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Determinar a área da parte tracejada de certas figuras geométricas;
- Determinar a área de figuras compostas.

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 60 minutos.

Área da parte tracejada ou pintada

1. Observa a figura do seu lado direito. Ela representa um quadrado com uma parte (área) pintada de amarelo no seu interior. Vamos aprender calcular esta área.



1º Vamos calcular a área do quadrado.

Dados	**Resolução**	**Resposta:**
$\ell = 10cm$	$A = \ell^2$	Área do quadrado é de $100cm^2$
Pedido	$\ell = (10cm)^2$	
Área do quadrado?	$\ell = 100cm^2$	

Caro aluno! Repare que:

A parte não pintada tem a forma de uma circunferência de $10cm$ de diâmetro. Então, o passo a seguir será calcular a área da figura inscrita, neste caso do círculo, que é a parte interna da circunferência.

2º Vamos calcular a área do círculo.

Dados	**Pedido**	**Resolução**	**Resposta:**
$d = 10cm \Rightarrow$	Área do círculo?	$A = \pi r^2$	Área do círculo é de
$r = \frac{10}{2}cm = 5cm$		$A = 3{,}14 \times (5cm)^2$	$78{,}5cm^2$
$\pi = 3{,}14$		$A = 3{,}14 \times 25cm^2$	
		$A = 78{,}5cm^2$	

Venda proibida

3º Vamos calcular a área da parte pintada que é dada pela diferença da área do quadrado e do círculo.

$Área_{tracejada} = Área_{quadrado} - Área\ _{círculo}$

$Área_{tracejada} = 100cm^2 - 78{,}5cm^2 = 21{,}5cm^2$

Resposta: A área da parte pintada é de $21{,}5cm^2$

Para consolidar esta matéria e como forma de aplicação deste conteúdo na vida cotidiana, resolva esta actividade.

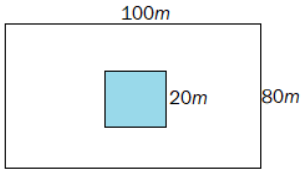
Actividade

Uma praça de forma rectangular tem $100m$ de comprimento e $80m$ de largura. No centro da praça foi construída uma piscina de forma quadrada, de $20m$ de lado.

a) Determina a área da praça e da parte ocupada pela piscina.

b) Determina a área da parte relvada.

Esboço



Dados

$C = 100m$

$L = 80m$

$\ell = 20m$

Resolução

$\boldsymbol{A = C \times L}$

$A = 100m \times 80m$

$A = 8000m^2$

$\boldsymbol{A = \ell^2}$

$A = (20m)^2$

$A = 20m \times 20m$

$A = 400m^2$

A área da praça é de $8000m^2$

A área da parte ocupada pela piscina é de $400m^2$.

A área da parte relvada é dada pela diferença das duas áreas. Assim,

$A_{\ relvada=}A_{rectangulo} - A_{quadrado}$

$A_{relvada} = 8000m^2 - 400m^2$

$A_{relvada} = 7600m^2$

A área da parte relvada é de $7600m^2$.

Caro aluno, já viu que a matéria que se aprende na matemática faz parte do nosso dia-a-dia. Agora vamos aprender como determinar a área de figuras compostas por rectângulo, quadrado, triângulo, trapézio ou círculo.

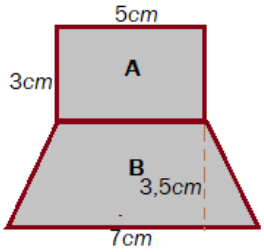
Área de figuras composta

Para determinar a área de uma figura composta, é necessário, decompô-la em outras figuras conhecidas, depois calcular a área de cada figura e por fim, adicionar todas as áreas.

Exemplo:

Calcula a área da figura abaixo.

Venda proibida



Dados

Figura A

$C = 5cm$

$L = 3cm$

Resolução

$\boldsymbol{A = C \times L}$

$A = 5cm \times 3cm$

$A = 15cm^2$

Dados

Figura B

$B = 7cm$

$b = 5cm$

$h = 3{,}5cm$

Resolução

$$\boldsymbol{A = \frac{(B + b)}{2} \times h}$$

$$A = \frac{(7cm + 5cm)}{2} \times 3{,}5cm$$

$$A = 21cm^2$$

$A_t = A_A + A_B$

$A_t = 15cm^2 + 21cm^2$

$A_t = 36cm^2$

Resposta: A área total da figura é de $36cm^2$.

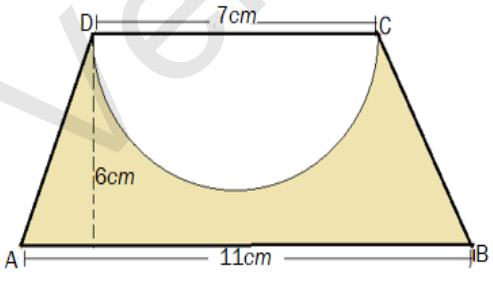
Caro aluno! Repare que no cálculo de áreas da parte tracejada, usa se as fórmulas de figuras planas já conhecidas o mesmo que acontece no cálculo de áreas de figuras compostas. O que difere nos dois cálculos é o resultado. A área da parte tracejada, geralmente representa a diferença e a área de figuras composta representa a soma.

Como forma de testar o nível da assimilação dos conteúdos abordadas nesta lição, resolva os exercícios apresentados a seguir.

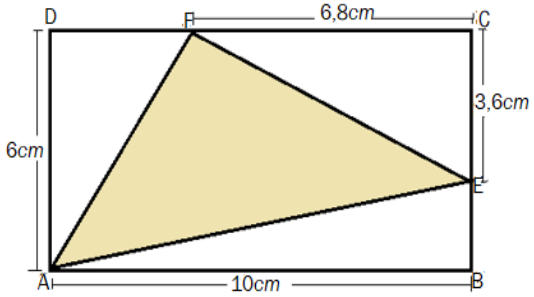
Exercícios

1. Calcula a área da parte pintada de cada uma das figuras.

a)

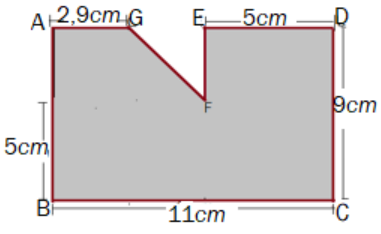


b)

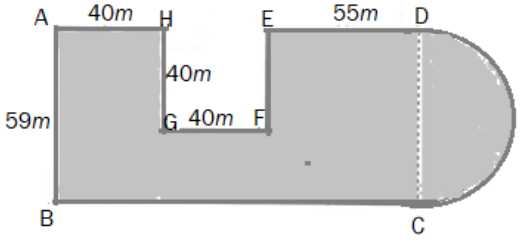


2. Calcula a área de cada figura

a)

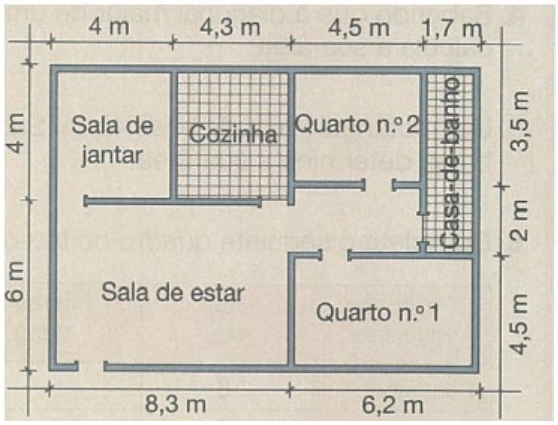


b)



Venda proibida

3. Observa a figura ela representa a planta de uma casa. Determina:



a) A área total da casa.

b) A área da cozinha.

c) A área de casa de banho.

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição

Para determinar a área da parte pintada ou de uma figura composta, é necessário, decompô-la em outras figuras conhecidas, depois calcular a área de cada figura e por fim, subtrair ou adicionar todas as áreas.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1.a) A área da parte pintada é de $34{,}7675cm^2$. b) A área da parte pintada é de $16{,}56cm^2$.

2.a) A área total da figura é de $92{,}8cm^2$. b) A área total da figura é de $6457{,}63m^2$.

3.a) A área total da casa é de $145m^2$.

b) A área da cozinha é de $17{,}2m^2$.

c) A área de casa de banho é de $9{,}35m^2$.

Venda proibida

LIÇÃO Nº 30: Cálculo de Áreas de polígonos regulares

Introdução

Caro aluno! Na lição anterior falamos do cálculo da área da parte tracejada de algumas figuras planas. Nesta lição vamos continuar com o cálculo das áreas, mas desta vez dos polígonos regulares, concretamente, de pentágono e hexágono. Desde já desejamos que tenha uma óptima aprendizagem.

Objectivos da Lição

Ao terminar esta lição você deverá ser capaz de:

- Determinar a área de polígono regular de forma de um pentágono ou hexágono;
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de áreas.

A aprendizagem desta lição terá uma duração de 90 minutos.

Áreas de polígonos regulares: Pentágono e hexágono

Antes de iniciar com a matéria sobre o cálculo de áreas doa polígonos regulares, vamos fazer uma revisão sobre a classificação de polígonos quanto ao comprimento e número dos lados para ajudar-te a relembrar alguns conceitos ligados aos polígonos. Para tal responde as questões que se seguem:

Actividades

1. O que entende por polígonos?
2. Como se classificam os polígonos quanto a medida dos seus lados e ângulos?
3. Como se classificam os polígonos quanto ao número dos lados?

De certeza conseguiu lembrar que um **polígono** é toda a figura plana e fechada constituída por segmentos de recta. Os polígonos quanto a medida dos seus lados e ângulos podem ser regulares e irregulares. E os polígonos quanto ao número dos lados classificam-se em triângulos, quadrados, pentágono, hexágono, heptágono e outros.

Agora, deve estar a questionar como calcular a área de polígono regular, neste caso, do pentágono ou hexágono?

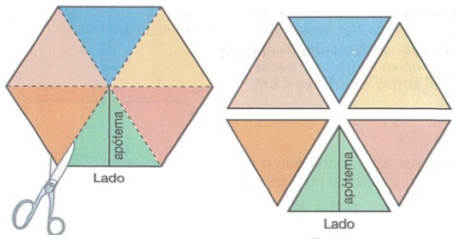
Venda proibida

Áreas de polígonos regulares: Pentágono ou hexágono

Repare que um polígono pode ser decomposto em triângulos geometricamente iguais, onde **a base de cada triângulo** representa **o lado do polígono** e a **altura do triângulo** representa **o apótema do polígono.**

A área de um polígono regular é igual ao produto da metade da medida do perímetro pela medida do apótema.

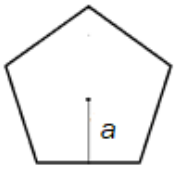
$\boldsymbol{A_p = \frac{P}{2} \times ap}$, sendo $\boldsymbol{P}$ o perímetro do polígono e $\boldsymbol{ap}$ o apótema.



Exemplos:

1. Determina a área de um pentágono cujos lados medem 8 cm de comprimento e um apótema de 3,8 cm de comprimento?

Esboço



Dados:

$l = 8\,cm$

$ap = 3{,}8\,cm$

$n = 5$

Resolução

$$\boldsymbol{A_p = \frac{P}{2} \times ap}$$

$$A_p = \frac{5 \times 8cm}{2} \times 3{,}8cm$$

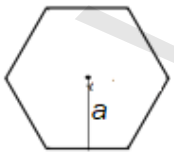
$$A_p = 76cm^2$$

Resposta

A área do pentágono é de $76cm^2$

2. Calcula a área de uma figura de forma, de hexágono cujos lados medem 6 dm de comprimento e o apótema mede 5,04 dm de comprimento?

Esboço



Dados:

$l = 6\,dm$

$ap = 5{,}04\,dm$

$n = 6$

Resolução

$$\boldsymbol{A_p = \frac{P}{2} \times ap}$$

$$A_p = \frac{6 \times 6dm}{2} \times 5{,}04dm$$

$$A_p = 90{,}72dm^2$$

Resposta

A área do hexágono é de $90{,}72dm^2$

Na base deste exemplo, você já pode calcular a área de qualquer polígono regular. Resolva, então, os exercícios abaixo, como forma de consolidar a lição estudada.

Venda proibida

Exercícios

1. Complete o seguinte quadro.

Polígonos regulares	Lado (cm)	Perímetro (cm)	Apótema (cm)	Área (cm^2)
Pentágono	7,2		5,4	
Hexágono	4		3,46	

2. Uma praça municipal tem a forma de um pentágono com $50\ m$ de lado. Qual será a medida da área ocupada por ela, se o apótema for de $30{,}5\ m$?

3. Observe a placa, à sua direita. Cada lado da placa mede $0{,}5\ m$ e o apótema $0{,}25\ m$.

Determine a área da placa.

4. Determine o comprimento de cada lado de um pentágono, cuja área é de $42{,}5cm^2$ e $3{,}4cm$ de apótema.

Apresente o Resumo da Lição, no seu caderno, consolidando, assim, a compreensão da matéria.

Resumo da Lição

Para calcular a área de qualquer polígono regular pode se usar a fórmula $A_p = \frac{n \times \ell}{2} \times a$, onde n indica o número de lados do polígono, ℓ a medida de cada lado e a indica a medida do apótema.

Agora compare as suas soluções com as que lhe são propostas na Chave de Correcção.

Chave de Correcção

1.

Perímetro (cm)	Área (cm^2)
$36cm$	$97{,}2cm^2$
$24cm$	$41{,}52cm^2$

2. A área ocupada pela praça é de $3.812{,}5cm^2$.

3. A área da placa é de $0{,}3125m^2$.

4. Cada lado do pentágono tem $5cm$ de comprimento.

Venda proibida

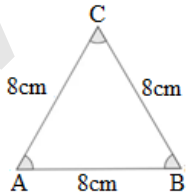
Teste de preparação

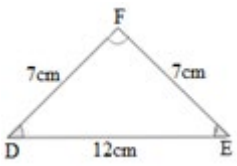
1. Dados os conjuntos U= $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, A = $\{1,\ 3,\ 5,\ 6,9,\}$ e $C = \{2,4,7,8,10\}$. Determine:
   a) $A \cup C$.
   b) $A \cap C$
   c) $U \backslash C$

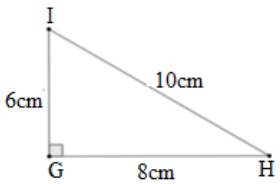
2. Determine o *m.d.c.* e o *m.m.c* de 12,18 e 30.

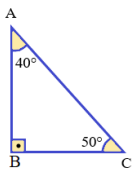
3. Complete com os símbolos $=, >, <, \in, \notin, \subset$ **e** $\supset$ de modo a obteres afirmações verdadeiras
   a) -1_____N b) 3_____Z c) Z_____N
   d) N_____Z e) $|+1|$___$|-5|$ f) $|+5|$___$|-5|$
   g) $|-20|$___6

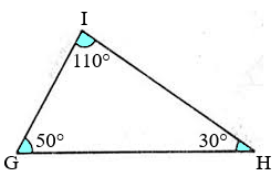
4. Calcule.
   a) $11 + 6$ f) $(-3) \times (-5)$ k) $6 \times (4 + 2)$
   b) $+25 - 4$ g) $(+3) \times (+5)$ l) $12 \div (8 - 2)$
   c) $+9 + (-9)$ h) $(-8) \div (+2)$ m) $100 : 5 \times 5 - (7 - 5 + 2)$
   d) $-5 + (-6)$ i) $(+16) \div (+8)$
   e) $(+4) \times (-2)$ j) $(-18) \div (-3)$

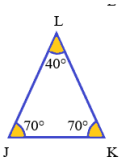
5. Classifique os triângulos quanto aos lados.
   a) 

   b) 

   c) 

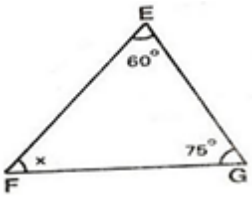
6. Classifique os triângulos quanto à amplitude dos ângulos.
   a) 

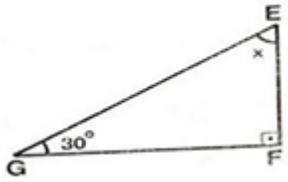
   b) 

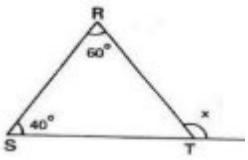
   c) 

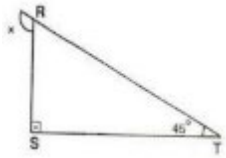
Venda proibida

7. Determine o valor de $\boldsymbol{x}$ em cada triângulo.









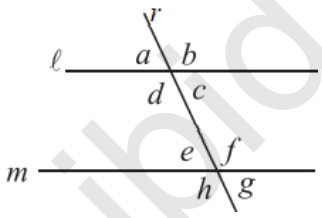
8. Observe a figura e indique:

a) Ângulos correspondentes

b) Ângulos alternos internos

c) Ângulos alternos externos

d) Ângulos verticalmente opostos



9. Calcule

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5}\div\frac{1}{2}$

e) $0{,}2+4{,}2$ f) $4{,}6-2{,}3$ g) $6{,}1\times1{,}4$ h) $0{,}5\div0{,}2$

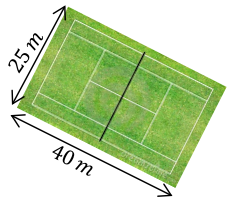
i) 4^2+5^3 j) 7^3-6^2 l) $13^2\times13^4$ m) $12^9\div12^6$

n) $\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{3}{2}\right)^2$ o) $\left(1\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3$ p) $\left(\frac{1}{4}+0{,}25\right)\times2$ q) $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}$

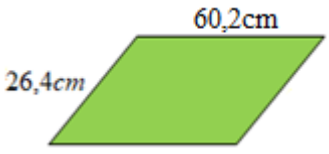
i) $(0{,}3+0{,}7)\div0{,}2$ j) $(3{,}2+0{,}8)\times2{,}2$

10. Determine o perímetro de cada figura.

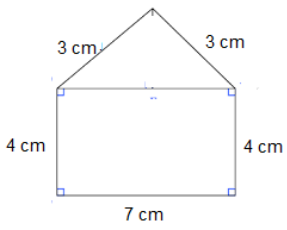
a)



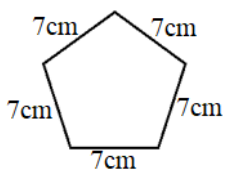
b)



c)



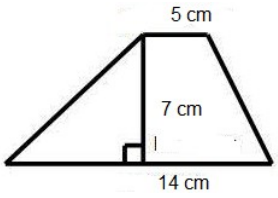
d)



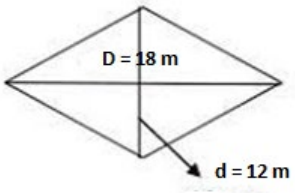
Venda proibida

11. Determine a área da figura plana.

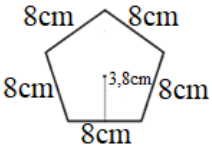
a)



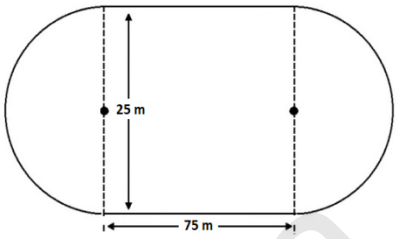
b)



c)

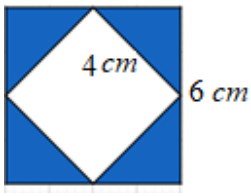


d)

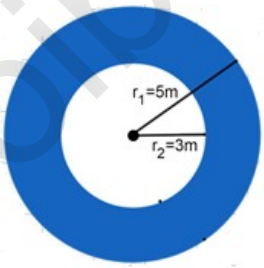


12. Determine a área da parte tracejada.

a)



b)



Venda proibida

Chave de Correcção

1. a) $A \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ b)$A \cap C = \emptyset$ c) $U \backslash C = \{1,3,5,6,9\}$

2. *m.d.c.* (12,18,30) é 6 e *m.m.c.* (12,18,30) é 180

3. a) $\notin$ b) $\in$ c) $\supset$ d) $\subset$ **e)** $<$ f) $=$ g) $>$

4.

a) 17	b) 21	c) 0	d) -11
e) -8	f) 15	g) 15	h) -16
i) 2	j) 6	l) 36	m) 2
n) 96			

5. a) triângulo equilátero b) triângulo isósceles c) triângulo escaleno

6. a) triângulo rectângulo b) triângulo obtusângulo c) triângulo acutângulo

7. a) 45º b) 60º c) 100º d) 135º

8. a) a e e; b e f; d e h; g e c b) e e c; d e f c) h e b; g e a d) a e c; d e b; e e g; h e f

9.

a) $\frac{5}{6}$	b) $\frac{7}{20}$	c) $\frac{1}{5}$	d) $\frac{4}{5}$
e) 4,4	f) 2,3	g) 8,54	h) 2,5
i) 141	j) 307	l) 13^6	m) 12^3
n) $\frac{19}{8}$	o) $\frac{49}{8}$	p) 1	q) $-\frac{1}{2}$
i) 5	j) 8,8		

10. a) 130 m b) 173,2cm c) 21cm d) 35cm

11. a) 66,5cm^2 b) 216m^2 c) 152cm^2 d) 2365,625cm^2

12. a) 20cm^2 b) 50,24m^2

Venda proibida

Bibliografia

Amaral, a. J., & Nhalungo, C. (2004). *As maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Amaral, A., & Nhalungo, C. (n.d.). *As Maravilhas da Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Chuquela, N. J., & Langa, N. (2008). *Matemática.* Maputo: Plural Editores.

Gelson Iezzi & Samuel Hazzan, (2004). Fundamentos de Matemática Elementar – Conjuntos e funções – Vol.1 8ª edição SP Atual editora.

Giovane José Rui & Bonjorno José Roberto (1992). Matemática 1º e 2º grau, S. Paula, Editora FTD S.A.

Guibundana, D., & Sapatinha, J. C. (2009). *Saber Matemática.* Maputo: Logman Moçambique Lda.

Langa, H., & Chuquela, N. J. (2010). *Matemática.* Maputo: Plural editora.

Nhezi Ismael *Cassano (*2005). M10 Matemática 10ª classe*,* Lda, Moç.Texto Editores,

Sapantinha, J. C., & Guibundana, D. H. (2010). *saber Matemática.* Maputo: Longman Moçambique.

Zavala, C. A., & Issufo, D. S. (2004). *A Maravilha dos Números.* Maputo: Texto Editores.

Venda proibida

IEDA